

# 微波异常传播中的负折射率问题\*

黄志洵<sup>1)</sup>

(北京广播学院通信工程系 北京 100024)

**摘要** 给出关于电磁波折射率理论的评述,重点介绍了美国圣迭戈加州大学(UCSD)研究组关于负折射率的实验,该实验证明左手化物质(LHM)确实呈现负折射率。

**关键词** 微波异常传播,负折射率,Snell定律,左手化媒质

## NEGATIVE REFRACTIVE INDEX PROBLEM IN MICROWAVE ANOMALOUS PROPAGATION

HUANG Zhi-Xun

(Department of Communication Engineering, Beijing Broadcasting Institute, Beijing 100024, China)

**Abstract** A review is presented of the refractive index theory in electromagnetic waves propagation. Experimental studies on the negative refractive index(NRI) are reviewed, with particular reference to the work at the Univ. of California at San Diego. The experiments confirm that left handed media do indeed exhibit negative refraction.

**Key words** microwave anomalous propagation, negative refraction index(NRI), Snell's law, left-handed medium (LHM)

### 1 引言

2001年4月6日,美国著名刊物《Science》发表了题为“负折射率的实验证明”的论文<sup>[1]</sup>。虽然此前已有报道<sup>[2,3]</sup>,但由著名的科学刊物正式发表关于负折射率的文章尚属首次。我们知道,自然界的一切物质的折射率均为正值( $n > 0$ ),从来不曾已知材料中观察到负折射率( $n < 0$ ),因此美国科学家的新研究成果在学术界和新闻界都颇为轰动。实验是在微波段(而非光频段)完成的,结果完全符合一年前(2000年初)的预言:微波波束从样品中出来后,其方向与传统的Snell定律的叙述不同。

所谓微波异常传播(anomalous microwave propagation)的概念是美国Wisconsin州Marquette大学的G.C.Giakos和T.K.Ishii于1991年提出的<sup>[4,5]</sup>,内容是说测量了微波脉冲在自由空间和波导中的传播,发现有现象与传统理论不相符——认为与脉冲前沿相关的部分能量以相速(光速或超光速)传播,而传统上认为的“信号以群速传播”在实验中却观测不到。论文发表后,国外有人发表不同意见;但是,“微波异常传播”一词却流传下来,用以描写实验中发现

的一些反常现象<sup>[6,7]</sup>。笔者认为,2000年春季美国物理学会会议期间由圣迭戈加州大学(UCSD)科学家宣布的“负折射率实验”,在本质上属于微波异常传播的范畴之内。

### 2 基本定义与基本关系式

电磁学的早期即由实验发现了以下规律:各向同性介电物质中电位移矢量与电场强度矢量方向一致,大小成正比,故有

$$D = \epsilon E,$$

式中 $\epsilon$ 是比例系数,称为介电率或介电常数。另外,实验还证明,对各向同性非铁磁性物质,磁感应强度矢量与磁场强度矢量方向一致,大小成正比,故有

$$B = \mu H,$$

式中比例系数 $\mu$ 称为导磁率。 $\epsilon$ 和 $\mu$ 被看成表征物质电磁性质的宏观参数。

在自由空间(无电荷源及传导电流),由麦克斯

\* 2001-05-08收到初稿,2001-07-09修回

1) 中国科学院电子学研究所客座研究员;中国电子学会电磁波波速专家工作组组长

韦方程组导出的电磁波波方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0,$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0,$$

由此得无色散电磁波传播速度

$$V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}, \quad (1)$$

式中  $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$ , 是相对介电常数;  $\mu_r = \mu / \mu_0$ , 是相对导磁率;  $\epsilon_0, \mu_0$  则为  $\epsilon, \mu$  在真空中的值; 而  $c$  为自由空间(真空中)光速,

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (2)$$

回顾这些基本关系式的必要性将在本文后面说明. 实际上, 按照麦克斯韦场理论, 电磁作用过程是经过场(波)而完成的, 在真空条件下, 这个作用传递的速度就是  $c$ . 可见, 麦克斯韦由于提出电磁场方程组而被后人认为是伟大的科学家这点没错; 但由于时代的局限(经典场论产生于距今 136 年前), 他的理论不可能解释近年来以量子力学、量子光学为基础而完成的超光速、超慢光速实验.

