基本物理常数最新推荐值评述*

沈 乃 □

（中国科学院物理研究所计量测试高技术联合实验室　北京　100080）

摘　要　简明地评述了由国际科学技术数据委员会（CODATA）1998 年推荐的基本物理常数中得到的一些结论．按 CODATA 两次推荐的数值，对 1998 年和 1986 年的常数值及相应的不确定度进行了比较．并讨论了常数值的变化对物理学和计量学的影响．

关键词　基本物理常数，平差，不确定度

ON THE LATEST RECOMMENDED VALUES OF THE FUNDAMENTAL PHYSICAL CONSTANTS

SHEN Nai-Cheng

（*Joint Laboratory of Advanced Technology in Measurements*,

Institute of Physics, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing*　100080, *China*）

Abstract　We review briefly some of the results drawn from the 1998 CODATA set of recommended values of the fundamental physical constants. The 1998 and 1986 values and their corresponding uncertainties are compared, and the influences of these changes on physics and metrology are discussed.

Key words　fundamental physical constants, adjustment, uncertainty

1　引言

基本物理常数是指自然界中一些普遍适用的常数，它们不随时间、地点或环境条件的影响而变化．基本物理常数的发现和测量，在物理学的发展中起了很大的作用．纵观近代物理学史可以看到，一些重大物理现象的发现和物理新理论的创立，均与基本物理常数有着密切的关系．例如，电子的发现是通过对电子的荷质比 e/m 的测定而确定的；普朗克建立量子论的同时，出现了普朗克常数 h；狭义相对论的出发点之一是真空中光速 c 不变，等等．由此可见，基本物理常数出现于许多不同的物理现象之中，每一类物理现象的规律都同确定的物理常数相关．

基本物理常数是把物理学不同分支学科联系在一起的物理理论链条中的重要环节．人们常常认为，物理学的所有各分支虽有明显不同，但实际上却是相互密切地联系着．仔细研究从各个不同领域的实验所得到的基本常数值，可以给我们提供关于物理学基础理论的总体一致性和正确性的重要知识．因此，不断地以更高的准确度测量基本物理常数之所以重要，不仅是为了"增加一位或两位小数值"，而是给我们提供一组更一致的可使用的常数值．因为这些准确的测量值，有可能引导我们发现对自然的物理描述中前所未知的不一致性，或消除已知的不一致性．

某一个常数可以从不同的途径得到它的测量值，因此可以得出一个推导某个常数的多个观测方程组．处理这类观测方程的最简捷而一致的方法称为最小二乘法．由此可以计算常数的'最佳'折衷值，近似地满足所有的有关方程．历史上曾进行过多次基本常数的最小二乘法平差，历时已有半个多世纪之久．由国际科学技术数据委员会（简称 CODATA）基本常数任务组主持的常数平差推荐值，第一次在 1973 年[1]，第二次在 1986 年[2]，最近的一次是在 1998 年底完成的，并于 1999 年正式发表，称为 1998 CODATA 推荐值[3]．本刊 2000 年第 10 期已发表了这次推荐值的简表和全表[4]．

近年来，基本物理常数的重要性还表现在定义物理量单位上，普朗克早在 20 世纪初就建议用基本物理常数来定义物理量的基本单位，也就是计量基本单位．由于当时的测量准确度还很低，这个愿望未

*　2000－08－15 收到初稿，2000－10－20 修回

能实现. 1980 年后,随着常数准确度的不断提高,长度单位、电学量电压和电阻单位均先后采用有关物理常数定义.

目前由 CODATA 推荐的基本物理化学常数及其组合量已达 175 个,刊登在全表中. 在最常用的常数简表中,包含 18 个常数和两个组合量,还有两个常用的非国际单位制的转换因子,共计 22 个数值.

为了方便读者了解和使用,本文先对常数推荐值中的有关单位、量符号、数值和不确定度的规范和意义作一简介,然后对其推荐值及其不确定度的变化进行评述.

2 单位、量符号、数值和不确定度

基本物理常数是物理学中的一些恒定物理量,这些量具有确定的符号和恒定的数值. 多数常数均采用国际单位制. 国际单位制的缩写为 SI,它是法文名称 Système International d′Unités 的缩写. SI 有 7 个基本单位:米(m)、千克(kg)、秒(s)、安(A)、开(K)、摩尔(mol)和坎德拉(cd).

根据国际惯例,单位符号写成正体,量的符号写成斜体. 量的符号的下角标和上角标写成正体,诸如人名或粒子名;如果上角标或下角标表示一个量、一个变量,或表示一个整数的指数,则写为斜体.

