

# 极端黑洞的熵和拓扑\*

王 斌

(复旦大学物理系 上海 200433)

**摘要** 文章作者提出,自然界中存在两种拓扑性质完全不同的极端黑洞,一种是 Hawking 提出的具有极端拓扑的极端黑洞,它的熵是零;另一种极端黑洞保留了非极端黑洞的拓扑,它的熵仍然可用 Bekenstein - Hawking 公式描述.文章的结论解决了近年来极端黑洞研究中 Hawking 学派和弦理论家之间的矛盾,解决了 Hawking 学派的观点和黑洞相变理论的矛盾.

**关键词** 黑洞热力学,熵,拓扑

## ENTROPY AND TOPOLOGY OF EXTREME BLACK HOLES

WANG Bin

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract** We suggest that there are two kinds of extreme black holes with different topological properties in nature. One kind of extreme black hole as described by Hawking has zero entropy and extreme topology. The other kind has the topological configuration of a non-extreme black hole and its entropy is still described by the Bekenstein-Hawking formula. Our results solve the clash between string theorists and Hawking's supporters and clarify the viewpoint in black hole phase transition.

**Key words** black hole thermodynamics, entropy, topology

自从广义相对论建立以来,黑洞物理学一直是一个非常吸引人的研究课题.最近随着弦理论研究的不断深入,弦理论家们指出:黑洞是扩展弦理论以及证明弦理论与所知的物理之间有联系的肥沃土壤;在理论上黑洞已经成为了把引力理论描述的宏观世界和量子力学描述的微观世界熔合在一起的大熔炉<sup>[1]</sup>.但是客观地讲,到目前为止,黑洞物理本身还有许多问题有待搞清楚,比如:黑洞是否有毛,黑洞有没有相变,有没有极端黑洞,黑洞能不能被看成基本粒子等等.因为黑洞与外部世界之间没有因果联系,所以要彻底搞清这些问题并不是一件简单的事情.鉴于热力学描述的物理规律是不依赖于系统结构细节的,近几年我们把注意力集中在黑洞热力学的研究上,希望通过对黑洞热力学的研究能对黑洞物理的本质有更深入的认识.我们的一些研究结果解决了近来极端黑洞研究中 Hawking 学派和弦理论家之间的矛盾,解释了 Hawking 学派的观点和黑洞相变理论的矛盾.本文把我们近年来的工作作一回顾:首先介绍黑洞热力学的基本理论,然后介绍黑洞相变理论,极端黑洞的熵与拓扑,最后介绍最近的研究焦点——黑洞全息原理和黑洞似正规模.

### 1 黑洞热力学的基本理论

热力学里一个系统的状态一般可以由两个基本参量来表征:温度和熵.热力学定律表述的正是其他宏观参量(如能量、体积或压强等)在系统的转换中如何作为温度和熵的函数而变化.同样,一个黑洞的热力学状态也由两个参量来表征:一个是黑洞的视界面积;一个是视界面上的引力.由于一般认为黑洞的平衡态只依赖于质量、角动量和电荷这 3 个参量,黑洞的面积和表面引力就是这 3 个参量的函数.

黑洞热力学可以概括为 4 条定律,与通常的热力学定律极为相似.

第零定律指出,稳态黑洞视界上的所有点都有相同的表面引力.如果将稳态对应于热平衡,黑洞对应于热力学体系,表面引力对应于温度,即为通常体系的热力学第零定律.

\* 国家自然科学基金(批准号:No.10005004)、上海市科委启明星基金和上海市教委科技发展基金资助项目

2000 - 07 - 06 收到初稿,2000 - 12 - 04 修回

第一定律说的是在黑洞演化过程中,其质量、转动速度和角动量如何作为表面积和表面引力的函数而变化。

第三定律是指,经过有限次数的转换而把黑洞的表面引力缩减为零是不可能的。

最后,黑洞热力学第二定律断定,黑洞的表面积决不会随时间减小。一个孤立黑洞可以保持恒定的表面积,但实际黑洞的表面积会随着对物质和辐射的捕获而增大。同样道理,两个黑洞碰撞会并成一个黑洞,这个新黑洞的面积大于原来那两个黑洞面积之和。由 Hawking 发现的这条定律揭示了黑洞面积和热力学系统的熵之间的密切联系。Bekenstein 在此基础上进一步指出,黑洞吞噬一切信息,那它必定有熵,如同热力学中一样,这个熵也对应量度着同一个给定状态的所有可能内部构型的总数。对这个熵值的计算结果确实与黑洞的表面积成正比。

