金融市场中经纪人相互竞争和适应性行为的物理模型*

全宏俊[1]　汪秉宏[1,2]　许伯铭[2]

(1　中国科学技术大学近代物理系及非线性科学中心　合肥　230026)

(2　香港中文大学物理系　沙田　新界　香港)

摘　要　金融物理中的争当少数者博奕模型,是一个用来模拟金融市场动力学行为的最简单的模型,可以尝试利用它来对实际金融市场中许多现象提供物理的理解.文章介绍了关于金融物理的争当少数者博奕模型的一些主要研究结果和若干最新的发展方向.

关键词　少数者博奕模型,适应性复杂系统,金融市场,经纪人相互作用

A PHYSICAL MODEL OF COMPETITION AND ADAPTATION AMONGST AGENTS IN THE FINANCIAL MARKET

QUAN Hong-Jun[1]　WANG Bing-Hong[1,2]　HUI Pak-Ming[2]

(1　*Department of Modern Physics and Nonlinear Science Center, University of Science and Technology of China, Hefei　230026, China*)

(2　*Department of Physics, The Chinese University of Hong Kong, Shatin, New Territories, Hong Kong, China*)

Abstract　The minority game model is a very simple model that can simulate the internal dynamics of a market where agents can only buy or sell one commodity. It can be used to provide understanding of many phenomena that arise in the real financial market. An introduction to the main results and development of the minority game model is presented.

Key words　minority game, adaptation system, financial market, interaction between agents

经济物理学(econophysics)或金融物理(physics of finance)是20世纪90年代后蓬勃发展的一门新的交叉学科.从20世纪90年代初开始,银行和金融机构越来越多地聘请物理学和数学的博士从事金融工作,与此同时,也有越来越多的物理学家投入对于金融和经济问题的研究.物理学家在金融问题的研究中采用了许多经济学家陌生的概念和方法,如:关联与自关联、标度律、自组织临界性、相变、自适应性、混沌、分形、渗流、神经网络、重整化群、自旋玻璃模型、量子场论方法等等.这些新概念和新方法给经济和金融这一类复杂系统的研究带来新的生机.

是否存在能够精确预测金融市场未来趋势的科学模型？这曾是金融市场投机者朝思暮想、孜孜以求的目标.现在物理学家的研究也涉及到对这样一种科学模型是否存在的探索.物理学家希望首先了解金融市场的特殊的统计特性,然后进一步认识和理解金融市场这样一个典型的复杂系统的动力学行为.

目前物理学家对于金融问题的研究主要有两种处理方法:第一种处理方法是对金融数据经验规律的探索.物理学家通过大量高频金融数据的分析,研究了类似股市崩溃这样极端事件的分布和标度行为等性质,发现金融市场中资产价值的变化引起的风险大于高斯无规行走行为所预测的风险.如美国波士顿大学H.E.Stanley教授研究组通过对S&P500指数高频数据的分析,发现价格涨落浮动性的概率分布函数的中心部分可以用对数正态分布函数拟合,而它的更宽的两翼则需用幂函数描述,单个公司资产的浮动性概率分布函数也有类似的渐近行为[1].早在1963年,B.B.Mandelbrot就指出棉花价格的涨落中存在标度行为[2].后来,意大利Palermo大学的

*　国家重点基础研究项目(973项目)、“九五”国家攀登计划“非线性科学”项目、国家自然科学基金重点项目(批准号:19932020)、国家自然科学基金一般项目(批准号:19974039,59876039)及CCUIPP-NSFC联合资助项目(批准号:70142005)

2001-02-20收到初稿,2001-04-23修回

R.N.Mantegna 和美国波士顿大学的 H.E.Stanley 进一步分析了 S&P500 指数数据,揭示了股票指数中的更多标度行为[3,4] .他们发现指数收益的分布可用曲线两翼尾部比高斯分布更胖的 Lévy 分布拟合.