量的值表示为一个数乘以一个单位. 形式上,量 A 可以写为

$$A = \{A\} \cdot [A], \tag{1}$$

式中 $\{A\}$ 是 A 用单位 $[A]$ 表示时量 A 的数值. 数值 $\{A\}$ 因此可以写为

$$\{A\} = A/[A], \tag{2}$$

式中 $A/[A]$ 可解释为量 A 与数值为 $1[A]$ 的同类量之比. 例如,$1\mathrm{eV} = (e/\mathrm{C})\,\mathrm{J} \approx 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$,其中 e/C 是当基本电荷 e 用 SI 导出单位库仑(符号 C)表示时 e 的数值.

读者有时会发现,含有某些量的计算结果与用文中给出的量值所得到的结果稍有差异. 其原因是,量的值是用适合于它的不确定度的有效数字的位数来表示的,而在计算中,为了尽量减少舍入误差,通常使用有效数字更多的数值.

常数推荐值中有相当一部分数值是基本粒子的质量和能量的数值,例如电子(e^-)、质子(p)、μ 子(μ^-)、中子(n)、氘核(d)及 α 粒子等. 这些微观粒子的质量约在(10^{-27}—10^{-31})kg 的量级,与宏观物体的质量相比是极其微小的数值. 在粒子物理学中,习惯采用原子质量单位 u,它的质量约为 $1.66 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$,与一个质子的质量大致相等;同样,微观粒子的能量在用 SI 的能量单位焦耳(J)表示时为(10^{-10}—10^{-14})J 的量级,在粒子物理学中习惯使用电子伏(eV)单位. 由于上述两个单位仍普遍使用,因此在表中专列为"用 SI 所采用的非 SI 单位",两个单位均有严格的定义,将在下文中给以介绍.

一个电子在真空中通过 1V 的势差所需要的动能定义为 1eV,它与 SI 焦耳的关系为

$$1\mathrm{eV} = (e/\mathrm{C})\,\mathrm{J} \approx 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}, \tag{3}$$

式中 e 为基本电荷,e/C 是用单位库仑表示时基本电荷的数值.

统一的原子质量单位 u 的定义为:处于静止和基态的碳 12 自由(无相互作用的)中性原子的质量 $m(^{12}\mathrm{C})$ 的 $\frac{1}{12}$,即

$$1\mathrm{u} = m_\mathrm{u} = \frac{m(^{12}\mathrm{C})}{12} \approx 1.66 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}, \tag{4}$$

式中量 m_u 是原子质量常数.

基本粒子、原子或任意粒子 X 的相对原子质量 $A_\mathrm{r}(X)$ 的定义为

$$A_\mathrm{r}(X) = \frac{m(X)}{m_\mathrm{u}}, \tag{5}$$

式中 $m(X)$ 是 X 的质量. 因此,当 $m(X)$ 用 u 表示时,$A_\mathrm{r}(X)$ 是 $m(X)$ 的数值,显然,$A_\mathrm{r}(^{12}\mathrm{C}) = 12$.

测量不确定度的定义是:"表征合理地赋予被测量之值的分散性,与测量结果相联系的参数".

由于赋予数据的不确定度决定了它与同类量的其他数值相符的水平,以及它在最小二乘法中的权,因此,估价不确定度是非常重要的.

在估价和表示通过测量或计算所获得的结果相关的不确定度时,我们在很大范围内遵从"测量中的不确定度表示指南"的原理、术语和符号,该"指南"是以 7 个国际组织(包括国际纯粹和应用化学联合会 IUPAC 和国际纯粹和应用物理联合会 IUPAP)的名义,由国际标准组织 ISO 颁布的[5].

"指南"介绍的基本方法是明确的,已在精密测量和基本常数领域中使用多年. 结果 y 的标准不确定度 $u(y)$(或简写为 u)是表示对 y 评定的标准偏差(估计方差的均方根). 如果结果 y 是由其他量估计值 x_i 的函数,即 $y = f(x_1, x_2, \cdots)$,则标准不确定度 $u(y)$ 要通过各个标准不确定度分量 $u(x_i)$ 和协方差 $u(x_i, x_j)$ 的结合而成,其中要应用不确定度的传播定律(也称为方根和,即平方和的平方根方法).

结果 y 的相对标准不确定度(简写为 u_r)的定义为

$$u_r(y) = u(y)/|y|, \tag{6}$$

式中假定 $y \neq 0$. 对不确定度的各个分量具有类似的定义.

此外,通过观测系列作统计分析时所评定的标准不确定度称为 A 型评定,而观测系列作统计分析之外的其他评定称为 B 型评定. 标准不确定度的 A 型评定是根据处理数据的任何固定统计方法作出的,而 B 型评定通常是根据使用所有可用的有关信息及有关量值假定的概率分布作出的.

