

# 串级非线性及其应用\*

郭 儒 李乙钢 凌振芳 潘士宏

(南开大学物理科学学院 天津 300071)

摘 要 文章介绍了串级非线性概念,讨论了串级过程及其物理思想,并指出了它的可能应用.

关键词 串级非线性,非线性相移, $\chi^{(2)}$ 空间光学孤子,孤子感应波导

## CASCADING NONLINEARITY AND ITS APPLICATIONS

GUO Ru LI Yi-Gang LING Zhen-Fang PAN Shi-Hong

(Institute of Physics, Nankai University, Tianjin 300071)

**Abstract** An introduction to cascading nonlinearities is presented. The physical mechanism behind the cascading processes and possible applications are discussed.

**Key words** cascading nonlinearities, nonlinear phase shift,  $\chi^{(2)}$  spatial optical solitons, soliton induced waveguides

### 1 引言

在非线性光学领域内,三阶非线性效应虽比二阶非线性小得多,但由它所导演的非线性光学现象却十分丰富.例如,三次谐频的产生、光学放大、自相位调制、互相位调制、自聚焦、自散焦、光学孤子和光学相位共轭等.但较小的三阶非线性极化率  $\chi^{(3)}$  大大限制了它在诸多方面的实际应用.最近一种称为串级光学非线性(cascading optical nonlinearity)扭转了这一局面.串级非线性是发生在二阶非线性介质中的多步参量过程,通过相继频率上转换和下转换实现的一种有效非线性.研究表明,通过两步  $\chi^{(2)}$  串级过程( $\chi^{(2)} : \chi^{(2)}$ ),可以在低功率下产生出有效的三阶非线性  $\chi^{(3)(1)}$ .进一步研究表明,串级非线性不等同于增强的三阶非线性,它具有相位和振幅调制共存性,但没有  $\chi^{(3)}$  中的非线性吸收和饱和效应.例如,在二次谐波产生的两步串级过程中,再构的基波在一个相干长度内可产生  $\pi/2$  或  $\pi$  这样大的非线性相移<sup>[2]</sup>.通过相位调制可以维持稳定的二维  $\chi^{(2)}$  空间孤子<sup>[3,4]</sup>.最近人们又设计多步串级过程<sup>[5]</sup>,在低功率水平上调动出五阶、七阶等更高阶的光学非线性<sup>[5]</sup>.在近代非线性光学中,高阶非线性有重要的应用<sup>[6]</sup>.这种串级思想甚至还被推广到中心对称的光学介质中,在这种介质中,主要的光学非线性是  $\chi^{(3)}$ .Saltiel 等人<sup>[7]</sup>通过两步  $\chi^{(3)}$  串级过程( $\chi^{(3)}$  :

$\chi^{(3)}$ ),再构基波,产生出显著的自相位调制和互相位调制.并通过适当地选择参量、长度和相位匹配关系,在低功率水平上获得了比固有  $\chi^{(5)}$  大的有效五阶非线性.有趣的是,Stolen 等人在中心对称的光学介质中,通过简并四波混频的光学整流效应,产生空间周期变化的直流极化  $P_{NL}^{(3)}$  ( $0 = \omega + \omega - 2\omega$ ).直流极化强度与束缚电荷有关.束缚电荷又产生出周期变化的直流电场.直流电场破坏了局域反演对称性,从而复建了二阶非线性光学效应.这种周期感应的  $\chi^{(2)}$  自动满足二次谐波产生的相位匹配关系,这样他们在中心对称的光学介质中产生出倍频光<sup>[8]</sup>.这些现象表明,无论在中心对称还是在无中心对称的光学介质中,通过人为设计非线性过程,并控制其参量(如相位匹配等),可以方便地实现所预期的各种非线性光学现象.这种非线性工程无疑在非线性光学领域内将产生深刻的影响.本文重点介绍发生在二阶非线性介质中的串级过程,着重讨论串级非线性的物理思想和它的一些主要特点,并指出它潜在的应用.