金融物理研究的第二种处理方法是对金融市场物理模型的探索.美国圣达•菲(Sante Fe)研究所的 D.Farmer 受生物演化模型的启发,提出了新的市场模型,给出一种既能容纳短时间标度又可包含长演化时间标度的理论框架,定义了一个能在满足供需关系的条件下确定商品价格的规则,并研究了在给定规则下不同交易策略的演化,得到了一些有意义的特性,例如类似金融市场中观察到的价格变异性远高于其平均值的突发[5] .

目前大多数经济学理论都是从演绎出发,假定所有经纪人在选择最佳决策方面智力相同,每个经纪人都知道什么决策对他最有利.然而在现实中,经纪人并不具有完美的预见能力和后见之明,许多时候他们的行动都依赖于反复试验、不断摸索和归纳,而不是理性的演绎推理.J.W.Weibul 在博弈理论的框架内研究了演化对策,已成为传统经济学中的处理方法[6] ,然而这一方法不能方便地推广到非理性情况.物理学家喜欢和善于考虑有大量经纪人的博弈,即一个统计系综,希望建立一个新的模型来解释金融市场中经纪人互相竞争而又互相调节适应的集体现象.经济学家 W.B.Arthur 提出的“El Farol 酒吧问题”就是一个特别有吸引力的典型例子[7] .假定 N 个人在某个周末独立考虑是否要去一个酒吧,仅当去酒吧的人数不多于酒吧座位总数时赴酒吧者才是惬意的.为此每个人根据其个人的选择规则和过去酒吧是否拥挤的记录,独立地作出是否去酒吧的选择.这种博奕建立在归纳思维上,与假定演绎推理的数理经济和博弈理论大不相同,因而被认为是在复杂策略场合下,能够描述真实经纪人如何行动、如何相互竞争而又彼此适应的一个更合乎实际的模型.

瑞士 Fribourg 大学的 D.Challet 和张翼成以博奕论为基础,提出了一种有效市场理论的新处理——争当少数者博奕模型(minority game)[8] .该模型认为,除市场经纪人的交易活动信息外,再没有其他来自外部的经济信息;其次,经纪人不相信任何已有的理论,他们采用一些特定的个人准则,从自己的经验中学习,并相信价格的历史中包含全部有用的信息.下面介绍争当少数者博奕模型研究的基本问题和一些最新的发展.

1　争当少数者博奕模型(MG)

假设有 N(奇数)个经纪人,在某时刻必须选择去 A 方或 B 方(如表示股票的买卖或开车选择道路 A 或道路 B) .假定过去记录的公共信息仅包含 A 方或 B 方是否为少数方,而不告知实际的参与人数.这样, t 时刻经纪人共同享有的公共信息(即历史)可以用 2 进制序列 $\mu(t)=\{\cdots, b(t-3), b(t-2), b(t-1)\}$ 表示,其中 $b(k)$ 为 0(或 1)表示 k 时刻 B(或 A)方为少数方.还进一步假定每个经纪人的记忆容量有限并且相同,只能记住最近 m 次的记录(m 比特历史) .一个策略是在给定历史下对下一时刻少数方的预测,对给定 m,有 2^m 种不同的历史, 2^{2^m} 种不同的策略.

表 1 给出了 $m=2$ 时的全部策略.策略 1(策略 16)表示无论是什么历史,始终预测 B 方(A 方)为下一时刻的少数方.游戏开始前,每人随机地从具有 2^p($p=2^m$)个策略的策略库中抽出 s 个策略($s>1$) .每轮游戏中当每人都作出决定后,处于少数方的每一个经纪人为获胜者(供大于求时,买方获利;供不应求时,卖方获利)并加 1 分,处于多数方的经纪人为失败者,不加分;同时分别给每人的 s 个策略打分(称为虚分) ,若某个策略预言了正确的少数方(不管它是否被使用) ,则加 1 分;反之不加分.在 t 时刻,每人根据 t 时刻的历史,采用他的 s 个策略中累计虚分最高的策略的预测决定他是加入 A 方还是加入 B 方.