3　具有精确值的 4 个基本物理常数

我们在常数推荐值中看到,前 4 个常数具有精确值,即其不确定度为零. 它们是:真空中光速 c、磁常数 μ_0、电常数 ε_0 和真空中特征阻抗 $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = \mu_0 c$. 这些常数的数值与计量单位的定义有关,形成了它们的约定数值. 现分别介绍如下.

3.1　真空中的光速 c

真空中光速 c 是指电磁波(包括光波)在真空中的传播速度. 电磁波在折射率为 n 的介质中的传播速度为 c/n,由于任何介质的 n 均大于 1,只有真空的 $n = 1$,因此在介质中的光速均小于真空中光速 c. 根据狭义相对论的假设,真空中光速 c 为一恒定值,它不随光源或接收器的速度而变化,是一个基本物理常数.

70 年代初,计量学家曾通过精密测量稳频激光的频率 f 及其真空波长值 λ,获得了准确的真空中光速 c 的数值为

$$c = f\lambda = 299\ 792\ 458\ \mathrm{ms^{-1}}, \tag{7}$$

其中不确定度为 $1.2\mathrm{ms^{-1}}$,相对不确定度为 4×10^{-9}. 1973 年的常数值推荐表中所列的测量不确定度即为上述数值[1]. 1983 年,长度单位米采用真空中光速值作了下述新的定义:"米是光在真空中在(1/299 792 458)秒的时间间隔内行程的长度",光速 c 值成为此米定义中的一个约定值,因而就成为精确值,其不确定度为零.

由以上米的定义可知,真空中光速 c 成为米定义中的约定值后,真空波长值 $\lambda = c/f$,由于 c 为精确值,λ 与 f 的测量不确定度相同. 只要准确测量了激光频标的频率值,就可导出其真空波长值. 自 1983 年至今的 10 余年内,国际上已推荐了 12 类谱线的频率值及其导出的真空波长值. 不确定度小于 10^{-11} 量级的结果,为绝对频率测量得到的结果,不确定度大于 1×10^{-10} 的结果是采用真空波长测量的方法获得的结果. 其中氢原子 1s—2s 的跃迁频率在紫外波段,其不确定度已达 8×10^{-13} 量级,这与本文中将要介绍的里德伯常数有密切关系. 正是由于测量氢原子跃迁谱线中,由 80 年代的波长测量转为 90 年代的频率测量技术后,里德伯常数的不确定度减小了 160 倍.

3.2　磁常数 μ_0 和电常数 ε_0

18 世纪末,法国物理学家库仑(C.A.de Culomb)首先发现了点电荷相互作用的规律,后称库仑定律,其数学表达式为

$$\boldsymbol{F}_{1\to2} = K\frac{q_1 q_2}{r^3}\boldsymbol{r}, \tag{8}$$

式中 q_1 和 q_2 分别为两点电荷的电量,$\boldsymbol{r}$ 是由 q_1 指向 q_2 的矢量,其量值等于 q_1 和 q_2 之间的距离,$\boldsymbol{F}_{1\to2}$ 为两个点电荷之间的静电力,K 为比例系数. 在 SI 单位中,K 可表示为

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}, \tag{9}$$

式中 ε_0 为真空介电常数,单位为法拉/米($\mathrm{F \cdot m^{-1}}$). 在 CGSE 单位制中,$K = 1$,为无量纲量.

不久,库仑又发现了磁极之间的相互作用,用 SI 表示时,可写为

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Q_m Q_m'}{r^3}\boldsymbol{r}, \tag{10}$$

式中 Q_m 和 Q_m' 表示两磁极的强度,r 为两者的距离,$\boldsymbol{r}$ 为 Q_m 至 Q_m' 的矢量,$\boldsymbol{F}$ 为两者之间的作用力,μ_0 称为真空磁导率. $\mu_0/4\pi$ 是一个常数,为 $10^{-7}\mathrm{NA^{-2}}$.

1948 年,第九届国际计量大会通过电流单位安培的定义为:"安培是恒定电流,若在真空中相距 1m 的两根无限长而圆截面可忽略的平行直导线内保持此电流时,则导线间单位长度上产生的力为 $2 \times 10^{-7}\mathrm{Nm^{-1}}$".

