

玻色 – 爱因斯坦凝聚体中的超流现象*

刘夏姬¹ 李师群^{1, 2, 3}

(1 清华大学物理系 北京 100084)

(2 量子信息与测量教育部重点实验室 北京 100084)

(3 清华大学原子分子纳米科学中心 北京 100084)

摘要 在玻色 – 爱因斯坦凝聚(BEC)的超流现象的研究中,人们通常采用平均场近似下求解 Gross – Pitaevskii 方程的方法,我们采用更严格的准确对角化的方法对弱排斥相互作用下二维旋转 N – Boson 体系的凝聚状态进行了研究.研究表明,弱相互作用下的基态并不是人们通常认为的单一凝聚态,而是一个碎裂凝聚态.通过碎裂态能谱与平均场方法给出的能谱之间的比较以及条件几率分布函数的计算,我们指出这种碎裂凝聚态有着内在的不稳定性,很容易破缺到一个单一凝聚态,计算给出的条件几率分布可以用来揭示破缺后的状态,其分布图案与平均场近似下所得到的涡旋图形相类似.我们进一步注意到过去研究工作主要集中在弱相互作用极限下和强相互作用 Thomas – Fermi 近似极限下这两种极端情况.为考察两种极限间的中间过渡区域,我们研究了中等相互作用强度下体系的基态性质.

关键词 超流,准确对角化方法,碎裂的凝聚态,对称性自发破缺

SUPERFLUIDITY IN BOSE-EINSTEIN CONDENSATES

LIU Xia-Ji¹ LI Shi-Qun^{1, 2, 3}

(1 Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

(2 Key Laboratory for Quantum Information and Measurements, Ministry of Education, Beijing 100084, China)

(3 Center for Atomic and Molecular Nanosciences, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract In general, the mean-field-approximation(MFA) is adopted to solve the Gross-Pitaevskii equation in studies of superfluidity in Bose-Einstein condensates. However, we use the more rigorous exact diagonalization method (EDM) to investigate the state of a condensate with weak repulsive interaction in a two-dimensional N -boson system under rotation. The results show that the ground state is a fragmented condensate state instead of a single condensate state, contrary to what one might expect. By comparing the energy spectrum of the fragmented state in EDM with that given by the mean-field-approximation and calculating the conditional probability distribution, we find that the fragmented state is intrinsically unstable and tends to decay spontaneously to a single condensate state. The conditional probability distribution reveals the state after symmetry breaking, and vortex pictures similar to those under MFA are obtained. Moreover, on the basis of previous works on superfluidity which mainly considered the two extreme limits of weak interaction and strong Thomas-Fermi interaction we further study the ground-state properties of the system with medium interaction strength.

Key words superfluidity, exact diagonalization method, fragmented condensate state, spontaneous symmetry breaking

超流体区别于正常流体的地方在于它是一种无摩擦流.超流现象首先在低温⁴He 中观察到.对于⁴He,当温度低于 2.17K,它的比热会出现跳跃,这意味着⁴He 中发生了二级相变.将相变点的温度称 T_λ ,当 $T > T_\lambda$,⁴He 处在 He I 相;当 $T < T_\lambda$,⁴He 处在 He

II 相.He I 和正常经典液体的性质无多大的差别,而 He II 具有很多与经典液体不同的反常性质.这体

* 国家自然科学基金(批准号:19834060,199775027)资助项目
2001 – 07 – 11 收到

现在它的比热、热导和粘滞系数等方面. 为了测量 He II 的粘滞系数反映它的超流动性, 可以用同心圆筒的方法对 ^4He 进行旋转. 在旋转中人们已发现有很多 vortex(涡旋)存在.

与上述 ^4He 原子凝聚体对比, 1995 年实现的碱金属气体凝聚体的性质有很大不同: 首先 ^4He 凝聚体的空间密度分布是均匀的, 而碱金属气体原子由于外势的限制, 它的空间密度分布是不均匀的; 另外 ^4He 中只有 1/10 的原子凝聚, 而碱金属气体原子在低温情况下可以全部凝聚在同一状态. 此外我们注意到, 碱金属气体的凝聚体是很纯净、稀薄的(即凝聚体的密度 n 和原子间散射长度 a 的乘积满足 $na^3 \ll 1$) 这与彼此之间存在很强的相互作用、高密度的 ^4He 超流体十分不同. 鉴于碱金属原子凝聚体的上述性质, 我们可以通过这种凝聚体中的粘滞现象研究揭示量子液体超流现象的本质.

虽然原子气体的玻色-爱因斯坦凝聚在 1995 年就由三家实验室相继实现, 但由于使 BEC 旋转起来存在实验技术上的困难, 原子气体凝聚体的超流性质在 1999 年才由 JILA 小组观测到^[1]. 继而 MIT 的 Ketterle 小组, 法国 ENS 的 Dalibard 小组也相继对原子气体凝聚体的超流性质进行了研究^[2]. 在研究中他们分别给出了类似于旋转 ^4He II 时呈现的涡旋图案.