表 1　相应于记忆容量 $m=2$ 的全部策略

历史	策略 1	策略 2	策略 3	…	策略 14	策略 15	策略 16
00	0	0	0	…	1	1	1
01	0	0	0	…	1	1	1
10	0	0	1	…	0	1	1
11	0	1	0	…	1	0	1

争当少数者博奕有两种极端情况:一是仅一个经纪人在少数方,其余($N-1$)个经纪人在多数方;二是($N-1$)/2 个经纪人在少数方,另外($N+1$)/2 个经纪人在多数方.其中第一种情况造成资源的巨大浪费(因为本来可以有更多一些人加入获胜方而不损害他人) ,第二种情况属于理想情况,整个系统理想合作与协调,全社会受益最大.通过数值模拟发现,加入某一方(如 A 方)的实际人数在占总人数 N 的 50 %左右涨落.涨落大则资源浪费大;换言之,小的涨落意味着更充分地利用现有资源.一般来说,这

需要配合和协作.随着记忆容量 m 增加,涨落减少,即经纪人相互之间适应性更好.令人惊奇的是,虽然按模型的定义每个经纪人都是自私的,他们每人决不为他人的利益着想,然而他们却能在某种程度上相互协调使社会资源达到某种优化的配置.

R.Savit 等人研究了 $s=2$ 时,进入某一方(如 A 方)人数的标准偏差 σ,其定义为

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(A_i-\overline{A})^2},$$

其中 A_i 为每次去 A 方的人数,$\overline{A}$ 为去 A 方的平均人数,n 为每轮游戏的时步数.数值模拟显示,随着 m 的改变,σ 不是单调变化,系统在小的 m 和大的 m 时的行为大不相同(见图1),从而提出了从有效相到非有效相转变的可能性[9].当 m 较小时,系统处于有效相,经纪人的自适应性差,导致较大的 σ;当 m 较大时,系统处于非有效相,经纪人可以协调他们的选择,使得 σ 较小;m 很大时,σ 接近每个经纪人随机作出选择时的值.在某 m_0 处,σ 最小(即有效协调性最好).并把有效相和非有效相的出现归因于嵌入的周期为2的动力学结构与经纪人之间协调效应的竞争.同时指出,历史记录中存在有助预测少数方的信息,不过当 m 较小时,该信息隐藏在长度大于 m 的二进制历史序列中,经纪人无法获取.m 较大时,任何长度 $K(K\geq m)$ 的二进制历史序列中都隐藏了信息,且可以被经纪人利用,使得经纪人的平均表现比每个经纪人随机作出选择时的表现好.随着 m 继续增大,历史数也增加,经纪人越来越难从某个特定历史中提取有用的信息,从而 σ 逐渐接近每个经纪人随机作出选择的值.数值模拟结果还

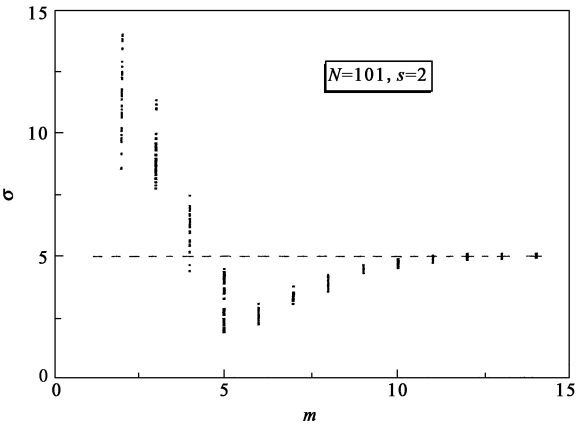

图1 σ 与 m 的关系曲线

(对每一 m 值,显示32次游戏的结果,每个点相应于一次独立游戏,水平虚线是每人随机选择去 A 方或 B 方时的值)

证实了在近似下,σ^2/N 仅仅是变量 $2^m/N$ 的函数的结论.