那么, 媒质的折射率应如何定义? 图 1 表示媒质 1 中的入射波向媒质 2 中折射, 虚线  $AC, BE$  为波前. 由于  $\overline{AB} = \overline{CB} \sin \theta_1 = V_1 t$ ,  $\overline{CE} = \overline{CB} \sin \theta_2 = V_2 t$ , 故有

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (3)$$

这个比值被称为波的折射率, 用  $n$  表示,

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (4)$$

如  $\epsilon_1 = \epsilon_0, \mu_1 = \mu_0$  (媒质 1 为真空),  $\epsilon_2 = \epsilon, \mu_2 = \mu$  (媒质 2 为介质  $\epsilon, \mu$ ), 则有

$$n = \sqrt{\epsilon \mu}. \quad (5)$$

上述关系也可由(1), (2)式联立而得:

$$n = \frac{c}{V} = \sqrt{\epsilon \mu}. \quad (5a)$$

在上述推导中, 折射率不是以  $n^2$  形态出现, 故即使  $\epsilon < 0, \mu < 0$ , 仍有  $n > 0$  (即折射率恒为正值).

(3) 式即 Snell 定律, 由它可计算折射波前进的方向(即角度  $\theta_2$ ). 式中  $V_1, V_2$  均为相速.

### 3 电介质理论与负折射率的由来

1837 年, 法拉第最先提出电介质在电场中极化

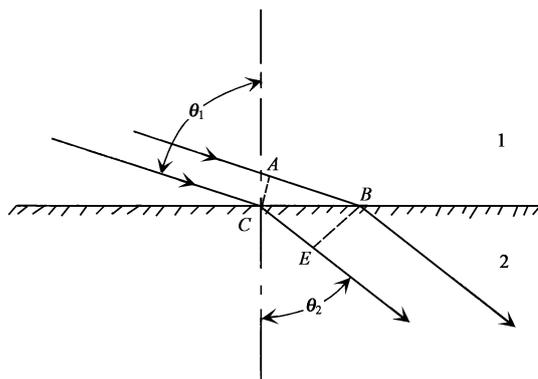


图 1 电磁波在界面的折射

的概念. 1850 年, O. F. Mosotti 提出了电介质极化理论方程<sup>[8]</sup>:

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \cdot \frac{M}{\rho} = \frac{4\pi}{3} N_A a_0, \quad (6)$$

式中  $M$  是分子量,  $\rho$  是电介质密度,  $a_0$  是空气分子平均极化率,  $N_A$  是阿伏伽德罗常数. 由于 R. Clausius 也曾导出此式, 上式称为 Clausius-Mosotti 方程. 它的适用范围是: 非极性分子、低密度介质. 推导时用许多导体圆球代表分子.

1880 年, H. A. Lorentz 和 L. V. Lorenz 用光学方法导出了一个包含折射率的公式, 称为 Lorentz-Lorenz 方程<sup>[8]</sup>:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{M}{\rho} = \frac{4\pi}{3} N_A a_0. \quad (7)$$

对比(6), (7)两式, 得

$$n^2 = \epsilon_r, \quad (8)$$

其应用范围仍为非极性分子.

对于极性分子的媒质, 1912 年, 德拜给出<sup>[8]</sup>:

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \cdot \frac{M}{\rho} = \frac{4\pi}{3} N_A \left[ a_0 + \frac{u^2}{3kT} \right], \quad (9)$$

式中  $u$  为电偶极矩,  $k$  为玻尔兹曼常数,  $T$  为绝对温度. 上式说明, 静电场中总极化由诱导(变形)极化和取向极化两种作用组成. 如分子  $u = 0$ , 德拜方程简化为 Clausius-Mosotti 方程. 但如外场为交变电场, 要考虑极性分子的弛豫时间( $\tau$ )的影响, 这时(9)式改为

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \cdot \frac{M}{\rho} = \frac{4\pi}{3} N_A \left[ a_0 + \frac{u^2}{3kT} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau} \right], \quad (10)$$

可见, 弛豫时间的影响是由取向极化率的改变而实现的.

因此, 对极性分子媒质而言, 只有  $\omega\tau \ll 1$ ,  $\epsilon_r$  (以及  $n$ ) 才与频率无关,  $n^2 = \epsilon_r$  才成立. 总的讲, 当  
物理

频率  $f < 100\text{GHz}$  时,  $\tau$  的影响可不考虑, (8) 式保持正确. 这就不难理解, 后面我们要说到的近年来的负折射率研究是在微波段(10GHz 以下) 取得成功的原因.

1968 年, 前苏联物理学家 V. G. Veselago<sup>[9]</sup> 提出左手化媒质(left handed medium, LHM) 的物理思想, 该理论认为光(或微波) 穿过 LHM 时将射向与 Snell 定律不同的方向. 最近(2001 年 4 月 6 日) 出版的《Science》杂志发表了 R. A. Shelby, D. R. Smith 和 S. Schultz 的论文“负折射率的实验证明”<sup>[11]</sup>, 其中讲到在一般条件下有

$$n^2 = \epsilon_r \mu_r, \quad (11)$$

故有

$$n = \pm \sqrt{\epsilon_r \mu_r}. \quad (11a)$$

这里的负号不能随便丢掉. 在某种材料同时具有  $\epsilon_r < 0, \mu_r < 0$  时, 上式右端可能应取负值. 对此我们再略加解释.

