

核磁共振量子计算机的实验实现*

罗 军 曾锡之

(中国科学院武汉物理与数学研究所波谱与原子分子国家重点实验室 武汉 430071)

摘 要 简要介绍了液相核磁共振(NMR)实现量子信息处理的基本原理和实验技术,综述了核磁共振量子计算机的实验实现的进展情况和目前所遇到的主要困难,并对进一步的发展作了展望.

关键词 核磁共振(NMR),量子计算,实验实现

EXPERIMENTAL REALIZATION OF NMR QUANTUM COMPUTERS

LUO Jun ZENG Xi-Zhi

(Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics, Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract We briefly introduce the basic principles and experimental techniques for realizing quantum information processing based on liquid state nuclear magnetic resonance(NMR). The progress, current difficulties and prospects of the experimental realization of NMR quantum computers are also reviewed.

Key words nuclear magnetic resonance(NMR), quantum computation, experimental realization

1 引言

目前正处于量子信息革命的起点,它的发展将推动整个科技和人们生活的发展和变革.量子计算机是基于量子力学原理,具有存储和处理量子信息的物理装置.它具有能有效地解决在经典计算机上无法解决的某些问题(如大数的因子分解)以及验证量子物理中某些基本物理问题的能力,所以量子计算机的研究吸引了人们的广泛注意,并且已成为全世界科学家研究的热点.

量子计算机之所以具备极其强大的功能,在于它使用了量子态编码数据位的独特方式以及对量子并行、量子相干和量子纠缠的巧妙的应用.量子态是信息的载体,一个一般的二态量子体系均可组成一个量子位(qubit 量子比特,信息的基本单位),例如,一个二能级的原子或离子,在磁场中自旋为 $1/2$ 的粒子等.量子位与经典位最大的区别在于它可同时处于两个完全不同的状态(0和1)中,即在0和1的叠加态中,而且可同时对叠加态中的两个完全不同的状态进行操作(量子并行).在叠加态中的两个不同的状态的叠加振幅可以相干干涉(量子相干性),以致可以充分利用量子并行并提取所需的计算结果.但是由于量子体系不可避免地与环境相互作用,

量子相干性随时间指数衰减,即发生所谓的退相干.量子信息由于退相干而变得十分脆弱,以致无法完成量子计算.所以退相干问题是实现量子计算的主要障碍之一.

在实现量子信息处理的诸多的物理方案中,因为处于液相的核自旋体系与环境耦合较弱,使得核自旋体系具有较长的相干时间;该体系又可精确而又简单地表现出各种微观效应,而且可以使用几十年来发展起来的相干控制核自旋体系动力学相当成熟的磁共振技术.这就使得液相核磁共振(NMR)进行量子信息实验是当前最为现实的研究手段,并且在实验上已取得了显著的进展^[1-3].本文将简要介绍液相 NMR 实现量子信息处理的实验基础,取得的进展,以及当前面临的困难,并对进一步的发展作一展望.

2 实验基础

核磁共振是 20 世纪 40 年代两位美国科学家 Bloch 和 Purcell 发现的一些既有角动量又有磁矩的

* 国家自然科学基金(批准号:19874073)和中国科学院知识创新工程(批准号:KJ951-W1)资助项目
2000-08-28 收到初稿,2001-04-25 修回

核自旋系统在外磁场中表现出的共振现象.现在它已广泛应用于分子结构的确定,液相和固相的动力学研究 and 磁共振成像等诸多领域.

在常温常压下,在非粘性的溶剂中溶解一定数量的分子,注入常用的核磁共振试管中,并将试管置于核磁共振谱仪的强磁场中.如果分子中含有自旋为 $1/2$ 核,那么在溶液中的两个分子中核自旋之间就会发生直接的磁偶极-偶极相互作用,类似于在空间中两个处于不同位置的磁偶极子之间的相互作用.然而在核磁共振测量和控制的时间尺度内,由于在溶液中分子的无规翻滚运动,这种相互作用被平均掉.除此之外,分子中的核外电子云对外界施加于核自旋的磁相互作用起着磁屏蔽的作用.所以溶液中的每一个分子中的核自旋受到外界的影响很小,故每一个分子中的核自旋可以看成是一个独立的体系,一般具有足够长的相干时间(几秒到几分钟).这是选择液相核磁共振作量子计算的重要原因之一.