根据电磁学理论,上述定义中所产生的力可用下式表示:

$$F/l = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \tag{11}$$

上式即毕奥 – 萨伐尔定律的数学表达式. 式中 I_1 和 I_2 分别为两平行导线内的电流,l 为单位长度,d 为两根导线在真空中的间距,μ_0 即真空磁导率. 根据上式,其数值为一精确量,即

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\mathrm{Hm^{-1}} = 4\pi \times 10^{-7}\mathrm{NA^{-2}}$$

$$= 12\ 566\ 370\ 614\cdots \times 10^{-7}\mathrm{NA}^{-2}. \qquad (12)$$

在常数表中，μ_0 改称为磁常数.改称为电常数的 ε_0 与 μ_0 的关系为

$$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c, \qquad (13)$$

式中 c 为真空中光速. ε_0 因而也是一个精确量，可表示为

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}\mathrm{NA}^{-2}c^2}$$

$$= 8.854\ 187\ 817\cdots \times 10^{-12}\mathrm{Fm}^{-1}. \qquad (14)$$

由上述两个常数 μ_0 和 ε_0 导出的另一个常数称为真空中特征阻抗 Z_0，它与 μ_0 和 ε_0 的关系为

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = \mu_0 c = 376.730\ 313\ 461\cdots\Omega. \qquad (15)$$

它以阻抗 Ω 为单位，其平方是磁常数与电常数之比.

由于 μ_0 和 c 为约定常数，ε_0 和 Z_0 也成为约定常数，它们的数值是精确值，不确定度为零.

4 与电压和电阻单位直接相关的基本常数

下面先简要地介绍凝聚态物理中两个值得注意的量子现象，即约瑟夫森效应(JE)和量子化霍耳效应(QE)，因为它们与基本物理常数有关.

4.1 约瑟夫森效应

众所周知，交流和直流约瑟夫森效应是弱耦合超导体的特性，例如，超导体－绝缘体－超导体隧道结(SIS)，或超导体－正常金属－超导体(SNS)弱连系.当以频率为 f 的电磁辐射辐照这类约瑟夫森装置时，通常 f 在 10GHz 到 100GHz 的范围内，它的电流－电压曲线在精密量子化的约瑟夫森电压 U_J 处具有电流阶跃.第 n 个阶跃(n 为整数)的电压与频率 f 的关系为

$$U_\mathrm{J}(n) = \frac{nf}{K_\mathrm{J}}, \qquad (16)$$

式中 K_J 是约瑟夫森常数，以前称为约瑟夫森频率－电压商，因为它等于阶跃数 n 乘以频率与电压之商.

约 40 年前约瑟夫森效应被预言以来，大量实验表明，K_J 是一个自然常数.例如，K_J 与辐射频率和功率、电流、阶跃数、超导体类型以及超导结的型式等实验变量无关.在实验中发现，用不同超导体构成的两个 SNS 结，其 K_J 是相同的，在相对不确定度 2×10^{-16} 以内相符.最近，用高 T_c 陶瓷超导体 $\mathrm{YBa_2Cu_3O_{7-\delta}}$ 的弱连接与 Nb 的弱连接的 K_J，在实验相对不确定度 5×10^{-8} 以内相符.

约瑟夫森效应预言的理论与约瑟夫森常数在实验中观测的普适性是一致的，即

$$K_\mathrm{J} = \frac{2e}{h} \approx 483\ 598\ \mathrm{GHz/V}, \qquad (17)$$

式中 e 是基本电荷，h 是普朗克常数.在数据平差中假定，对上式的任何修正与含有 K_J 的测量的标准不确定度相比是可以忽略不计的.目前，这项不确定度约为 $4\times10^{-8}K_\mathrm{J}$，而在不久的将来，可以变为大于 $1\times10^{-9}K_\mathrm{J}$.

4.2 量子化霍尔效应

众所周知，整数和分数的量子化霍尔效应是二维电子气(2DEG)的特性.实际上，2DEG 可在一个高迁移率的半导体装置中实现.例如，一个 GaAs－$\mathrm{Al}_x\mathrm{Ga}_{1-x}\mathrm{As}$ 异结构或硅－金属－氧化物半导体场效应晶体管(MOSFET)，采用通常的霍尔棒形状，当外加磁通密度 B 为 10T 量级时，装置冷却到 1K 量级的温度.在这些条件下，2DEG 是完全量子化的，当通过装置的电流 I 不变时，存在异结构的 U_H 对 B 或 MOSFET 的 U_H 对门电压 U_g 的曲线区域，在此区域中，当 B 或 U_g 变化时，霍尔电压 U_H 保持恒定.这些恒定 U_H 的区域称为量子化霍尔电阻(QHR)台阶.