### 2 什么是 $\chi^{(2)}$ 串级过程

在具有二阶非线性的介质中,不同频率的混频,

\* 国家自然科学基金(批准号:69776019)资助项目  
2001 - 01 - 08 收到初稿,2001 - 04 - 13 修回

可以发生频率上转换和频率下转换等参量过程,产生出和频(包括倍频)和差频(包括零频),其转换效率和转换方向与参与作用波的相位匹配程度密切相关.一般地说,这种转化随传播距离周期变化.只有在严格的相位匹配条件下,才会发生单方向的转换,例如产生出二次谐波.为了实现相位匹配,人们想了不少方法,一种称为准相位匹配(QPM)的技术较方便地解决了各种相位匹配问题<sup>[9]</sup>,从而大大地提高了倍频的转化效率.与此同时,人们又思索着另一个问题,在相位失配情况下,频率转换过程是互逆的,当频率上转换后,在接着发生的频率下转换的过程中,是否仅仅是简单的重复原始初态,还是有更新的现象发生?这就是串级过程的渊源.例如,基频( $\omega$ )波通过二阶非线性介质产生倍频( $\omega + \omega = 2\omega$ )光,新生的倍频光在同一个相位匹配关系下发生频率下转换( $2\omega - \omega = \omega$ )时,将再构基频( $\omega$ )波.研究发现,如此再构的基波较原基波不仅在振幅上发生了调制变化,而且还产生显著的相位调制,这是一种新的非线性效应.因此,通过这种两步 $\chi^{(2)}$ 串级过程,为实现全光学处理开创了一个新的方向,有关这方面的评述见文献[4].Koynov等人又提出了多步串级思想<sup>[5]</sup>.在二阶非线性介质中,通过一连串参量过程,例如, $\omega + \omega = 2\omega, 2\omega + \omega = 3\omega, 3\omega - 2\omega = \omega$ 或 $3\omega - \omega = 2\omega, 2\omega - \omega = \omega$ ,再构基频( $\omega$ )波.在这种多步串级过程中,同时涉及两个不同的 $\chi^{(2)}$ 非线性过程和两个相位匹配关系,这可以通过准相位匹配(QPM)技术较方便地实现.研究发现,多步串级不仅产生了大的非线性相移,还大大降低了对入射光强的要求,仅仅是二步串级过程中光强的四分之一.这为实现低功率全光学开关大大地迈进了一步.不过,这种串级过程要求材料对谱段 $\omega-3\omega$ 范围都应该是透明的.从实用上看,这常常是困难的.因此人们又设想能否像二步串级过程那样,仅涉及两个频率( $\omega, 2\omega$ ),又能具备多步串级过程优点的方案呢?最近Kivshar等人从正面回答了这一问题<sup>[10]</sup>.他们利用两个同频率( $\omega$ )正交偏振的基频波,在 $\chi^{(2)}$ 介质中,通过矢量作用实现多步串级过程.他们称其为二色多步串级过程.这个方案不仅对材料的透明性降低了要求,而且又增加了选择参量控制的自由度.在这种多步串级过程中,不仅可以产生有效的高阶非线性( $\chi^{(3)}, \chi^{(5)}, \chi^{(7)}$ )从而引起大的非线性相移<sup>[11]</sup>,还可以引起偏振态的旋转<sup>[12]</sup>,而且通过双波 $\chi^{(2)}$ 空间孤子,还可以实现光波的互导<sup>[16]</sup>.下面对此作一介绍.