20 世纪 70 年代初, Hawking 把量子力学运用于黑洞热力学的研究中,给黑洞物理学的研究带来了一场革命。他指出黑洞并不像原来人们认识的那样只有吸收,黑洞还会慢慢地辐射。黑洞会蒸发的事实表明,黑洞能以某个不为零的温度和外界达到热平衡。这一结果和 Bekenstein 的关于黑洞具有有限熵的建议完全协调。

## 2 黑洞相变理论

许多黑洞,诸如 Reissner - Nordstrom (RN) 黑洞、Kerr 黑洞、Kerr - Newman 黑洞等都有两个视界:一个是柯西 (Cauchy) 视界,另一个是事件视界。对这两个视界稳定性的研究一直是一个吸引人的课题。用质量暴涨法<sup>[2-4]</sup>和 Helliwell - Konkowski 判据<sup>[5-12]</sup>,人们已经发现柯西视界是不稳定的,上面有奇点。这些奇点的存在挡住了外部观测者的进入,关闭了通向黑洞中心奇点区域的阀门,维护了宇宙监督原理。在对黑洞事件视界运用假想实验法进行研究后,人们发现黑洞的事件视界是稳定的,这一结果是宇宙监督原理和黑洞热力学的要求<sup>[13-15]</sup>。

通常人们把具有两个视界的黑洞称为非极端黑洞。当黑洞的柯西视界和事件视界简并,只剩下一个视界——事件视界包裹着黑洞的中心奇点时,这种黑洞被称为极端黑洞。一般人们认为极端黑洞是从非极端黑洞通过相变而来的。最早的黑洞相变概念是 Davis 在对 Kerr - Newman 黑洞研究中提出来的。他发现当  $J = (2\sqrt{3} - 3)^{1/2} M^2$ ,  $|Q| = (\sqrt{3}/2) M$  时,比

热  $C_{J,Q} \rightarrow \infty$ 。他把这一结果称为二级相变<sup>[16]</sup>。但是 Sokolowski 和 Mazur 指出, Davis 定义的黑洞相变点并不是真正的相变点,因为黑洞的内部状态并未受到任何影响<sup>[17]</sup>。为了搞清楚黑洞相变, Pavon 和 Rebi<sup>[18-19]</sup>, Su, Cai 和 Wang 等人<sup>[20-24]</sup>用 Landau - Lifshitz 涨落理论对这一问题进行了深入讨论。他们估算了 RN 黑洞、Kerr 黑洞、RN 膨胀子黑洞以及  $(2+1)$  维带电和旋转黑洞的质量、角动量和其他相关量的变化率的涨落二级矩,发现一些和温度、熵等有关的二级矩在极端黑洞情形下会发散,但是在 Davis 宣称的相变点却没有特殊现象发生。在黑洞极端条件下,热力学量二级矩的发散表明此时热力学量的涨落趋于无穷大,这些有无穷大涨落的热力学量已无法用来描述一个热力学系统,而这一特征真正对应了相变点。由于熵的数值的变化是连续的,这一相变被定义为二级相变。在对许多黑洞研究的基础上, Su 等人进一步给出了一个定理:只要黑洞的事件视界和柯西视界简并,和黑洞熵、温度有关的二级矩必然发散。这就意味着当黑洞从非极端演变成极端时就有二级相变出现<sup>[21]</sup>。这个结果受到很多支持, Kaburaki 等人在此基础上还找到了黑洞相变的标度定律<sup>[25]</sup>。