A.Cavagna 发现,在 MG 中,用随机产生的历史取代真实历史 $\mu(t)$,宏观性质不变,从而得出结论:MG 的性质不在于经纪人对真实历史的记忆,而在于他们享有相同的信息,不管这些信息是真实的还是虚假的[10].这就提出了争当少数者博奕模型中历史记忆究竟是否相关的问题.为了探讨这一问题,N.F.Johnson,许伯铭等人研究了所谓合金 MG 模型,即两种不同记忆容量($m=3$ 和 $m=6$)的经纪人参加的少数方游戏[11].他们发现在某种组合下,每个经纪人在每一轮游戏的平均得分可以达到极大值.同时对任一种经纪人而言,平均获利都超过他们在纯社群中(即某一种记忆容量的经纪人单独存在时)的获利,而且记忆容量大的经纪人可以利用记忆容量小的经纪人引入的隐藏着的信息,得到超过50%的平均成功率(见图2).换言之,记忆容量大的经纪人可以有计划地从博弈中受益.但如果用随机产生的历史替代真实历史,在 MG 合金问题中,记忆容量大的参与者的表现总是比每人随机选择去 A 方或 B 方的结果差,不可能得到超过50%的平均成功率.这说明 MG 中系统的动力学反馈和记忆的重要性.D.Challet 和 M.Marsili 通过考虑 De Bruijn 图的扩散,详细研究了基本 MG 中的历史动力学[12],发现当 m 较小时,系统处于对称状态,用随机产生的历史替代真实历史所得的结果相同,随着 m 的增大,系统逐渐进入非对称状态,这时用随机产生的历史替代真实历史所得的结果大不相同.从而得出结论,历史动力学在 MG 中不能认为无关,它在少数方时间序列中引入了隐藏的相关性.因此不能用随机历史代替真实历史.所以,对于 MG 或 MG 的各种扩展和变化,历史不仅有关,而且很重要.

2 包含进化变异的争当少数者博奕模型

在实际的金融市场中,当经纪人发现自己的选择多次失误时,总是会设法改变自己的决策.为此,D.Challet 和张翼成[13]研究了包含进化变异的修正 MG 模型.经过一定的时间间隔 τ,表现最差的经纪人可以被一个新的经纪人替换,新的经纪人是最好的经纪人的"克隆",即新的经纪人继承表现最好经纪人的所有策略,同时允许其中的一个策略有一定的几率(变异几率)被一个新的策略所代替.开始时新的经纪人所有策略的虚分都设为零.结果发现,引

入进化后协作性区域增大,涨落减小,每个经纪人的平均增益得到提高,但不会达到理想状态[即(N-1)/2 个经纪人在少数方].当 m 不大时,进化的引入使得 σ 大大降低,在此区间增加变异几率有利于降低方差. m 充分大时,方差的渐近行为与变异几率有关,此时遗传变异的引入对系统不利. Savit 研究组则研究了另一种进化模式[14]:一段时间间隔后,将经纪人按得分高低排列,允许占总人数百分比为 p 的最差经纪人中的一半随机抽出 s 个新策略替换他们原有的 s 个策略.假定策略空间的维数不变,即所有策略,包括新策略都有相同的 m 值,开始时新策略虚分设为零.结果发现对所有 m 值,进化使得系统的性能有很大的改进,但类似无进化情形,也存在相变,且 σ^2/N 仅是 $2^m/N$ 的函数. m 较小时,方差明显低于无进化时的结果,方差最小值比无进化时的值可降低大约一个数量级.增大 p,系统的方差变大,但对它的最小值没有影响.如果更换策略时允许新策略的 m 值与原来的不同(类似 MG 的合金模型),则 σ^2/N 近似与 N 无关,比无演化时的相应值有很大的降低,但除很小的 p 外,方差的最小值并不比 m 固定时的进化 MG 模型的值小.开始均匀分布的经纪人经过较长时间进化后逐渐集中于采用较小 m 的策略.

N.F.Johnson、许伯铭等人[15]提出了演化少数者博奕模型(EMG).在 EMG 模型中,游戏开始时,给每个经纪人指定一个数 $p(0 \le p \le 1)$,每个经纪人拥有