在电流方向的零散逸极限下，第 i 个台阶的量子化霍尔电阻 $R_\mathrm{H}(i)$，是量子化的，它是第 i 个台阶的霍尔电压 $U_\mathrm{H}(i)$ 与电流的商：

$$R_\mathrm{H}(i) = \frac{U_\mathrm{H}(i)}{I} = \frac{R_\mathrm{K}}{i}, \qquad (18)$$

式中 i 是一个整数，R_K 是冯·克里青常数(整数 i 已解释为填充因子——全部占有的朗道能级的数目，它等于穿过样品的单位通量量子的电子数.在此仅讨论整数量子霍尔效应，因为至今尚未见到分数量子霍尔效应的实验工作与基本常数相关).根据上式，冯·克里青常数 R_K 等于第 i 个台阶的量子霍尔电阻 $R_\mathrm{H}(i)$ 乘以台阶数，因此等于第一个台阶的电阻.

与约瑟夫森效应类似，自约 20 年前发现 QHE 以来，大量实验证据表明，上述所定义的 R_K 是一个自然常数，要准确地测量这个常数，必须给出一定的实验判据.虽然 R_K 的普适性还没有达到约瑟夫森常数 K_J 所达到的不确定度水平，但对于在 10μA 至 50μA 范围内的直流电流，许多实验已证实，对于电阻小于 1Ω 的 2DEG 的欧姆性接触，在 3.5×10^{-10} 的

实验相对不确定度内，R_K 与装置型式、装置材料和台阶数等因素无关．

根据 QHE 理论预言以及 R_K 在实验上观测的普适性与预言的一致性，可得

$$R_K = \frac{h}{e^2} = \frac{\mu_0 c}{2\alpha} \approx 25\ 813\Omega, \qquad (19)$$

式中 α 为精细结构常数．

与约瑟夫森效应类似，量子霍尔效应的实验和理论一致．我们假定，与含有 R_K 的实验的标准不确定度相比，对上式的任何修正均可忽略不计．目前，这项不确定度约为 $2\times10^{-8}R_K$，不久的将来似乎会达到 $1\times10^{-9}R_K$．由于在国际单位制中，μ_0 和 c 为精确常数，这个假设与上式意味着，用 Ω 单位表示具有给定不确定度的 R_K 的测量值可以提供 α 的数值，其相对标准不确定度与 R_K 相同．

值得注意的是，在 R_K，α 和真空的特征阻抗 $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = \mu_0 c \approx 377\Omega$ 之间存在以下关系：

$$Z_0 = 2\alpha R_K. \qquad (20)$$

4.3 约定的约瑟夫森常数 K_{J-90}、约定的冯·克里青常数 R_{K-90} 和约定的电单位

很久以来，人们都认为，约瑟夫森和量子化霍尔效应可用于（SI）伏特和（SI）欧姆单位的准确复现．为了实现测量电压和电阻的国际一致性，1990 年 1 月 1 日，国际计量委员会基于这些效应和约瑟夫森常数 K_J 及冯·克里青常数 R_K 的约定（采用）值，引入了世界范围应用的伏特和欧姆的新的表示．这些赋予的精确值，分别用 K_{J-90} 和 R_{K-90} 表示为

$$K_{J-90} = 483\ 597.9\ \mathrm{GHz/V}, \qquad (21)$$

$$R_{K-90} = 25\ 812.807\ \Omega. \qquad (22)$$

这些数据包括了 K_J 和 R_K 及其他基本常数的测量．目标是选择约瑟夫森和冯·克里青常数的约定值，尽可能接近它们的 SI 值，因此新的伏特和欧姆表示将近似地与伏特和欧姆相等．

为了 1998 平差的目的，我们把国际计量委员会对 K_{J-90} 和 R_{K-90} 的采用，作为建立电压和电阻的约定和实用单位 V_{90} 和 Ω_{90}，其定义为

$$K_J = 483\ 597.9\ \mathrm{GHz}/V_{90}, \qquad (23)$$

$$R_K = 25\ 812.807\ \Omega_{90}. \qquad (24)$$

约定单位 V_{90} 和 Ω_{90} 与 SI 单位 V 和 Ω 的关系为

$$V_{90} = \frac{K_{J-90}}{K_J}\mathrm{V}, \qquad (25)$$

$$\Omega_{90} = \frac{R_K}{R_{K-90}}\Omega. \qquad (26)$$

约定单位 V_{90} 和 Ω_{90} 是在实验中实现的：$1V_{90}$ 是通过约瑟夫森装置许多列阵的端部的电压，这时陈列阶跃总数 n 与所加的微波频率 f 的乘积精确地等于 483 597.9GHz．［见文中（16）式］；$1\Omega_{90}$ 精确地等于 i/25 812.807 乘以第 i 个 QHR 台阶的电阻．［见文中（18）式］．