## 3 极端黑洞的熵与拓扑

近来 Hawking 等人指出,极端黑洞和非极端黑洞在拓扑上是两样的。极端黑洞的熵是零,不能够用通常人们在描述非极端黑洞时用的 Bekenstein - Hawking 公式来表征。极端黑洞不可以通过相变由非极端黑洞演变而来,而是宇宙一开始就有的<sup>[26,27]</sup>。这一观点与原来的看法完全不同。要搞清极端黑洞的物理性质,首先要回答的问题是极端黑洞从哪里来,是否像 Hawking 说的那样是与生俱来的还是先前说的来自于非极端黑洞? 我们把在讨论事件视界稳定性问题时使用的假想实验法应用于此,通过给非极端黑洞加电荷,加角动量等各种方法,试图达到黑洞的极限条件,使非极端黑洞变成极端黑洞。但是所有的计算结果和我们的愿望相反,从非极端黑洞出发,极限条件不能达到。我们的结果和其他人研究黑洞辐射的结果相同,从一个侧面支持了 Hawking 的观点,极端黑洞看来似乎不是来自于非极端黑洞<sup>[28-30]</sup>。但是客观地讲,这些假想实验并不能包括所有的物理过程,所以我们的结果并不能完全排除极端黑洞可以从非极端黑洞通过相变而来的可能

性。

最近 Zaslavskii 指出,在巨正则系综中,黑洞的极限形式可以达到,非极端黑洞可以演变到极端黑洞,极端黑洞的熵仍然可以用 Bekenstein - Hawking 公式描述,而且极端黑洞仍然保持非极端黑洞的几何性质<sup>[31-33]</sup>。这个观点得到了弦理论家的支持,他们认为,极端黑洞和近极端黑洞的熵正比于它们的事件视界面积,而且弦理论家认为,他们找到了这一熵的统计本质,引文参见文献[34]及其所引文献。这些结果表明,目前在极端黑洞的研究中存在着许多矛盾。

在研究了许多黑洞(诸如 RN 黑洞、Kerr 黑洞、

$$S = \frac{2\pi e^{-2\phi} \left[ m + \frac{e^x}{2} + \frac{(m^2 - q^2)e^{-x}}{2} \right] \left[ 1 + (m^2 - q^2)e^{-2x} \right] \sqrt{m^2 - q^2} (m + \sqrt{m^2 - q^2})}{(m^2 - q^2) + m \left[ \frac{e^x}{2} + \frac{(m^2 - q^2)e^{-x}}{2} \right]}$$

其中  $m, q$  是黑洞的质量和电量,  $\phi$  是膨胀子,  $x$  是边界位置。如果我们采用 Hawking 的方法,先取黑洞极端极限  $q \rightarrow m$ ,后取边界条件  $x \rightarrow x_+$ ,我们发现得到的极端黑洞的熵  $S = 0$ ;但是当我们先取边界条件,让黑洞先占满整个空腔,后取黑洞极端条件时,

$$dS^2 = \sum_B \dot{\rho}^2 \left[ - \frac{r_B^2}{\sum_B^2} [dt - a \sin^2 \theta d\varphi]^2 + \frac{\dot{\rho}^2 \sin^2 \theta}{\sum_B^2} [(r_B^2 + a^2) d\varphi - a dt]^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2 \right],$$

其中  $\sum_B = r_B^2 + a^2 \cos^2 \theta$ 。而先取边界条件,后取极端条件,则  $dS^2 = a^2 (1 + \cos^2 \theta) [dx^2 + d\theta^2] + \frac{4a^2 \sin^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta} (d\varphi - dt/2a)^2$ 。

在深入研究了黑洞内部拓扑性质后,我们发现上面提到的两个极限的选取先后对应了两种不同拓扑的黑洞,它们的欧拉(Euler)特征数不同。在计算欧拉特征数时,如果我们先选取黑洞极限条件,后选取边界条件,所得到的欧拉特征数为零,这个结果和 Hawking, Teitelboim, Gibbons 等人的结果相同。但是,假如我们先取边界条件,后取黑洞的极限条件,那么得到的欧拉特征数就和非极端黑洞的一致:对二维黑洞,欧拉特征数为 1;对四维黑洞,欧拉特征数为 2。欧拉特征数的不同反映了通过两种不同的极限次序得到的极端黑洞有着不同的拓扑结构。