### 3 非线性相移和偏振态旋转

一束频率为 $\omega$ 的平面波入射在 $\chi^{(2)}$ 介质中,由倍频过程产生二次谐波( $2\omega$ ).在同一个相位匹配关系下,通过二步串级过程的频率下转换,再构基波( $\omega$ ).两个波的慢变化振幅由如下—对耦合波方程描述:

$$\frac{dA}{dz} = -i\sigma SA^* e^{-i\Delta kz}, \quad \frac{dS}{dz} = -i\sigma A^2 e^{i\Delta kz}, \quad (1)$$

其中 $A, S$ 分别是基频、倍频光复振幅. $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega} = 2\omega(n_{2\omega} - n_{\omega})/c$ 是波矢失配(相位失配).非线性耦合系数 $\sigma$ 正比二阶非线性极化率 $\chi^{(2)}(2\omega)$ .由耦合方程(1)可给出解耦的 $A$ 的方程.取形为 $A = ae^{i\varphi^{NL}(z)}$ ( $a$ 是常数)的解,给出基波的非线性相移是

$$\Delta\varphi^{NL} = \varphi^{NL}(L) - \varphi^{NL}(0) = \frac{\Delta kL}{2} \left( 1 - \sqrt{1 + \left( \frac{2\Gamma}{\Delta k} \right)^2} \right) \approx -\frac{\Gamma^2 L}{\Delta k} + \frac{\Gamma^4 L}{\Delta k^3} - \dots, \quad (2)$$

式中 $\Gamma^2 = \omega^2 (\chi^{(2)})^2 a^2 / 4c^2 n_{\omega} n_{2\omega}$ .上式表明,在 $|\Delta kL| > 2\Gamma L$ 情况下,由串级过程再构的基波其非线性相移正比于光强 $a^2$ [见(2)式右边第一项],这正是三阶非线性的光克尔效应.有效光克尔系数 $n_2^{\text{eff}}$ 正比于 $\chi^{(2)}$ 的平方,反比于波矢失配 $\Delta k$ .基波的非线性相移来自二次谐波的回赠.如果进一步考虑基波的振幅调制变化,基波的非线性相移会发生 $\pi/2$ 台阶式变化<sup>[12]</sup>.这种非线性台阶式跃变可理解如下:在二次谐波产生过程中,基波电场引起介质极化,产生频率为 $2\omega$ 的二阶非线性极化 $P_{NL}^{(2)}(2\omega = \omega + \omega) = \epsilon_0 \chi^{(2)} A^2 e^{i(2\omega t - 2kz)}/2$ .该极化波是在基波驱动下产生的,它的传播速度 $v_{2\omega} = c/n_{2\omega}$ 与基波相同.非线性极化 $P_{NL}^{(2)}(2\omega)$ 辐射的二次谐波在介质中却以 $c/n_{2\omega}$ 速度传播.对正常色散介质, $n_{\omega} < n_{2\omega}$ ,倍频光将落后于基频波,这就是说,若在某处(例如 $z_1$ )由 $P_{NL}^{(2)}(2\omega)$ 产生二次谐波,当它运行到 $z_2 > z_1$ 处时,它与在 $z_2$ 处产生的倍频光不具有相同的相位,相位的滑动引起基频和倍频光之间的相位差 $\Delta\varphi = \varphi^{NL} - 2\varphi^{NL}$ ,这个相位差影响二次谐波产生的转换效率.由于波振幅的空间变化率正比于 $\sin(\Delta\varphi)$ ,当 $\Delta\varphi$ 从零增长到 $\pi$ 时,将引起转换方向的变化.这就是说,经一个相干长度( $l_c = \pi/\Delta k$ )距离后,基波耗至最小,二次谐波增长到最大.但同时,转换方向发生逆转,开始由倍频光向基频光下转换,再构基波.再构的基

波是由  $P_N^{(2)}(\omega = 2\omega - \omega) = \epsilon_0 \chi^{(2)} SA^* e^{i(\omega - (k_2\omega - k_1\omega)z)}$  极化波产生的, 它们的传播速度是  $c/(2n_{2\omega} - n_\omega)$ . 而残留的基波(未转换的), 以  $c/n_\omega$  的速度传播. 因此, 残留的和再构的基波具有不同的相位和振幅. 它们合成的基频( $\omega$ )波的相位随传播距离增长, 这就导致了基波非线性相位的积累. 尤其是在基波降落到低谷区时, 由  $Id \varphi_N^N/dz = \text{常数}$  可知, 非线性相移的变化最大. 这就是基波在耗尽区发生台阶非线性相移变化的原因(见图1). 特别是在多步串级过程中, 由于进一步调出更高阶的有效非线性, 在低光强条件下, 可以产生出相当大的非线性相移.