分子中的自旋为 $1/2$ 的核还可以构成一个量子位.自旋为 $1/2$ 的核(如 ^1H 或 ^{13}C)具有一定大小的核磁矩,它在外加恒定磁场中的行为就像一个微小的条形磁铁,有两种可能的排列方式:平行或逆向平行于磁场方向,这两种排列方式分别对应于稍微不同能量的两种量子状态(0 态和 1 态),正好构成一个量子位.它在外磁场中的行为,用量子力学的语言来说,就是核磁矩在外磁场中空间取向量子化.这两种状态对应的能级称为塞曼(Zeeman)能级,如图 1 所示.在两个塞曼能级间的能量差正比于“自旋”粒子所感受到的静磁场强度(B_0)与旋磁比 γ 的乘积.旋磁比是描述“自旋”粒子自身固有磁性质的物理量.对于无放射性的核,氢原子核的旋磁比最大,不同核的旋磁比也不一样.所以在相同的磁场下,对于两种自旋为 $1/2$ 核,两个塞曼能级间的能量差是不同的,故可用此辨别不同的量子位.如果用合适频率(即射频光子的能量与两塞曼能级的能量差匹配)的电磁波与核自旋体系发生作用,外加的电磁场与微观的核自旋系统的磁耦合产生塞曼能级间的感应跃迁——核磁共振.从经典模型上看,具有磁矩的原子核在外磁场中的自旋运动相当于一个高速旋转着的陀螺.如果不存在摩擦力,它将沿着一个圆锥的表面绕着磁场永远进动下去,其轴或平行或反平行于磁场,如图 2(a)所示.若施加一个射频场在垂直静磁场方向,射频场提供一个旋转的磁场分量,当它与核磁矩以相同的角速度[对应圆频率 $\omega_0 = \gamma B_0$ 就是拉莫尔(Larmor)频率,也称磁共振频率]向同样方向转动

时,它会对核施加一力矩,使核磁矩取向与恒定的静磁场的夹角发生变化,如图 2(b)所示.这个夹角变化的大小正比于射频场作用时间与射频场的振幅的乘积,通常我们称这个变化的夹角为翻转角.当射频场作用一定的时间后(通常持续百万分之几秒),核磁矩的自转轴可转到垂直于恒定磁场方向的平面内,用量子力学的语言来说,此时核自旋同时处于 0 和 1 的状态之中,即核自旋以相同的概率处于平行或反平行磁场取向的状态中,也就是处于 0 和 1 的叠加态,如图 2(c)所示.