这些结果都表明,自然界中有两种极端黑洞,一种具有极端黑洞的拓扑,而另一种仍然保持非极端黑洞的拓扑性质。极端黑洞的不同的拓扑性质和它们的热力学性质有着密切的联系,我们发现对于四维极端黑洞这一关系可以表达成:  $S = A_{\mathcal{H}}/8$ , 其中  $A$  是视界面积,  $\chi$  是欧拉特征数。这一公式把两类极端

RN 膨胀子黑洞、二维带电膨胀子黑洞和 Lowe - Strominger 黑洞)以后,我们发现可把近来对极端黑洞熵的争论归因于在计算黑洞熵时要处理的两个数学极限的先后次序的不同上<sup>[35-43]</sup>。利用巨正则系综,如果我们把黑洞放在一个空腔中,先取黑洞的极限条件,后取黑洞的边界条件(让黑洞占满整个空腔),得到的结果就是 Hawking 等人的结果,极端黑洞的熵是零。但是假如我们先取边界条件,后取黑洞的极限条件,那么极端黑洞的熵还是 Bekenstein - Hawking 公式描述的结果。以二维带电膨胀子黑洞为例,巨正则系综里得到的非极端黑洞的熵是:

$$S = 4\pi e^{-2\phi} m.$$

研究极限 Kerr 黑洞的几何性质后,我们还发现两种极限先后选取的不同会决定黑洞不同的几何性质,对应着不同的 Bertotti - Robinson 时空。若先取极端条件,后取边界条件, Bertotti - Robinson 时空是

黑洞的拓扑和不同的经典熵直接联系起来。

进一步用这两种取极限的方法讨论黑洞的量子熵,我们发现在先取极端条件,后取边界条件后,极端黑洞背景上标量场的熵为

$$S_{QM} = \frac{\pi}{3\beta\lambda} \left| \frac{m}{m\lambda\epsilon} + \ln \frac{1}{m\lambda\epsilon} \right|;$$

而先取边界条件后取极端条件,得到的极端黑洞背景上标量场的熵为

$$S_{QM} = \frac{\pi}{3\beta\lambda} \left| \ln \frac{1}{m\lambda\epsilon} + \frac{m}{2\sqrt{m^2 - q^2}} \ln \frac{2\sqrt{m^2 - q^2}}{\lambda(m + \sqrt{m^2 - q^2})} \right|.$$

除了可以重整化的发散量  $\epsilon \rightarrow 0$  外,我们发现,先取边界条件后取极端条件得到的极端黑洞的量子熵还多了一项不可重整化的量。因为我们是使用 WKB 法计算极端黑洞的量子熵的,这项新的不可重整的发散项表明,黑洞缠绕熵的涨落是无穷大的,这一结果从量子角度支持了我们得到的黑洞相变的经典结论。

通过对极端黑洞经典、量子熵以及极端黑洞拓扑几何的深入研究,我们提出:自然界中存在两类极端黑洞,一种极端黑洞具有零熵,和非极端黑洞有着完全不同的拓扑性质,这种极端黑洞只能在宇宙

早期成对生成;另一种极端黑洞的熵仍然正比于视界面积,它们和非极黑洞有着相同的拓扑,可以通过相变由非极端黑洞演变而来.我们还找到了黑洞相变的量子解释.这些结果解决了近来极端黑洞研究中 Hawking 学派和弦理论家之间的矛盾,解决了 Hawking 学派的观点和黑洞相变理论的矛盾.

上面的结论目前只适合于偶数维黑洞.最近我们在对三维黑洞的研究中发现,奇数维极端黑洞的熵值与数学极限次序无关,极端黑洞的熵不为零<sup>[41]</sup>.因为奇数维黑洞和偶数维黑洞的拓扑性质有本质上的不同,怎样把奇数维极端黑洞的熵和它的拓扑性质联系起来是一个有待解决的问题.