实际上，V_{90} 可以在 1V 水平上复现，其相对标准不确定度小于 1×10^{-9}；Ω_{90} 可以在 1Ω 水平上复现，其相对标准不确定度达到 1×10^{-9}．V_{90} 达到如此小的不确定度是可能的，因为自 80 年代中期开始，在一薄片上含有 20 000 个约瑟夫森隧道结，具有产生超过 10V 的串联列阵的能力．实验上已达到 V_{90} 和 Ω_{90} 的上述不确定度，例如通过国际计量局（BIPM）进行的各国计量研究所的约瑟夫森效应电压标准和量子化霍耳效应电阻标准与 BIPM 这类标准的可搬运装置之间的国际比对．

其他的约定电学标准可以直接从 V_{90} 和 Ω_{90} 得出．例如，电流和功率的约定单位，$A_{90} = V_{90}/\Omega_{90}$，$W_{90} = V_{90}^2/\Omega_{90}$，它们与 SI 单位 A 和 W 之间的关系为

$$A_{90} = \frac{K_{J-90}R_{K-90}}{K_J R_K}\mathrm{A}, \qquad (27)$$

$$W_{90} = \frac{K_{J-90}^2 R_{K-90}}{K_J^2 R_K}\mathrm{W}. \qquad (28)$$

（28）式是值得注意的，因为如果我们假设 $K_J = 2e/h$ 和 $R_K = h/e^2$，则有

$$\frac{W_{90}}{W} = \frac{K_{J-90}^2 R_{K-90}}{4}h. \qquad (29)$$

由于 K_{J-90} 和 R_{K-90} 不确定度为零，具有给定不确定度的单位比 W_{90}/W 的实验测定可以相同的不确定度来确定普朗克常数 h，这是用瓦特天平测量 h 的基础．

显然，对于电压 U，有

$$U = \frac{U}{V_{90}}V_{90} = \frac{U}{V_{90}}\frac{K_{J-90}}{K_J}\mathrm{V}. \qquad (30)$$

上述表明，当 U 用 SI 单位 V 表示时，U 的数值等于 U 用约定单位 V_{90} 表示时 U 的数值乘以比值 K_{J-90}/K_J．类似的表达式也可用于其他电学量；我们将电阻 R、电流 I 和功率 P 的表达式列于下：

$$U = \frac{U}{V_{90}}\frac{K_{J-90}}{K_J}\mathrm{V}, \qquad (31)$$

$$R = \frac{R}{\Omega_{90}}\frac{R_K}{R_{K-90}}\Omega, \qquad (32)$$

$$I = \frac{I}{A_{90}}\frac{K_{J-90}R_{K-90}}{K_J R_K}\mathrm{A}, \qquad (33)$$

$$P = \frac{P}{W_{90}} \frac{K_{J-90}^2 R_{K-90}}{K_J^2 R_K} \mathrm{W}. \qquad (34)$$

通过 1998 平差，我们将用约定的电学单位来表示所有与电学单位有关的量．然而，在 1990 年前进行的一些实验中，K_J 的数值是采用电压的实验室单位 V_{LAB} 来确定的．我们用 K_{J-LAB} 表示这类值，并用一个适当的因子转换到 K_{J-90}．此外，1990 年前，也没有电阻的实验室单位是基于 R_K 的约定值，而在大多数情况下，电阻的实验室单位是用量子化霍尔效应标定的．亦即在实验中 R_K 是用 Ω_{LAB} 表示的．另一方面，如果电压和电阻的实验室实际单位是基于人造的电压和电阻标准，例如，与约瑟夫森或量子化霍尔效应不相关的标准电池和标准电阻器，则与(32)式类似，即

$$U = (U/V_{LAB})(V_{LAB}/V)\mathrm{V}, \qquad (35)$$

式中比值 V_{LAB}/V 一般情况下还不能准确知道．

5　常数两次推荐值的数值和不确定度的比较

正如人们所期望的，1998 年新的推荐值与 1986 年推荐值相比，数值上的变化并不很大，而数值的不确定度有较大的下降．表 1 列出了一些主要量的变化，它包含了 42 个常数．表 1 还选择一些有代表性的常数值，将 1998 年与 1986 年 CODATA 推荐值的不确定度进行了比较．其中 D_r 是 1998 年的常数值与 1986 年相应值之差除以 1986 数值的不确定度 u．

图 1　表 1 中所列的某些常数的 1998 年和 1986 年 CODATA 堆荐值的图形比较
(D_r 是 1998 数值与 1986 数值之差除以 1986 数值的标准不确度 u，即 D_r 表示相对于 1986 数值的标准不确定度，常数值从定 1986 年至 1998 年的变化)