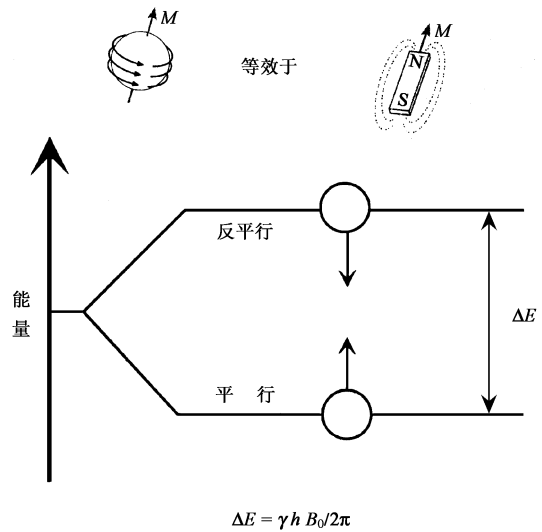


图 1 自旋为 $1/2$ 的核等效于一个微小的条形磁铁,在恒定磁场中的可能取向和相应的塞曼能级

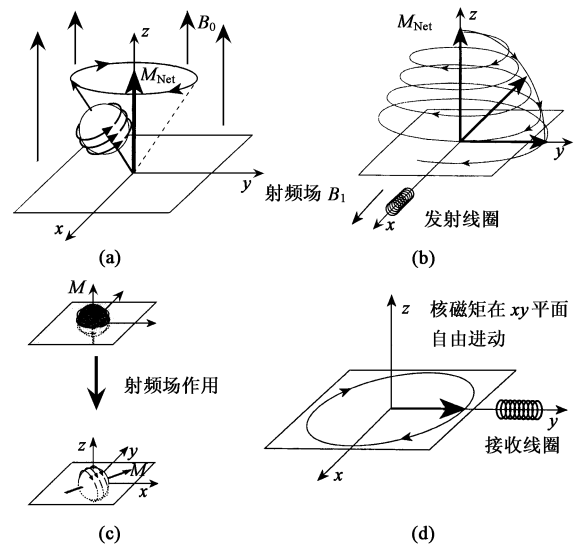


图 2 自旋为 $1/2$ 的核在恒定磁场和射频场作用下的动力学行为示意图

在射频场的作用下,核磁矩将会偏离于静磁场方向,当核磁矩垂直于恒定磁场方向时,关闭射频场,垂直于静磁场方向的单个核磁矩绕着静磁场方向进动,同时发射极其微弱的射电信号,如图 2(d) 所示.不过现在任何 NMR 仪器还无法探测到这种极其微弱的射电信号.然而在通常 NMR 实验中,使用的宏观样品中大约含有 10^{17} 个分子,而在恒定磁场中和室温下,这些分子中的核磁矩是随机分布的(平行于或反平行于磁场),从而它们的影响相互抵消.尽管如此,沿着磁场方向取向的自旋比反平行于磁场方向取向的自旋数目大约多出 10^{13} 个,从而产生了一个沿着磁场方向的宏观磁化强度矢量.当使用射频脉冲将磁化强度矢量偏离静磁场方向时,磁化强度矢量将沿静磁场方向进动,发出的射频信号可被 NMR 仪器探测到.正是由于 NMR 信号的低灵敏度,无法探测到单个自旋体系吸收或发射的信号,所以在 NMR 量子计算中,使用大量的分子中核自旋来共同表达每一个量子位,但是测量的信号仅仅来自于在两个塞曼能级上分子剩余布居的贡献.由于射频接收线圈只对横向平面内扫动的磁化强度敏感,横向磁化强度进动时发出的信号可被接收并放大,也就是对横向磁化强度的测量.从微观上看,各分子内的核自旋体系遵从量子力学的规律,由于不同的分子中核自旋体系之间相互作用小,并且射频脉冲的波长(约 1 m)远大于样品线度(约 0.005 m),射频脉冲可以同步地和相干地对整个样品分子中每一自旋作相同操纵,在每一分子内完成量子并行计算,所以每一分子就可以看成一个独立的量子计算机.然而无法单独提取每一分子的计算结果,在 NMR 中,某一观测量的测量结果是样品中所有分子相应观测量贡献的总和,观测量的测量结果正比于观测量的系综平均值,这里涉及到两种性质完全不同的统计平均,即在每一分子内部的量子力学的统计平均和所有分子平均贡献的经典统计平均.我们从这个意义上称 NMR 量子计算机是系综量子计算机.

分子中的原子核除感受到的恒定磁场外还会受到核外电子云的影响,即分子中的电子云会屏蔽掉外加磁场的极小一部分(约外加磁场的百万分之一),而且在不同的化学环境下电子云屏蔽效果是不同的,在 NMR 中,用化学位移来表征这一屏蔽作用的相对大小.分子中同一种核在不同的化学环境中有不同的化学位移,也就是在不同的化学环境中同一种核有稍微不同的共振频率,利用这一点可将分

子中几个同一种核代表的几个量子位在频率空间地址化.这正是我们使用同核体系作量子计算的基础.

在溶液中的每一个分子都是一个独立量子计算机.如果分子中只含有一个自旋为 $1/2$ 的核,除了表示一个量子位外,它不能完成任何量子计算.因为即使最简单的量子计算也常常需要实现两个自旋间的受控转动,即完成所谓的受控非门[也常称为异或(XOR)门]操作.理论上已证明^[41],完成任何类型量子计算的逻辑门可通过对单个自旋的转动操作和受控非门的适当组合来实现.单个自旋的转动可通过适当组合的脉冲系列简单地实现^[51].上面讨论的在自旋为 $1/2$ 的核自旋体系实现叠加态就是自旋一个 90° 的转动.

假定分子中含有核自旋为 $1/2$ 的两种核(暂称为 I 核和 S 核),在同一分子中,在 I 核和 S 核之间存在着两种类型的磁相互作用.一是 I 核和 S 核的核磁矩直接的偶极-偶极相互作用,但是由于分子无规快速的翻滚运动而被平均掉.另一种是在 I 核和 S 核之间的间接相互作用,I 核的核磁矩和 S 核的核磁矩通过围绕在 I 和 S 核外电子云间接传递相互作用,使 I 和 S 两核核磁矩产生能量耦合(在 NMR 中称为 J 耦合).非常幸运的是,这种间接耦合不会被分子的随机翻滚而平均掉,并且在通常的条件下是一种较弱的相互作用.它具有较为简单的相互作用形式,通过这种相互作用和射频脉冲可方便地实现在同一分子内 I 核和 S 核之间的受控转动^[61].在分子内 I 核和 S 核存在 J 耦合时,I 核感受到的静磁场为 $B_I = B_0(1 - \sigma) \pm B'$,这里 σ 是 I 核的核磁屏蔽常数, B' 为 S 核核磁矩在 I 核处所产生的局部磁场.当 S 核处于沿着外磁场方向取向时(即处于 α 态),对应于正号;当 S 核处于反平行外磁场方向取向时(即处于 β 态),对应于负号.这时 I 核绕外加静磁场进动的角速度依赖于 S 核的两种状态,也就是当 S 核处于 α 态时,I 核绕外加静磁场进动的角速度比当 S 核处于 β 态时快,如图 3(a) 所示.若在以圆频率 $\omega_I = \gamma_I B_0(1 - \sigma)$ 旋转的坐标系看,当 S 核处于 α 或 β 态时,I 核绕外加静磁场进动的角速度正好相反.同理,S 核绕外加静磁场进动的角速度依赖于 I 核的两种状态.现在假定 S 核处于 α 态,I 核处于 α 或 β 态时,如果在垂直于静磁场方向的平面内某一方向上对 I 核加一合适的射频脉冲,将处于 α 态 I 核的核自旋转动到垂直于静磁场方向的平面内某一方向(而 I 核处于 β 态时,核自旋方向正好与此方向相反),如图 3(b) 和 3(c) 所示.此时关闭射频场,I 核