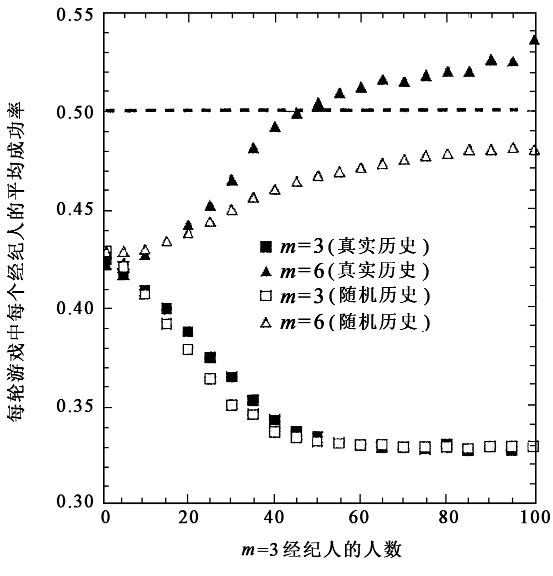

图 2　每轮游戏中每个经纪人的平均成功率与 $m=3$ 经纪人的人数之间关系
(其中水平虚线表示每人随机选择去 A 方或者 B 方时的值)

一个相同的策略,该策略在给定历史下对下一次取胜方的预测与该历史最近一次的取胜方的记录相同.第 i 个经纪人以几率 p_i 按策略的预测作出决定,以几率$(1-p_i)$作出与策略预测相反的决定.当每个经纪人作出选择后,处于少数方的经纪人为胜者,每人加一分;而处于多数方的经纪人为败者,每人减一分.当某个经纪人 k 的得分小于给定的 $d(d<0)$ 时,允许他在以 p_k 为中心、以 R 为宽度的一个区间内重新按均匀分布随机挑选一个新的 p_k 值,并将他的得分重新设置为零.数值模拟发现,达到稳态后,几率 p 的分布 $P(p)$ 在 $p=0$ 和 $p=1$ 处形成峰值,与初始的 $P(p)$ 分布无关(见图 3).这一模型的演化结果显示,以极端方式行动(即无论出现什么情况总是作出与最近一次取胜方记录相同或相反的决定)的经纪人比其他摇摆不定、更频繁改变自己选择的经纪人表现好.这一模型与记忆容量 m 无关,而且由于每个经纪人都拥有相同的策略,$P(p)$ 分布的对称性导致选择去 A 方和去 B 方的人数相差不大,因此 σ 小于经纪人随机选择情况下的 σ 值[16].

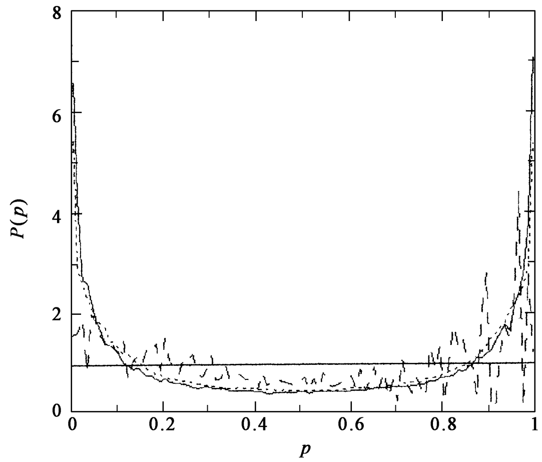

图 3　几率 p 的分布 $P(p)$
[其中 $t=0$ 时刻的 $P(p)$ 选为水平的,实线是长时间后的 $P(p)$,虚线是中间时刻的 $P(p)$(采用反射边界条件);点线是采用周期边界条件下长时间后的 $P(p)$]

R.D′hulst 和 G.J.Rodgers[17]则提出了修正演化少数者博奕模型(MEMG).MEMG 模型与 EMG 模型的不同之处在于:开始时,每人从有 2^{2^m} 个策略的策略库中随机地抽取一个策略,然后第 i 个经纪人以几率 p_i 按策略的预测作出决定,以几率$(1-p_i)$作出与策略预测相反的决定.这一模型达到稳态后的几率分布 $P(p)$ 与 m 有关[16].当 m 较小时,$P(p)$ 也在

$p = 0$ 和 $p = 1$ 处形成峰值,这与 EMG 相类似;但当 m 较大时, $P(p)$ 的峰值消失,趋于平坦. σ 随 m 单调增加, $m = 1$ 时, σ 的值与 EMG 一致,当 m 较小时,由于策略分布基本均匀且所有策略都被选用,在任何时刻作出相反决定的人数差别不大,从而 σ 较小;当 m 很大($2 \times 2^m \gg N \times s$)时,策略空间中仅有一小部分策略被选用,从而 σ 接近每个人随机作出选择时的 σ 值.