表 1

量	1998 年相对标准不确定度 u_r	1986 年相对标准不确定度 u_r	1986 年 u_r 与 1998 年 u_r 之比	D_r
α	3.7×10^{-9}	4.5×10^{-8}	12.2	−1.7
R_K	3.7×10^{-9}	4.5×10^{-8}	12.2	1.7
a_0	3.7×10^{-9}	4.5×10^{-8}	12.2	−1.7
λ_C	7.3×10^{-9}	8.9×10^{-8}	12.2	−1.7
r_e	1.1×10^{-8}	1.3×10^{-7}	12.2	−1.7
σ_e	2.2×10^{-8}	2.7×10^{-7}	12.2	−1.7
h	7.8×10^{-8}	6.0×10^{-7}	7.7	−1.7
m_e	7.9×10^{-8}	5.9×10^{-7}	7.5	−1.5
N_A	7.9×10^{-8}	5.9×10^{-7}	7.5	1.5
E_h	7.8×10^{-8}	6.0×10^{-7}	7.7	−1.7
c_1	7.8×10^{-8}	6.0×10^{-7}	7.7	−1.7
e	3.9×10^{-8}	3.0×10^{-7}	7.8	−1.8
K_J	3.9×10^{-8}	3.0×10^{-7}	7.6	1.6
F	4.0×10^{-8}	3.0×10^{-7}	7.5	1.1
γ'_p	4.2×10^{-8}	3.0×10^{-7}	7.3	1.1
μ_B	4.0×10^{-8}	3.4×10^{-7}	8.3	−2.1
μ_N	4.0×10^{-8}	3.4×10^{-7}	8.3	−2.0
μ_e	4.0×10^{-8}	3.4×10^{-7}	8.3	2.1
μ_p	4.1×10^{-8}	3.4×10^{-7}	8.1	−2.1
R	1.7×10^{-6}	8.4×10^{-6}	4.8	−0.5
k	1.7×10^{-6}	8.5×10^{-6}	4.8	−0.6
V_m	1.7×10^{-6}	8.4×10^{-6}	4.8	−0.5
c_2	1.7×10^{-6}	8.4×10^{-6}	4.8	0.5
σ	7.0×10^{-6}	3.4×10^{-5}	4.8	−0.6
G	1.5×10^{-3}	1.3×10^{-4}	0.1	0.0
R_∞	7.6×10^{-12}	1.2×10^{-9}	157.1	2.7
m_e/m_p	2.1×10^{-9}	2.0×10^{-8}	9.5	0.9
m_e/m_μ	3.0×10^{-8}	1.5×10^{-7}	4.9	−0.1
$A_r(\mathrm{e})$	2.1×10^{-9}	2.3×10^{-8}	11.1	0.7
$A_r(\mathrm{p})$	1.3×10^{-10}	1.2×10^{-8}	91.6	−0.2
$A_r(\mathrm{n})$	5.4×10^{-10}	1.4×10^{-8}	25.6	0.8
$A_r(\mathrm{d})$	1.7×10^{-10}	1.2×10^{-8}	68.9	0.0
d_{220}	2.9×10^{-8}	2.1×10^{-7}	7.1	1.1
g_e	4.1×10^{-12}	1.0×10^{-11}	2.4	0.6
g_μ	6.4×10^{-10}	8.4×10^{-9}	13.1	0.8
μ_p/μ_B	1.0×10^{-8}	1.0×10^{-8}	1.0	0.1
μ_p/μ_N	1.0×10^{-8}	2.2×10^{-8}	2.2	−0.8
μ_n/μ_N	2.4×10^{-7}	2.4×10^{-7}	1.0	0.1
μ_d/μ_N	1.1×10^{-8}	2.8×10^{-8}	2.6	−0.1
μ_e/μ_p	1.0×10^{-8}	1.0×10^{-8}	1.0	0.1
μ_n/μ_p	2.4×10^{-7}	2.4×10^{-7}	1.0	0.0
μ_d/μ_p	1.5×10^{-7}	1.7×10^{-8}	1.1	0.9

图 1 示出了某些常数的 1998 和 1986 年 CODA-TA 推荐值的图形比较．

我们首先列出一些常数之间的关系，以便了解它们不确定度之间的联系．

(1)玻尔半径 a_0 与其他常数 α 和 R 的关系：

$$a_0 = \alpha/4\pi/R_\infty. \qquad (36)$$

由于 $u_r(\alpha) >> u_r(R_\infty)$，则 $u_r(a_0)$ 基本上等于 $u_r(\alpha)$．

(2)康普顿常数 λ_C 与 α 和 R_∞ 的关系：

$$\lambda_C = \alpha^2/2\pi R_\infty . \tag{37}$$

因此，$u_r(\lambda_C) \approx u_r(\alpha^2) = 2u_r(\alpha)$.