的核自旋绕着静磁场进动,由于S核处于 α 态,其进动速度稍快,当它进动到垂直于静磁场方向的平面内某一方向时,再加上射频脉冲将I核的核自旋转回到它的初始取向,即初态为 α 态时,I核的核自旋还是转回到 α 态;同样,当初态为 β 态时,I核的核自旋转回到 β 态,如图3(d)和3(e)所示.若开始时S核处于 β 态,I核处于 α 态,使用上述类似的步骤,将I核的核自旋转动到垂直于静磁场方向的平面内某一方向(若开始时I核处于 α 或 β 态,在此平面内两态自旋取向正好相反),由于S核处于 β 态,I核的核自旋自由进动速度稍慢,当I核的核自旋进动到某一方向时,对I核加上射频脉冲,将I核的核自旋转到 β 态,即与初态的取向相反,如图3(f)所示.类似地,若开始时I核处于 β 态,I核的核自旋就会转到 α 态,如图3(g)所示.这样就实现了选择性地反转I核的核自旋的取向,这种选择性依赖于S核处于何种取向.这里使用脉冲系列就是在极化转移增强不灵敏核(INEPT)时所用的脉冲系列⁵¹.

分子中S和I核耦合常数为 J ,这样的异核耦合体系在外磁场中有4个本征态,对应的塞曼能级和跃迁如图4(a)所示.溶液中的大量分子按玻尔兹

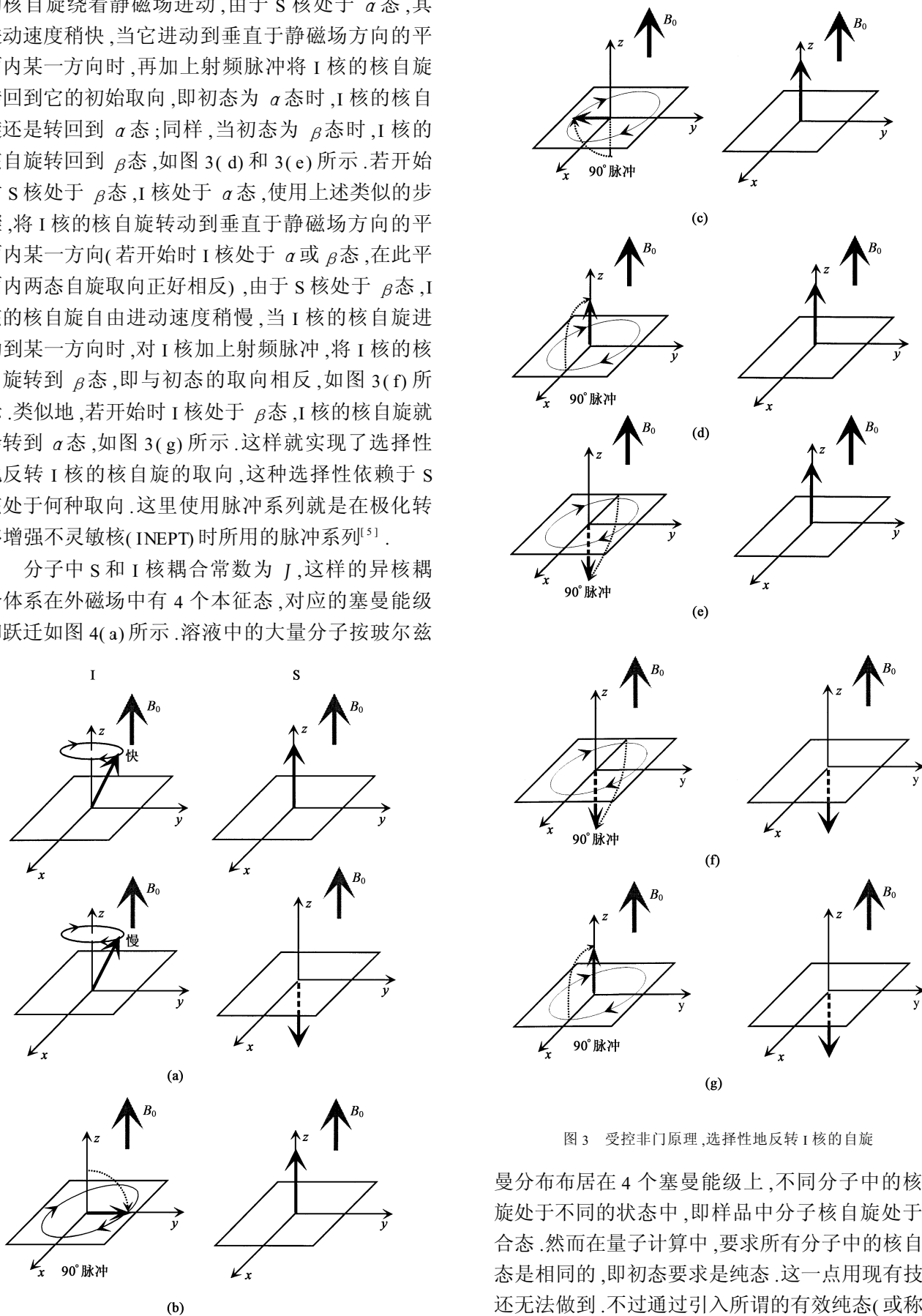


图3 受控非门原理,选择性地反转I核的自旋

曼分布布居在4个塞曼能级上,不同分子中的核自旋处于不同的状态中,即样品中分子核自旋处于混合态.然而在量子计算中,要求所有分子中的核自旋态是相同的,即初态要求是纯态.这一点用现有技术还无法做到.不过通过引入所谓的有效纯态(或称赝