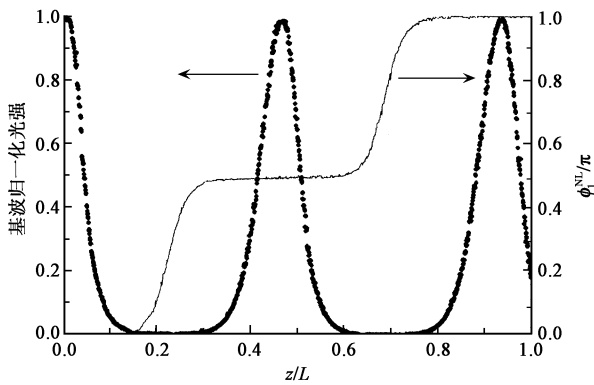


图1 基波振幅和相位在转换过程中的变化

下面再以二色多步串级过程为例进一步说明这种低功率、大相移的物理过程.

首先由基波  $A$  通过  $AA-S$  产生倍频光  $S$ , 然后通过频率下转换  $SA-B$  产生与  $A$  正交偏振的基频光  $B$ . 这样两个过程可由两个不同的二阶非线性极化率张量元  $\chi^{(2)}$  完成. 为了再构基波  $A$ , 可以通过如下两步、三步或四步串级过程实现:

$$\begin{aligned} AA-S & \quad \quad \quad SA-A \\ AA-S \quad SA-B & \quad \quad SB-A \\ AA-S \quad SA-B \quad AB-S & \quad SA-A \\ AA-S \quad SA-B \quad AB-S & \quad SB-A \end{aligned}$$

相应的耦合波方程是<sup>[11]</sup>

$$\frac{dA}{dz} = -i q \tilde{S} A^* - i \alpha_2 \tilde{S} B^*, \quad (3.1)$$

$$\frac{d\tilde{S}}{dz} + i \Delta k_1 \tilde{S} = -i q A^2 - i 2 \alpha_2 AB, \quad (3.2)$$

$$\frac{dB}{dz} + i(\Delta k_1 - \Delta k_2) B = -i \alpha_2 \tilde{S} A^*, \quad (3.3)$$

式中  $\tilde{S} = S e^{-i \Delta k_1 z}$ ,  $B = B e^{-i(\Delta k_1 - \Delta k_2)z}$ ,  $A$  和  $B$  是两个正交偏振的基频波的复振幅,  $S$  是倍频复振幅,  $\Delta k_1$ ,  $\Delta k_2$  分别对应两个过程的相位失配.  $q$ ,  $\alpha_2$  正比相应的  $\chi^{(2)}$  张量元. 如果  $|(\Delta k_1 - \Delta k_2)L| \gg 1$ , 那么可

忽略(3.3)式中导数项, 从而给出  $\tilde{B} = -\alpha_2 \tilde{S} A^* / (\Delta k_1 - \Delta k_2)$ , 将其代入(3.2)式, 在基波未耗尽近似下, 可给出  $\tilde{S} = -\alpha A^2 (1 - e^{-i \Delta k z}) / \Delta k$ , 式中  $\Delta k = \Delta k_1 - 2 q |A|^2 / (\Delta k_1 - \Delta k_2)$ , 将  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{S}$  的表达式代回到(3.1)式, 并取  $A = a e^{i \varphi_A^N}$ , 基波的非线性相移是