接近透明媒质的折射率函数  $n(\omega)$  的实部通常是正值. D. R. Smith 和 N. Kroll 分析了电流源向一维左手化媒质(LHM) 辐射的情况(该媒质的介电常数和导磁率均为负), 对  $n(\omega)$  函数的深入分析, 证明在某个频区  $\text{Re}[n(\omega)]$  实际上必须为负值. 实际上, 这样做的必要性和正确性不仅是思辩的结果, 而且有了实验证明<sup>[1, 31]</sup>.

#### 4 右手化媒质与左手化媒质

虽然自然界所有已知的材料是呈现正折射率, 具有负折射率的材料在理论上却有可能, 并不违反任何物理定律. 前者称为右手化媒质(right handed medium, RHM); 后者称为左手化媒质(left handed medium, LHM). LHM 的电磁特性与常见的 RHM 相反.

1968 年, V. G. Veselago 断言, 平面电磁波在一个同时具有负介电常数和负导磁率的媒质中传播时其方向将与能流方向相反. 这结果不是从波方程得到的, 因为在无源情况下该方程保持不变; 而是从单独的麦克斯韦旋度方程得出的. 电场旋度方程为电场矢量  $E$ 、磁感应强度  $B$  和波矢  $k$  三者的方向提供了明确的右手(RH) 规则. 然而, 能流方向由  $(E \times H)$  提供, 仅在导磁率  $\mu > 0$  时才形成右手系统. 当  $\mu < 0$ , 波传播方向将反转, 与能流方向相反, 这时  $E, H, k$  三者形成左手系统关系, Veselago 称这种材料为左手化媒质(LHM). 我们注意到, 讨论这个问题

必须涉及矢量  $B$ , 而 LHM 的形成并不需要介电常数  $\epsilon < 0$  的条件.

从表面上看, 由于存在着关系式  $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ , 如  $\epsilon, \mu$  均为负, 但二者相乘后仍为正, 并不存在负折射率的问题. 但是, 正如我们在前面指出的, 确切的表述是  $n = \pm \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ ; 因此, 美国圣迭戈加州大学(UCSD) 研究组的科学家认为<sup>[11]</sup>, 当  $\epsilon_r < 0, \mu_r < 0$  同时发生时, 取  $n = -\sqrt{\epsilon_r \mu_r}$  才合理. 他们的根据是, 实验已证明, LHM 确实呈现负折射率的性质! 由此可知, 在科学研究中, 当理论上出现模糊时, 只有用可靠的实验才能使事情趋于明朗, 问题得到解决.

#### 5 负折射率的实验证明

UCSD 的实验是在微波段进行的. 他们所用的受试物并不是一种材料, 而是一个经仔细设计的独特的系统. 具体讲, 用一个二维线阵产生负介电常数( $\epsilon < 0$ ), 用另一个 SRR 产生负导磁率( $\mu < 0$ )<sup>[10]</sup>; 二者组合为一个相当于棱镜的体系. 所谓 SRR 是有缝的环状谐振器(split ring resonator), 多个 SRR 组成周期阵列并互相耦合, 可以造成  $\mu$  由正变负的效果. 用微波波束进行照射, 测量其散射角( $\theta$ ) 和有效折射率( $n_{\text{eff}}$ ).

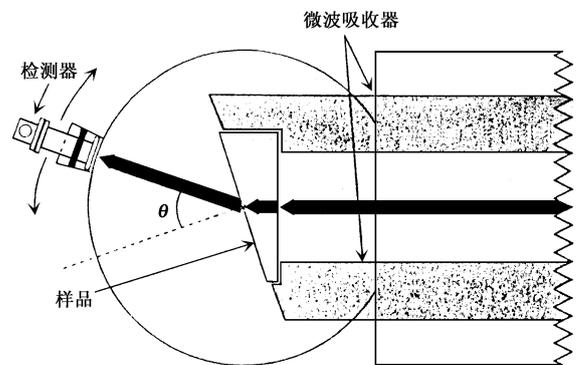


图 2 对 RHM 和 LHM 的测量装置

图 2 是测量装置, 被测样品(棱镜) 置于两块圆形铝板(直径 30cm) 之间, 板距 1.2cm. 粗黑箭头表示来波方向和折射(按  $n > 0$ ) 方向. 检测器是用 X 频段波导连接的微波功率测量装置, 实际上是用波导——同轴转换器及 HP8756A 型标量网络分析仪. 微波波束从棱镜射出时, 表面为折射界面(按 Snell 定律规定的角度方向). 现在把检测器安装在可旋转的架子上(1.5° 步进), 这时试验人员就可以对 RHM, LHM 分别测量其接收电平与角度( $\theta$ ) 的关系, 并作

比较.图3是取频率  $f=10.5\text{GHz}$  时接收电平与折射角的关系,为了方便,把两种样品的峰值电平都归一化为1.结果是,对于常规材料(RHM)的 Teflon,峰值发生在  $27^\circ$ 处,对应  $n=1.4\pm 0.1$ ;对于 LHM系统,峰值发生在  $-61^\circ$ 处,对应  $n=-2.7\pm 0.1$ .可见,在 LHM情况下,折射角与 RHM 相差  $88^\circ$ (接近  $\pi/2$  即  $90^\circ$ ).故在一定频率(满足 LHM 要求的频率)下,折射角按与 Snell 定律指示的不同方向偏转,呈现  $n < 0$ .