纯态)^[6,7], 同样可完成量子计算. 因为在许多方面有效纯态的行为非常类似于纯态的, 例如它的演化也由么正变换所支配, 观测量的期待值可由系综的平均期待值中获得^[6,7]. 即使一个两量子位的 NMR 量子计算机初态的有效纯态的制备也是一项相当费力的工作. 有效纯态要求将 3 个具有较高能量的塞曼能级上的剩余布居都“搬到”具有最低能量的塞曼能级上, 以致于 3 个具有较高能量的塞曼能级上布居相同, 或者是采用将 3 个具有较高能量的塞曼能级上布居弄成相同, 这时剩余布居核自旋取向就按照要求排列了, 如图 4(b) 所示. 常用制备有效纯态有时间平均^[8]和空间平均^[7]等方法. 在介绍空间平均方法前, 我们先讨论一下横向弛豫的问题, 它涉及到 NMR 量子计算中的退相干问题.

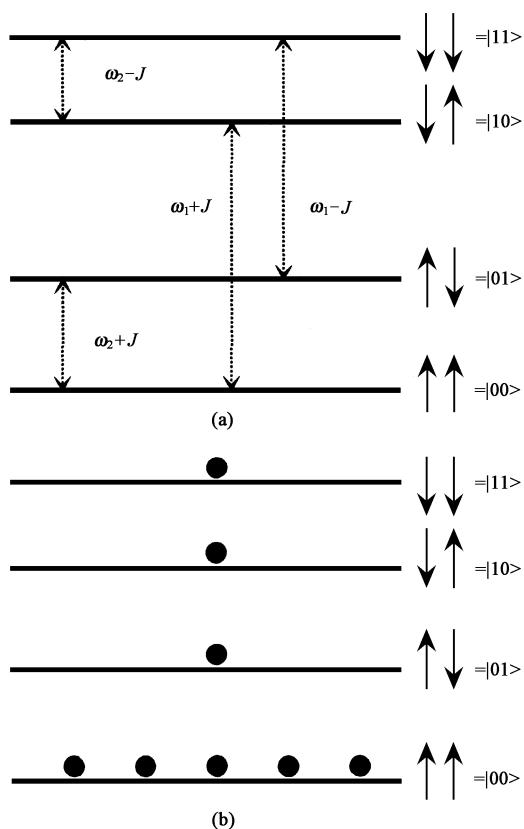


图 4 两个自旋为 1/2 的不同核之间的耦合常数为 J , 在外磁场中的塞曼能级和相应的单自旋跃迁, 以及有效纯态 $|00\rangle$ 示意图

横向弛豫表示在垂直于静磁场方向上横向平面上的净磁化矢量减少的过程. 导致横向弛豫有几种不同的机制. 这里我们只讨论由于静磁场不均匀导致的横向弛豫. 横向净磁化矢量是各个核自旋磁矩的矢量和, 产生一个净横向磁化矢量要求所有核磁