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_A^N &= \frac{q^2 a^2 L}{\Delta k} [1 - \text{sinc}(\Delta k L)] + \\ & \frac{2 q^2 \alpha_2 a^4 L}{\Delta k^2 (\Delta k_1 - \Delta k_2)} [1 - \text{sinc}(\Delta k L)] \quad (4) \\ & \approx \frac{q^2 a^2 L}{\Delta k} \left( 1 + \frac{2 q^2 a^2}{\Delta k (\Delta k_1 + \Delta k_2)} \right). \end{aligned}$$

(4) 式中最后一式是在  $\text{sinc}(\Delta k L) \equiv \sin(\Delta L) / \Delta k L \ll 1$  近似下给出的. 它指出基波的非线性相移由两项组成; 第一项正比于光强( $a^2$ ), 它是二步  $\chi^{(2)}$  串级过程感应的立方非线性效应( $\chi^{(3)}$ ); 第二项正比于光强平方( $a^4$ ), 它是多步  $\chi^{(2)}$  串级过程感应的五阶非线性( $\chi^{(5)}$ )效应. 与材料直接的  $\chi^{(5)}$  相比, 这是低功率光强下在  $\chi^{(2)}$  介质中感应的一种有效  $\chi^{(5)}$  非线性. 由(4)式知, 这种非线性还可以通过调节相位失配参量  $\Delta k_1$ ,  $\Delta k_2$  来改变非线性的大小和符号, 这为实现非线性的有效控制提供了方便.

这种多步串级过程还可引起偏振态的旋转. 众所周知, 有多种方法可以使入射光波的偏振态发生旋转. 例如, 光通过双折射半波片, 通过旋光物质等. 多步串级过程也可以方便地实现全光学偏振态旋转<sup>[12]</sup>. 如上所述, 通过倍频过程  $AA-S$ , 由基频产生倍频, 然后通过差频过程  $SA-B$  产生正交偏振的基频( $\omega$ )光  $B$ . 新生的  $B$  和  $S$  再通过  $SB-A$  过程再构基波. 在这种多步串级过程中, 二次谐波  $S$  的回赠不仅使基波  $A$  累积了大的非线性相移, 而且它还引起两个正交偏振基波的振幅耦合作用, 发生能量从  $A$  到  $B$  的转移, 从而将  $A$  偏振态入射光转换成正交偏振的出射光  $B$ (见图2).

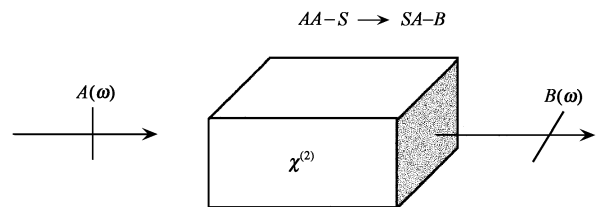


图2 多步串级过程中的偏振态旋转

#### 4 空间孤子和参量孤子感应波导

串级光学非线性的另一个重要应用是通过光束

互陷,形成光学空间孤子.为了简单,取一维平面波导几何,光束仅在一个横向维( $x$ 方向)发生衍射,光场是坐标 $x, z$ 的函数.在 $\chi^{(2)}$ 介质中,基波 $A$ 和它产生的倍频光 $S$ 的耦合方程是

$$\begin{aligned} 2i k_1 \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \chi_1 S A^* e^{-i\Delta k z} &= 0, \\ 4i k_1 \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + 2 \chi_1 A^2 e^{i\Delta k z} &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\chi_1 = 2 k_1 q$ ,利用如上讨论的方法,可给出 $A$ 的方程:

$$2i k \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\chi_1^2}{2 k_1 \Delta k_1} |A|^2 A = 0. \quad (6)$$