#### 4 黑洞的全息原理和似正规模

最近 Maldacena 等人找到的  $D$  维 Anti - de Sitter 空间中的超引力和  $D - 1$  维边界上共形场论的对应性(AdS/CFT)是引力理论中一个非常有用的工具,受到广泛关注<sup>[44]</sup>.Anti - de Sitter 黑洞的似正规模的研究是 AdS/CFT 对应性的又一个重要研究领域. Horowitz 等人指出,大 Schwarzschild AdS 黑洞对应了共形场论(CFT)中的一个热力学态.给这样的大黑洞一个扰动,就相当于扰动这个热态.扰动的减弱对应于回到热平衡<sup>[45]</sup>.在对 Reissner - Nordstrom(RN) AdS 黑洞的研究中我们发现:对于带电不是很多的黑洞,整个黑洞热力学系统回到热平衡态的过程随着黑洞电量的增加而加快;但是当黑洞的电量达到一临界值,趋于极端黑洞时,扰动后的黑洞回到热平衡的过程反而随电量增加而减慢<sup>[46,47]</sup>.这些行为在 Kerr 黑洞中亦已被发现<sup>[48]</sup>.鉴于黑洞的似正规模直接反映了黑洞背景时空的性质,而且已有许多人用不同方法确证了非极端黑洞趋于极端黑洞时有相变产生,这些趋于极端黑洞时黑洞似正规模的不同行为也许正反映了黑洞不同两相的性质.这一方面的研究目前正在进一步进行.

图 1 和图 2 分别显示了似正规振荡趋于平衡态的快慢和黑洞带电多少有关.图 1 表明黑洞带电不是很多时,黑洞似正规模回到平衡态的过程随黑洞电量的增加而加快.图 2 反映了当黑洞带电很多,趋于极端黑洞时,黑洞似正规模回到平衡态的过程反而随电量增加而减慢.图中纵坐标  $|\psi|$  反映似正规振荡的幅度,横坐标  $v = t + r^*$ ,固定  $r^*$  后  $v$  的变化反映了时间的演化.

黑洞似正规模不但是 AdS/CFT 对应性研究的实

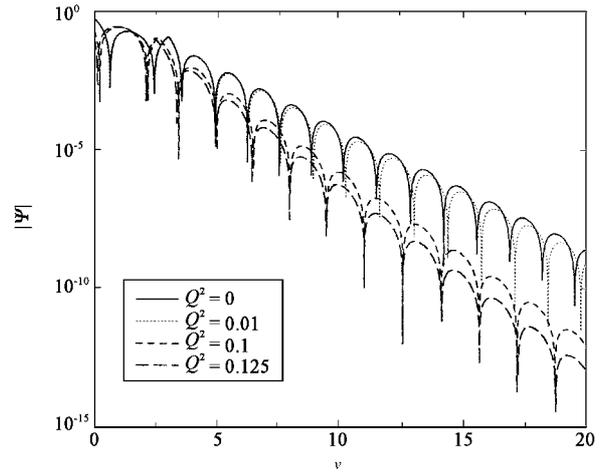


图 1 带电较小的 RN AdS 黑洞似正规振荡趋于平衡态的过程 (反映的黑洞视界为  $r_+ = 0.4$ ,极限条件为  $Q^2 = 0.2368$ )

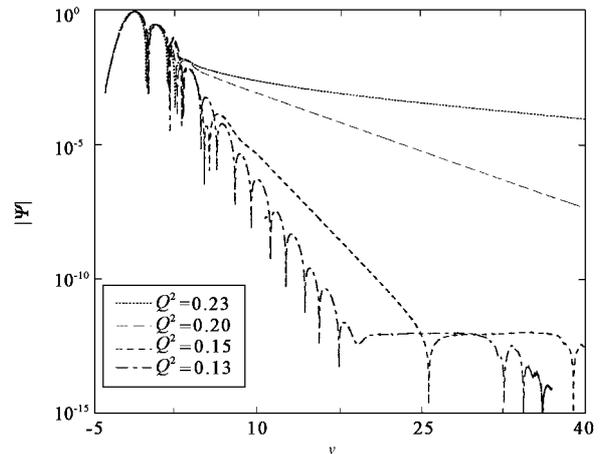


图 2 近极端黑洞似正规振荡趋于平衡态的过程 (描述的黑洞视界为  $r_+ = 0.4$ ,极限条件为  $Q^2 = 0.2368$ )

际例子,而且它亦可能是证明黑洞存在的惟一直接证据,在未来几年的引力波实验中将得到验证.人们已经能估算出黑洞似正规模的有效引力波幅度为

$$h_{\text{eff}} \approx 4.2 \times 10^{-24} \left( \frac{\delta}{10^{-6}} \right)^{1/2} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) \left( \frac{15 \text{ Mpc}}{r} \right),$$