矩相互之间的排列是匹配的, 并且这些核磁矩必须以同一速度进动才能保持相互间的匹配. 从前面的讨论中知道, 核磁矩进动的频率与静磁场强度成正比. 如果核磁矩要以同样的速度或频率进动, 要求静磁场绝对均匀, 以致于在磁场内核随分子从一点运动到另一点, 所感受的场强相同. 如果在磁场内任何一处的核磁矩以同样的速度进动, 这样所有的核磁矩的排列才能保持匹配. 然而事实并非如此. 如果正在进动的核自旋经受的磁场场强的随机变化, 那么其进动的频率也会发生无规律的变化, 因此核磁矩之间将失去相互之间的匹配: 即使开始它们是匹配的, 但随着时间的推移, 它们之间将会越来越不匹配, 就会导致各个核自旋磁矩的矢量和——净横向磁化矢量的减少, 如图 5 所示. 由于发射信号的幅值与净横向磁化矢量直接成正比, 因此发射信号强度减弱. 然而这一过程可用来消去在制备有效纯态过程中出现的不需要的横向磁化矢量.

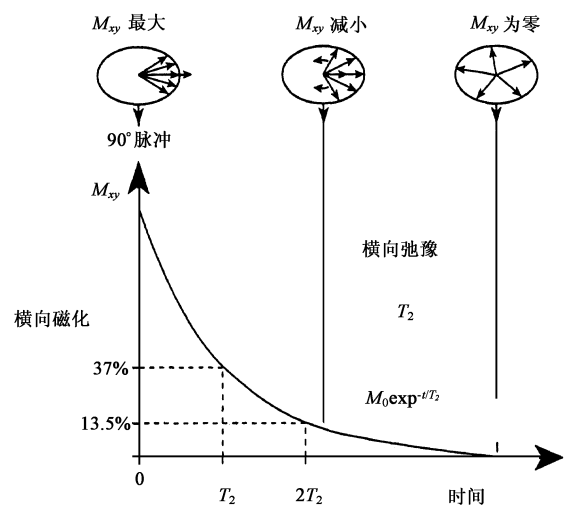


图 5 横向弛豫示意图

如果在静磁场方向 (z 方向) 加上小的梯度磁场, 由于在不同 z 值处各个垂直于 z 的平面上静磁场大小略有不同, 这样各层上的核磁矩将会出现进动速率不一致而出现“散”相, 即 z 轴上的一个截面与另一截面上的横向磁化强度的相位不同步. 由于分子在空间中的随机运动, 这种相位的变化就会是随机的. 由于横向磁化强度在不同横截面上的相散而导致不同层面对总信号的贡献相互抵消, 从空间平均效果上看, 就是横向磁化强度的消失. 由于强大的静磁场 B_0 远大于梯度场, 梯度场导致的小信号差别在 NMR 上无法探测到, 并且梯度场作用时间小

于纵向弛豫的时间,所以在梯度场作用期间, z 方向的纵向弛豫速度不会发生变化,也就是不会影响样品的纵向磁化矢量.空间平均法制备有效纯态的基本思想是使用一系列脉冲和 J 耦合导致的演化,使得 3 个较高塞曼能级上的布居趋于相同,使用梯度场消除在此过程中的不需要的横向磁化.梯度场导致的演化从空间平均上看是一个非幺正的过程^[3].

当使用异核体系作量子计算时,不涉及选择性激发的问题.例如在 11.74T 的磁场下, ^1H 和 ^{13}C 的 NMR 频率分别为 500 MHz 和 126 MHz.但是可用的核仅仅只有几种,如 ^1H , ^{13}C , ^{15}N , ^{19}F , 和 ^{31}P .由于受到商用谱仪发射和接收通道的限制,在多位的量子计算中,必须使用同核体系,这就涉及到使用选择性脉冲.当 ^1H 的 NMR 频率为 500 MHz 时,在简单的有机分子中和不同化学环境下,氢的 NMR 频率变化的范围在 5000 Hz 内,由于频率空间可分辨的限制,所以同核体系的量子位个数受到限制.在磁共振成像中已经发展了很高精度的选择性脉冲^[3].在时域内强的宽度很窄的脉冲(俗称硬脉冲),激发的谱带很宽,而弱的宽度很宽的脉冲(软脉冲),能用于窄谱带的激发.