该方程形式上等同于在光克尔介质中的自聚焦方程.仅仅是 $\chi_1^2/2 k_1 \Delta k$ 代替了 $n_2 k_1^2 \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}$ .但两种过程的物理机制十分不同.在光克尔 $\chi^{(3)}$ 介质中,光束自陷作用是由光强感应折射率变化引起的;这里是在 $\chi^{(2)}$ 介质中通过串级过程发生的双光束的互陷作用.这种互陷过程可以理解如下:由于倍频光的振幅正比于基波振幅平方 $A^2(x, z)$ ,而 $A^2(x, z)$ 较 $A(x, z)$ 沿 $x$ 分布更窄.在倍频光回串再构基波过程中,基波振幅的变化正比于 $S(x, z) A^*(x, z)$ ,二次谐波起着波导作用,使沿 $z$ 传播再构的基波较未转换的基波更局域化,形成串级互陷.当这种互陷作用正好抵消沿 $x$ 方向光束的衍射效应时,便形成 $\chi^{(2)}$ 双波孤子.显然,这种互陷作用不局限于一维,可以推广到二维,形成二维空间孤子,这在克尔介质中是不存在的.

通过多步串级过程,不仅可形成双波 $\chi^{(2)}$ 空间孤子,而且它们作为一种参量波导,可导引其他光模.这种全光学波导效应具有潜在的应用价值.在 $\chi^{(2)}$ 波导几何中,如果同时存在两个正交偏振的倍频过程,即 $AA-S, BB-S$ .在多步串级过程中,二次谐波孤子 $S$ 形成有效波导.与 $A$ 正交偏振的 $B$

波,在小振幅近似下,可作为该波导的波导模在其中传播.而且,这种双波 $\chi^{(2)}$ 孤子是多模波导.显然,这是一种全新的全光学波导效应.

## 5 结论

以上我们从非线性相移、偏振态旋转、空间孤子和孤子感应波导几个方面讨论了串级非线性的物理思想和可能应用.从中不难看出,串级过程的核心是由二阶非线性产生的和频或倍频光的正反馈作用,这种经反馈后的再构基波,在振幅和位相上都发生调制变化,这种所谓的串级非线性效应无疑为全光学、全方位光学处理提供了一种全新的手段,很值得探索其潜在的应用.

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Desalvo R, Hagan D J, Bahae M S *et al.* Opt. Lett., 1992, 17: 28
- [ 2 ] Stegeman G, Bahae M S, Stryland E W V *et al.* Opt. Lett., 1993, 18: 13
- [ 3 ] Buryak A V, Kivshar Y S. Opt. Lett., 1994, 19: 1612; 1995, 20: 834
- [ 4 ] Stegeman G, Hagan D J, Torner L. Opt. Quantum Electron, 1996, 28: 1691
- [ 5 ] Koynov K, Saltiel S. Opt. Commun., 1998, 152: 96
- [ 6 ] Wright E M, Lawrence B L, Torruellas W *et al.* Opt. Lett., 1995, 20: 2481
- [ 7 ] Saltiel S, Tanev S, Boardman A D. Opt. Lett., 1997, 22: 148; Phys. Rev. A, 1998, 57: 3028
- [ 8 ] Stolen R H, Tom W K. Opt. Lett., 1987, 12: 585
- [ 9 ] Fejer M M, Magel G A, Jundt D H *et al.* IEEE Quantum Electronics, 1992, 28: 2631
- [ 10 ] Kivshar Y S, Sukhorukov A A, Saltiel S M. Phys. Rev. E, 1999, 10: R5056
- [ 11 ] Saltiel S, Koynov K, Deyanova Y *et al.* J. Opt. Soc. Am. 2000, B17: 959
- [ 12 ] Saltiel S, Deyanova Y. Opt. Lett., 1999, 24: 1296

## 一句话新闻

英国剑桥大学皇家天文学和皇家学会教授 Martin Rees 获得了 2001 年 Gruber 宇宙学奖, (Gruber 宇宙学奖是全世界唯一对宇宙学方面的研究设立的,它由 P. Gruber 基金会提供),以表彰 Rees 教授对宇宙学研究方面的巨大贡献,其中包括:宇宙微波方面的基础、类星体、黑洞和 $\gamma$ 射线爆炸等.这些研究都加深了人类对宇宙的认识.

(云中客摘自 Physics Web., 2001 年 9 月 13 日)