3 考虑成功率的少数者博奕

在前面所述的 MG 和其他改进的 MG 模型中,不论是具有相同记忆容量的经纪人还是具有不同记忆容量的经纪人参加,每一时刻每个经纪人都必须作出选择去 A 方或 B 方.但在实际金融市场中,只有当经纪人觉得有利可图时才会进入市场进行交易.为此,N.F.Johnson 等人引入阈值成功率概念,在某时刻,如策略正确预测了取胜方则加一分;反之则减一分[18].某个经纪人是否进入下一轮选择由他的最佳策略在过去时间内的成功率决定.如果某个经纪人的成功率低于阈值成功率时,则将暂时停止参加交易,此时他的得分不变,但他仍然观察市场结果来对他的 s 个策略打分.当他的成功率在以后时间超过阈值成功率,又重新进入市场进行交易.由于经纪人的人数可变,这有点类似统计物理中的巨正则系综.数值结果显示,当阈值成功率较低时,经纪人的最佳策略的成功率在大部分时刻都超过该值,所以参加交易人数的涨落不大;当阈值成功率较大时,经纪人几乎不进行交易.在上两个阈值成功率之间存在一个跃迁效应.对于阈值成功率的中间值(~50%),出现很有趣的动力学行为,如造成市场交易人数的很大涨落,从而造成市场价格的很大涨落[19].若将阈值成功率定义为经纪人成功率的函数,并假设经纪人有理智,不愿冒险(即经纪人从不采用预测正确率低于 50%的策略),随着成功率的改变,每个经纪人的阈值成功率也随之变化,而阈值成功率的动力学演化的结果是出现具有各种不同阈值成功率的经纪人.

4 有多种选择的少数者博奕模型

对于 MG、包含进化变异的 MG 和考虑成功率的 MG 模型,每一时刻,经纪人只有两种选择,而在实际金融市场中,经纪人往往有多种选择.为此,R.D′hulst 等人在 MG 的基础上引入了两种新的模型:对称和非对称三方游戏模型[20].在对称三方游戏模型中, N 个经纪人(N 不等于 3 的整数倍)在每一时刻选择三方中的一方,他们进行循环式交易,即第一方的经纪人从第二方购买股票,将股票卖给第三方;第二方的经纪人从第三方购买股票,将股票卖给第一方;第三方的经纪人从第一方购买股票,将股票卖给第二方,三方的地位是完全等价的.假定每一方的获利或损失由他方从该方购买股票人数及卖给该方股票人数之差反映.当每个经纪人独立作出选择后,进入获利最高方的经纪人获胜,每一个人获得一分;进入获利最低方的经纪人失败,每一个人失去一分,而进入获利处于中间方的每一个经纪人既不加分也不减分.而在非对称三方游戏模型中, N 个经纪人在每一时刻选择三方中的一方,第一、第二、第三方分别相应于卖方、中间方(既不买也不卖)及买方.当每个经纪人独立作出选择后,进入第一方和第三方之间少数方的经纪人获胜并获得一分,反之失去一分;进入第二方的经纪人既不加分也不减分.如果第一方和第三方的人数相同,则所有经纪人的分数保持不变.设每个经纪人的记忆容量为 m,他们只能记住前 m 次获胜方的记录(历史).则对给定的 m,有 3^m 个不同的历史,对应有 3^{3^m} 个不同的策略.对策略的打分类似基本 MG 模型,采用对经纪人打分的相同方案给经纪人的策略打分(虚分).在每一时刻,经纪人都采用虚分最高的策略.数值结果表明,对称三方游戏模型是 MG 模型的直接推广.每一方的平均参加人数为 $N/3$.随着记忆量 m 的增加,也出现类似的相变. m 较小时,策略空间拥挤,各方参加人数的方差很大,随着 m 的增加,方差减少,达到最小值后方差又增加, m 很大时大多数所使用的策略不相关,方差趋于经纪人随机选择去某方时的值.获胜方或失败方人数的方差也有类似的结果.在非对称三方游戏模型中, m 较小时,大多数经纪人处于第一方或第三方(即买方或卖方),获胜的经纪人数明显大于经纪人随机选择某一方时的获胜人数,加入第二方的经纪人(不参加交易)的方差、获胜人数的方差明显高于经纪人随机选择某一方时的值,而参加第一和第三方的经纪人的方差却小于经纪人随机选择某一方时的值.随着 m 的增加,越来越多的经纪人随机地在三方之间作出选择. m 较大时,各方人数的方差都趋于经纪人随机选择某一方时的值,而获胜人数的方差的渐近值等于各方人数方差渐近值的一半.在所有经纪人记忆容量相同情