其中  $\delta$  为辐射能,依赖于黑洞质量的辐射频率  $f \approx 12 (M_{\odot} / M) \text{ kHz}$ .对于星系核中超大质量的黑洞,它们具有低频信号,用 LISA 探测器和空间引力波干涉天线就能探测到.对于质量在  $(100 - 1000) M_{\odot}$  范围内的中等质量的黑洞,它们最重要的似正规模的辐射频率正好在新一代的地面探测器最敏感探测范围内,所以只要这种黑洞存在,它必然会留下“指纹”.

对各种黑洞似正规模的深入研究和认识,有利于我们通过引力波实验探测黑洞的存在;特别对于

极端黑洞似正规规模的研究,能帮助我们观测上进一步认识极端黑洞的物理本质,验证我们在研究极端黑洞热力学时提出的两类极端黑洞的观点.

## 5 结束语

本文中我们回顾了黑洞热力学的基本理论和一些新的研究进展,以及近年来黑洞热力学,尤其是极端黑洞热力学的研究面临一些挑战.我们在这方面的研究结果解决了极端黑洞研究中 Hawking 学派和弦理论家之间的矛盾,解决了 Hawking 学派的观点和黑洞相变理论的矛盾.我们的这些结果得到了同行的支持<sup>[49]</sup>.随着能被引力波实验探测到的黑洞似正规规模研究的不断深入,我们期待着对黑洞更进一步的认识,希望对黑洞热力学的研究结果能在不久的将来被实验所证实.