重聚方法在 NMR 量子计算机中有许多应用,从效果上看它可起到控制 J 耦合的作用,可以抵消一切包括化学位移在内的不同拉莫尔频率引起的效应和激发脉冲产生的横向磁化矢量散开的效应.在异核耦合的情况下,例如 ^{13}C ^1H 耦合体系,当使用一个 90° 射频脉冲将 ^{13}C 的两个磁化分量转到垂直于静磁场的平面内同一方向上,如图 6(a) 所示,就像两个竞技状态不同的运动员站在同一起跑线上,随后开始比赛,其中一个分量对应 ^1H 的 α 态,进动速度稍快,相当于跑得快的运动员,另一分量对应 ^1H 的 β 态,进动速度稍慢,相当于跑得慢的运动员,如图 6(b) 所示.过了很短的一段时间后,快和慢的分量逐渐散开,相当于跑得快的运动员与跑得慢的运动员逐渐拉开距离.如果此时对 ^{13}C 加上一个 180° 的射频脉冲, 180° 脉冲起到镜面反射的作用,这时镜面反射作用使快分量落在慢分量的后面,如图 6(c) 所示. 180° 脉冲相当于一只巨手将两个运动员同时转移到跑道的另一侧,他们继续向前跑,但是方向相反,即在转移后瞬间,原先跑得快的远远落在跑得慢的后面,而那位跑得慢的反而成了第一名.再过很短的一段时间后,快分量会在起跑线处恰好赶上慢分量,也就是跑得快的运动员追赶跑得慢的运动员,他们之间的距离越来越小,并且在短时间内相互靠拢,

在起跑线的地方两人并肩而跑.此刻从效果上看, J 耦合被重聚,如图 6(d) 所示, ^{13}C 和 ^1H 又回到开始的状态,相当于 J 耦合作用被关掉.

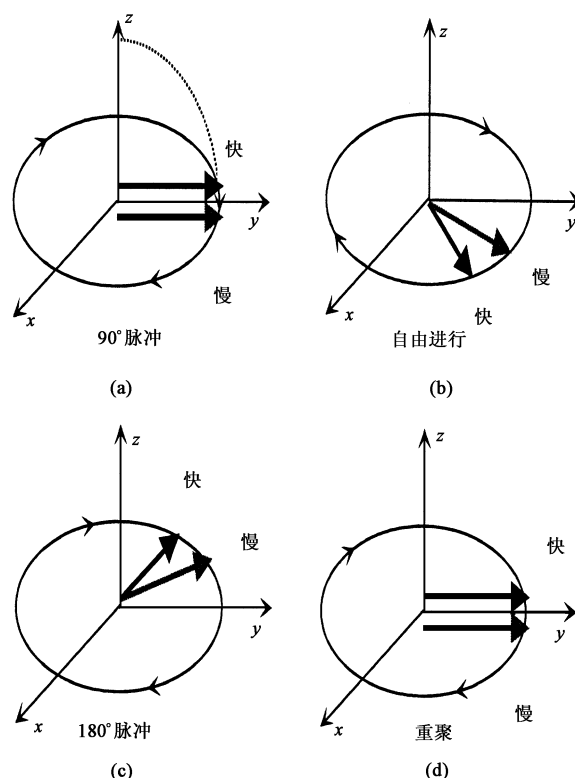


图 6 重聚方法原理示意图

由于在 NMR 中无法测量单自旋的单跃迁,无法实现量子力学意义上的测量.我们所遇到的是大量全同的分子量子计算机,测量的结果是横向磁化矢量的系综测量^[1,3].然而根据相对于热平衡时 NMR 信号的相对相位以及 NMR 谱线在频率空间的位置,可以获得 NMR 量子计算机的结果.此外还可以基于态的层析术,对描述 NMR 量子计算机状态的密度矩阵进行重构,来表征最后的计算结果.

3 进展及目前的困难

使用液相 NMR 技术及同核或异核体系实现了多种量子算法的成功实验演示,其中包括:在二位、三位和五位 NMR 量子计算机上对 Deutsch - Jozsa 量子算法进行了验证^[9];成功实现了二量子位的 Grover 量子搜寻算法^[10];验证了二量子位^[11]和三量子位^[12]量子 Fourier 变换;在二位和三位 NMR 量子计算机上对量子系统的行为进行了模拟^[13];实现了二位的量子检验码^[14]和量子计数^[15];在三量子位的