况下,记忆容量小时经纪人的获利比记忆容量大时经纪人的获利大.

以上我们介绍了金融物理的争当少数者博奕模型的一些主要研究结果.除此之外,还有采用物理熵和信息理论[21]、人群与反人群理论[22,23]及自旋玻璃理论[24]对 MG 模型进行研究,等等.综上所述,虽然争当少数者博奕模型是一个极其简化的物理模型,但可以尝试用来分析和理解存在于真实金融市场中的许多特征性现象.这些模型能够呈现金融市场中的经纪人之间的互相竞争又互相适应的复杂性行为.除了在金融市场模拟方面的应用之外,这些模型还可以用来研究社会动力学、生态演化等范围广泛的问题.

致谢　本文作者之一许伯铭感谢香港特区政府研究基金(RGC)的资助(编号 CUHK4191/97P 及 CUHK 4241/01 P)以及与 N.F.Johnson 博士的多次讨论.

参　考　文　献

[1] Liu Y,Gopikrishnan P,Cizeau P *et al*.preprint cond-mat/9903369,1999
[2] Mandelbrot B B.J.Business,1963,36:394
[3] Mantegna R N,Stanley H E.Nature,1995,376:46
[4] Mantegna R N.Physica A,1991,179:232
[5] Farmer J D.preprint adap-org/9812005,1998;Computing in Sci.& Eng.,1999,1(6):26
[6] Weibul J W.Evolutionary Game Theory.Cambridge:MIT Press,1995
[7] Arthur W B.Am.Ecom.Assoc.Papers and Proc.,1994,84:406
[8] Challet D,Zhang Y C.Physica A,1997,246:407
[9] Savit R,Manuca R,Riolo R.Phys.Rev.Lett.,1999,82:2203
[10] Cavagna A.Phys.Rev.E,1999,59:R3783
[11] Johnson N F,Hui P M,Zheng D *et al*.J.Phys.A:Math.Gen.,1999,32:L427
[12] Challet D,Marsili M.preprint cond-mat/0004196,2000
[13] Challet D,Zhang Y C.Phycica A,1998,256:514
[14] Li Y,Riolo R,Savit R.Physica A,2000,276:234;Physica A,2000,276:265
[15] Johnson N F,Hui P M,Jonson R *et al*.Phys.Rev.Lett.,1999,82:3360;Lo T S,Hui P M,Johnson N F.Phys.Rev.E,2000,62:4393
[16] Lo T S,Lim S W,Hui P M *et al*.Physica A,2000,287:313
[17] D′hulst R,Rodgers G J.Physica A,1999,270:514
[18] Johnson N F,Hart M,Hui P M *et al*.Int.J.Theor.Appl.Finance,2000,3:443
[19] Jefferies P,Hart M,Hui P M *et al*.preprint cond-mat/0008387,2000
[20] D′hulst R,Rodgers G J.preprint cond-mat/9904003,1999
[21] Mansilla R.preprint adap-org/9906017,1999
[22] Johnson N F,Hart M,Hui P M.Physica A,1999,269:1
[23] Hart M,Jefferies P,Johnson N F *et al*.preprint cond-mat/0003486,2000
[24] Challet D,Marsili M.Phys.Rev.E,1999,60:R6271

2001 年第 11 期《物理》内容预告