(3)经典电子半径 r_e 与 a_0，α 和 R_∞ 的关系：

$$r_e = \alpha^2 a_0 = \alpha^3/4\pi R_\infty . \tag{38}$$

因此，$u_r(r_e) = 3u_r(\alpha)$.

(4)汤姆孙截面 σ_e：

$$\sigma_e = (8\pi/3) r_e^2 = \alpha^6/6\pi R_\infty^2 . \tag{39}$$

因此，$u_r(\sigma_e) = 6u_r(\alpha)$.

在此，用 D_r 表示自1986年至1998年常数数值的变化(即1998的值减去1986的值除以1986值的标准不确定度 u).

(5)冯·克里青常数 R_K 与 α 的关系：

$$R_K = \mu_0 c/2\alpha . \tag{40}$$

因此，$u_r(R_K) = u_r(\alpha)$，且两者符号相等.

用类似的方法，在表1所列的常数中，第1列从 m_e 至 μ_p 的12个常数在计算中，均含有因子 h^p，其中 $p = 1, -1, \frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$，以及其他常数(例如 α)它们的相对标准不确定度均小于 $u_r(h)$. 因此，这12个常数的不确定度近似等于 $u_r(h)$ 或 $\frac{1}{2}u_r(h)$. 同样，h 和这些常数的1986与1998不确定度比值，相互之间的差值约在15%以内. 另一方面，它们的 D_r 值变化较宽，这是由与它们有关的其他常数的数值变化引起的. 我们还可看出，主要由 $u_r(\alpha)$ 决定其不确定度的常数与主要由 $u_r(h)$ 决定其不确定度的常数的 D_r 的绝对值 $|D_r|$ 是相同的.

表1中的常数 R，k，V_m，c_2 和 σ 具有类似的性能(表中的 $1986u_r$ 与 $1998u_r$ 之比均为4.8)；后4个常数的数值是根据含有 R^p 的表达式计算的(其中 $p = 1, -1$，或4).

1986与1998之间常数数值的最大相对变化是 R_∞ 的 $D_r = 2.7$. 另一方面，其不确定度之比为157，R_∞ 的不确定度的下降是所有常数中最突出的. 其原因是，1986年 R_∞ 的推荐值主要根据1981年的实验结果；从90年代开始，测定氢原子跃迁频率的方法已用光学频率测量代替了原来的光学波长测量，而里德伯常数 R_∞ 正是用氢原子跃迁频率值获得的，前者由于方法的改进，使不确定度下降了几个量级.

参 考 文 献

[1] Cohen E R，Taylor B N. J. Phys. Chem. Ref. Data，1973，2：663

[2] Cohen E R，Taylor B N. CODATA Bull.，1986，(63)：1—32；Cohen ER，Taylor B N著. 沈乃□编译. 1986年基本物理常数国际推荐值. 北京：科学出版社，1986[Cohen E R，Taylor B N. SHEN Nai-Cheng ed & trans. 1986 International Recommeded Value of Fundamental Physical Constants，Beijing：Science Press，1986(in Chinese)]

[3] Mohr P J，Taylor B N. J. Phys. Chem. Ref. Data，1999，28(6)：1713

[4] 刘瑞珉，张钟华，沈乃□. 物理，2000，29(10)：613[LIU Rui-Min，ZHANG Zhong-Hua，SHEN Nai-Cheng. Wuli (Physics)，2000，29(10)：613(in Chinese)]

[5] 国家质量技术监督局计量司组编. 测量不确定度评定与表示指南. 北京：中国计量出版社，2000[Department of Metrology，China State Bureau of Quality and Technical Supervision ed. Evaluation and Guide to the Expression of Uncentainty in Measurement. Beijing：Chinese Metrology Press，2000(in Chinese)]

作者简介

沈乃□，男，62岁，1962年毕业于北京大学物理系，1962年至1998年在中国计量科学研究院工作，任光频实验室主任、研究员，计量测试高技术联合实验室(简称JL)副主任. 现为中国科学院物理研究所客座研究员，JL学术委员会副主任，CODATA中国委员会基本常数任务组组长，中国计量测试学会常务理事兼基本常数与激光参数专业委员会主任.

更　　正

本刊2001年第3期英文目录第7行的prige应更正为prize. 同期第132页第10行的FAT应更正为FAR，特此更正，并向读者及作者致歉！

《物理》编辑部