NMR 量子计算机上成功产生了三位纠缠态(GHZ 态)^[16],量子误码纠正^[17]及实现在分子内的量子隐形传态^[18];在两位的 NMR 量子计算机上实现了量子超密编码^[19];在 NMR 量子计算机上实现了五量子位次序搜寻(order-finding)^[20]和误码纠正^[20]以及在 7 个量子位的 NMR 量子计算机上产生了薛定谔“猫态”^[20]等等.尽管已取得了显著的进展,但目前面临着如下困难:由于 NMR 信号随量子位数的增加而指数下降,现在有效纯态的制备方法无扩展到多量子位,目前预计液相 NMR 量子计算机的量子位可达 10 个^[2,3];相干时间与门操作时间之比较小,无法完成复杂的量子算法;无法重置量子位,以致无法重复实现量子误码纠正;多量子位扩展相当困难,这是由于 NMR 低灵敏度和受可选择核种类及同核频率空间太小限制.理论上证明^[21]:当量子位数小于 12 时,描述 NMR 量子计算机的整体密度矩阵是可分离的,即无纠缠.然而与实验中测量结果相联系的是不同塞曼能级上的剩余布居,而描述剩余布居的行为是所谓的偏差密度矩阵.对应于有效纠缠态的偏差密度矩阵是不可分离的.所以我们认为,尽管在每一个分子内部可以产生不同核自旋态之间的纠缠,宏观测量无法反映纠缠的结果,即纠缠被最大混合态的热噪声所淹没.即使这样,由于我们使用每一分子作量子计算,所以实验上仍可以验证涉及使用量子纠缠特性的量子算法.

4 展望

尽管目前遇到上述困难,液相 NMR 技术仍不失为当前最现实的研究手段.它可用来对量子算法的原理进行验证及对其他量子效应进行模拟.并为其他量子体系实现量子计算提供技术和经验上的积累.同时人们正在探索基于核自旋体系实现实用的量子计算机的新方案.进一步发展的趋向是基于固体 NMR^[22].例如保留 NMR 优点并且克服 NMR 中的缺点的 Kane 方案^[22],氦代色心晶体中核自旋^[3],超

极化^[29] Xe 和 HCl 固体混合物和光泵半导体 NMR^[23]等.液相 NMR 量子计算机使用预极化分子样品,如最近提出的仲氢诱导极化(PHIP)样品^[2],光泵预极化样品等.经过人们不断探索和努力,基于核自旋体系实现量子信息处理,在将来仍然会扮演着重要的角色,并且会取得进一步的发展.

参 考 文 献

- [1] Bennett C H, Di Vincenzo D P. *Nature*, 2000, 404(6775) :247
- [2] Jones J A. LANL e-print, 2000, quant-ph/0002085
- [3] Cory D G *et al.* LANL e-print, 2000, quant-ph/0004104
- [4] Barenco A *et al.* *Phys. Rev. A*, 1995, 52(5) :3457
- [5] Ernst R R *et al.* *Principles of Nuclear Magnetic Resonance in One and Two Dimensions*. Oxford: Oxford University Press, 1987, 1—596
- [6] Gershenfeld N A, Chuang I L. *Science*, 1997, 275(5298) :350
- [7] Cory D G *et al.* *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1997, 94(5) :1634
- [8] Knill E *et al.* *Phys. Rev. A*, 1998, 57(5) :3348
- [9] Chuang I L *et al.* *Nature*, 1998, 393(6681) :143; Jones J A, Mosca M. *J. Chem. Phys.*, 1998, 109(5) :1648; Dorai K *et al.* *Phys. Rev. A*, 2000, 61(4) :042306; Linden N *et al.* *Chem. Phys. Lett.*, 1998, 296(1/2) :61; Marx R *et al.* *Phys. Rev. A*, 2000, 62(1) :012310
- [10] Chuang I L *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 1998, 80(15) :3408; Jones J A *et al.* *Nature*, 1998, 393(6683) :344; Yannoni C S *et al.* *Appl. Phys. Lett.*, 1999, 75(22) :3563
- [11] Fu L *et al.* *Appl. Magn. Reson.*, 2000, 19 :153
- [12] Weinstein Y S *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2001, 86(9) :1889
- [13] Somaroo S *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 1999, 82(26) :5381; Tseng C-H. *Phys. Rev. A*, 2000, 61(1) :012302
- [14] Leung D *et al.* *Phys. Rev. A*, 1999, 60(3) :1924
- [15] Jones J A, Mosca M. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, 83(5) :1050
- [16] Laflamme R *et al.* *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 1997, 356 :1941; Nelson R *et al.* *Phys. Rev. A*, 2000, 61(2) :022106
- [17] Cory D G *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 1999, 81(10) :2152
- [18] Nielsen M A *et al.* *Nature*, 1998, 396(6706) :52
- [19] Fang X *et al.* *Phys. Rev. A*, 2000, 61(2) :022307
- [20] Vandersypen L M K *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85(25) :5452; Knill E *et al.* LANL e-print, 2001, quant-ph/0101034; Knill E *et al.* *Nature*, 2000, 404(6776) :368
- [21] Braunstein S L *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 1999, 83(5) :1054
- [22] Berman G P *et al.* *Superlattices and Microstructures*, 2000, 27(2/3) :89; Kane B E. *Nature*, 1998, 393(6681) :133
- [23] Luo J, Zeng X. LANL e-print, 1998, quant-ph/9811044