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Taubes G. *Science*, 1999, 285 : 512
- [ 2 ] Poisson E, Israel W. *Phys. Rev. D*, 1990, 41 : 1796
- [ 3 ] Herman R, Hiscock W A. *Phys. Rev. D*, 1992, 46 : 1863
- [ 4 ] Chan J S F, Mann R B. *Phys. Rev. D*, 1994, 50 : 7376
- [ 5 ] Helliwell T M, Konkowski D A. *Phys. Rev. D*, 1993, 47 : 4322
- [ 6 ] Konkowski D A, Helliwell T M. *Phys. Rev. D*, 1994, 50 : 841
- [ 7 ] Cai R G, Su R K. *Phys. Rev. D*, 1995, 52 : 666
- [ 8 ] Cai R G, Su R K, Yu P K N. *Phys. Rev. D*, 1994, 50 : 2719
- [ 9 ] Cai R G, Su R K. *Chin. Phys. Lett.*, 1994, 11 : 526 ;  
Cai R G, Su R K. *Chin. Phys. Lett.*, 1995, 12 : 446
- [ 10 ] Cai R G, Su R K, Yu P K N. *Phys. Lett. A*, 1995, 199 : 158
- [ 11 ] Wang Bin, Su R K. *Phys. Rev. D*, 1996, 53 : 1950
- [ 12 ] Wang Bin, Su R K. *Chin. Phys. Lett.*, 1996, 13 : 718
- [ 13 ] Bekenstein J D, Rosenzweig C. *Phys. Rev. D*, 1994, 50 : 7239
- [ 14 ] Jensen B. *Phys. Rev. D*, 1995, 51 : 5511
- [ 15 ] Wang Bin, Su R K. *Phys. Rev. D*, 1996, 54 : 7298
- [ 16 ] Davis P C. *Proc. R. Soc. London A*, 1977, 353 : 499
- [ 17 ] Sokolowski L M, Mazur P. *J. Phys. A*, 1980, 13 : 1113
- [ 18 ] Pavon D, Rubi J M. *Phys. Rev. D*, 1988, 37 : 2052
- [ 19 ] Pavon D. *Phys. Rev. D*, 1991, 43 : 2495
- [ 20 ] Cai R G, Su R K. *Phys. Rev. D*, 1993, 48 : 3473
- [ 21 ] Su R K, Cai R G, Yu P K N. *Phys. Rev. D*, 1994, 50 : 2932
- [ 22 ] Cai R G, Su R K, Yu P K N. *Phys. Lett. A*, 1994, 135 : 307
- [ 23 ] Cai R G, Su R K, Yu P K N. *Phys. Rev. D*, 1995, 52 : 6181
- [ 24 ] Wang Bin, Zhu J M. *Mod. Phys. Lett. A*, 1995, 10 : 1269
- [ 25 ] Kaburaki O. *Phys. Lett. A*, 1996, 217 : 316
- [ 26 ] Hawking S W, Horowitz G, Ross S. *Phys. Rev. D*, 1995, 51 : 4302
- [ 27 ] Teitelboim C. *Phys. Rev. D*, 1995, 51 : 4315
- [ 28 ] Wang Bin, Su R K, Yu P K N *et al.* *Phys. Rev. D*, 1998, 57 : 5284
- [ 29 ] Wang Bin, Su R K, Abdalla E. *Mod. Phys. Lett. A*, 1999, 14 : 1329
- [ 30 ] Wang Bin, Su R K. *Comm. Theor. Phys.*, 1999, 32 : 453
- [ 31 ] Zaslavskii O B. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, 76 : 2211
- [ 32 ] Zaslavskii O B. *Phys. Rev. D*, 1997, 56 : 2188
- [ 33 ] Zaslavskii O B. *Phys. Rev. D*, 1997, 56 : 6695
- [ 34 ] Peet A W. *Class. Quant. Grav.*, 1998, 15 : 3291  
Wang Bin, Su R K, Feng S. *Chin. Phys. Lett.*, 2000, 17 : 177
- [ 35 ] Wang Bin, Su R K. *Phys. Lett. B*, 1998, 432 : 69
- [ 36 ] Wang Bin, Su R K. *Phys. Rev. D*, 1999, 59 : 104006
- [ 37 ] Wang Bin, Su R K. *Phys. Rev. D*, 1998, 58 : 124026
- [ 38 ] Wang Bin, Su R K, Yu P K N. *Phys. Lett. B*, 1998, 438 : 47
- [ 39 ] Wang Bin, Su R K. *Comm. Theor. Phys.*, 1999, 31 : 469
- [ 40 ] Wang Bin, Su R K. *Comm. Theor. Phys.*, 1999, 32 : 177
- [ 41 ] Wang Bin, Abdalla E. *Phys. Lett. B*, 1999, 468 : 208
- [ 42 ] Wang Bin, Abdalla E, Su R K. *Phys. Rev. D*, 2000, 62 : 047501
- [ 43 ] Wang Bin, Su R K, Abdalla E. *Inter. J. Mod. Phys. A*, 2001, 16 : 1367
- [ 44 ] Maldacena J. *Adv. Theor. Math. Phys.*, 1998, 2 : 231 ;  
Witten E. *Adv. Theor. Math. Phys.*, 1998, 2 : 253 ;  
Gubser S, Klebanov I, Polyakov A. *Phys. Lett. B*, 1998, 428 : 105
- [ 45 ] Horowitz G, Hubeny V. *Phys. Rev.*, 2000, D62 : 024027 ;  
Horowitz G. *Class. Quant. Grav.*, 2000, 17 : 1107
- [ 46 ] Wang Bin, Lin C Y *et al.* *Phys. Lett. B*, 2000, 481 : 79
- [ 47 ] Wang Bin, Mendes C M, Abdalla E. *Phys. Rev.*, 2001, D63 : 084001
- [ 48 ] Andersson N, Glampedakis K. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 84 : 4537
- [ 49 ] Hod S. *Phys. Rev. D*, 1999, 60 : 104031 ;  
Hod S. *Phys. Rev. D*, 2000, 61 : 084018 ;  
Zaslavskii O B. *Class. Quant. Grav.*, 2000, 17 : 497 ;  
Ma. *Phys. Lett. B*, 1999, 470 : 77 ;  
Podolsky. *Gen. Rel. Grav.*, 1999, 31 : 1703 ;  
Hong S T, Kim Y W, Park Y J. *Phys. Rev. D*, 2000, 62 : 024024 ;  
Hong S T, Kim Y W, Park Y J. *Phys. Rev. D*, 2000, 62 : 104020 ;  
Hong S T, Kim Y W, Park Y J. *Phys. Rev. D*, 2000, 62 : 064021