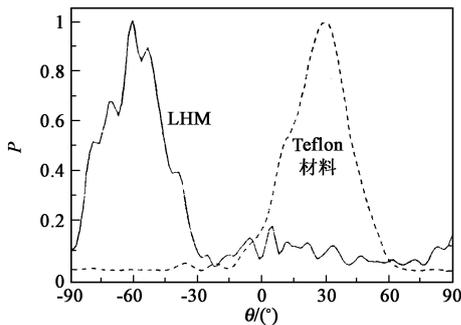


图3 接收功率归一化值与折射角的关系

图4是折射率与频率的关系(虚线为 Teflon,实线为 LHM).当  $f=10.2\sim 10.8\text{GHz}$  时,LHM 处在负折射率频区,且高度色散性.总之,Veselago 在 32 年前的预测得到了证明.

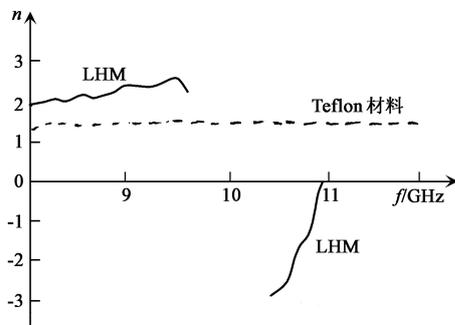


图4 折射率与频率的关系(实验值)

## 6 结束语

本文所介绍的研究工作的意义并不只是满足科

学家的好奇心,它可能用在新型天线、高聚焦透镜和其他电磁装置中.有一系列问题尚未弄清楚,如在光频段是否可以用实验证实该现象?它与布拉格反射、表面波的关系?等等.有人已对负折射率问题作数值模拟研究<sup>[11,12]</sup>,涉及光子晶体在接近负群速频带的情况.

笔者认为,UCSD 小组的上述工作在基础科学理论上引出了一系列有趣味的待研究课题.我们知道,波的群速可写作<sup>[13,14]</sup>:

$$V_g = \frac{c}{d(n\omega)/d\omega} = \frac{c}{n(\omega) + \omega dn(\omega)/d\omega}, \quad (12)$$

那么,  $n < 0$  是否导致  $V_g < 0$ ?! 回答是不一定,即使是 LHM 也可能有正群速且小于光速.然而,是否可能出现负群速、超光速的情况呢?如果是消失模电磁波又会怎样呢?这些问题均有待进一步探讨.

致谢 笔者感谢首都师范大学沈京玲副教授的帮助.

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Science, 2001, 292(6 Apr.): 77
- [ 2 ] Fitzgerald R. Physics Today, 2000(5): 17
- [ 3 ] Smith D R, Kroll N. Phys. Rev. Lett., 2000, 85(14): 2933
- [ 4 ] Giakos G C, Ishii T K. Mic. Opt. Techn. Lett., 1991, 4(2): 79
- [ 5 ] Giakos G C, Ishii T K. Mic. Opt. Techn. Lett., 1991, 4(3): 128
- [ 6 ] Ranfagni A, Fabeni P, Pazzi G P et al. Phys. Rev. E, 1993, 48(2): 1453
- [ 7 ] Ranfagni A, Mugnai D. Phys. Rev. E, 1996, 54(5): 5692
- [ 8 ] Bottcher C J F. Theory of Electric Polarisation. Leyden University Press, 1952
- [ 9 ] Veselago V G. Soviet Physics Usp., 1968, 10: 509
- [ 10 ] Pendry J B, Holden A J, Stewart W J et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 76: 4773
- [ 11 ] Notomi M. Phys. Rev. B, 2000, 62: 10696
- [ 12 ] Gralak B, Enoch S, Tayeb G. J. Opt. Soc. Am., 2000, A17: 1012
- [ 13 ] Landau L D, Lifshitz E M, Pitaevskii L P. Electrodynamics of Continuous Media. Butterworth-Heinemann, Oxford, 1984
- [ 14 ] 黄志洵. 中国工程科学, 2000, 2(10): 80 [ Huang Z X. Chinese Engineering Science, 2000, 2(10): 80 (in Chinese) ]