值得指出的是, 在实验上第一次观测到 BEC 中涡旋态之前, 这方面已经有一些理论研究^[2]. JILA 小组的实验工作就是建立在他们建议的用激光场改变凝聚体位相方法的基础上的^[3]. ENS 小组的实验工作则是建立在 Leggett 和 Stringari 提出的类似于液 He 中用旋转圆筒产生涡旋态的设想基础上^[4]. 目前, 在理论方面人们已讨论了在 BEC 中形成涡旋态的性质、结构、能谱、耗散、寿命、稳定性, 以及使 BEC 旋转的临界角速度等问题^[5]. 在研究中, 人们采用的两种可行方法是: 求解平均场近似下的 Gross-Pitaevskii 方程方法和准确对角化的方法.

比较这两种方法, 我们发现它们各有利弊. 平均场方法的优点在于, 平均场近似可以给出总角动量 L 和总粒子 N 趋于无穷的热力学极限下的解(这时 L/N 为固定值). 这种热力学极限是不能直接用准确对角化方法得到的, 因为随着 L 和 N 的增加, 对角化方法中的空间维数将迅速增加, 我们现有的能力只能用来求解 L 和 N 较小时的情况. 准确对角化方法的优点在于: 第一, 准确对角化方法可以给出激发态所有的能谱; 第二, 平均场假设体系可以用单一的波函数描述, 忽略了粒子间的关联效应, 这种关联

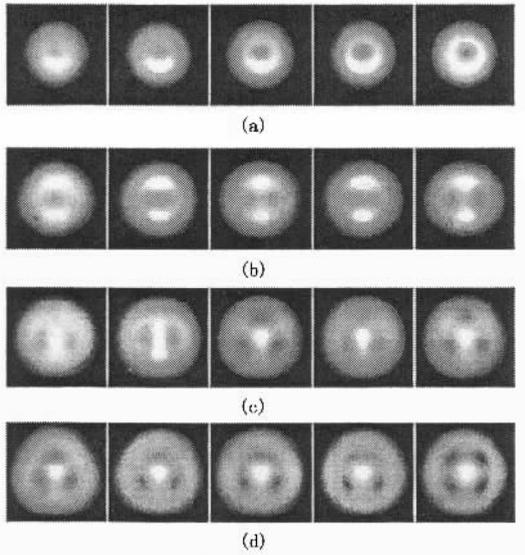
效应可在准确对角化方法中体现. 第三, 在平均场近似中基态的相互作用能量以粒子数 N 的平方形式增长, 用准确对角化的方法得到基态的相互作用能量在热力学极限情况下与平均场给出的相同, 也是以粒子数 N 的平方趋势增长, 但是在固定粒子数 N 的情况下, 准确对角化比平均场给出的基态能量要低, 它给出更精细的能谱结构, 即在能量中包含 N 的量级或比 N 更小的量级; 第四, 平均场近似本身包含了体系的一个单一凝聚状态的假定, 而这一点不包含在准确对角化中. 我们知道体系的凝聚状态有两种: 单一凝聚状态和碎裂凝聚状态^[6]. 对于 N 个 Boson 系统, 如果它的单粒子密度矩阵有且仅有一个宏观本征值(N 量级的), 则我们称它为一个单一凝聚状态, 相应的本征函数是宏观布居的; 反之如果单粒子密度矩阵有多于一个的宏观本征值, 则该凝聚状态是碎裂的凝聚态, 粒子分布在这些本征值相应的本征状态上. 用平均场方法是无法处理碎裂凝聚体系的.

在 BEC 的超流现象研究中, 人们一般采用平均场近似方法, 仅 Papenbrock 小组^[7]和我们小组^[8]采用准确对角化的方法对这一现象进行研究. Papenbrock 小组用此方法研究了单个涡旋态是否是通过相变形成的问题. 我们采用这种方法对两维各向同性谐振子势中弱相互作用低能极限下 N Boson 体系的基态性质和相互作用比较强(中等相互作用强度下) N Boson 体系的基态性质进行了研究.

考虑排斥弱相互作用极限下两维旋转 N Boson 体系, 通过计算体系基态的单粒子密度矩阵^[9], 根据基态是角动量守恒状态, 我们首次指出该体系基态不是人们通常认为的单一凝聚态而是一个碎裂凝聚态. 同时这碎裂状态是不稳定的, 很容易变成一个有着很好定义位相的单一凝聚态. 其物理本质是: 附加一个破坏对称性的任意小的微扰都可以使碎裂的凝聚态间快速建立位相关联, 从而改变单粒子密度矩阵, 给出一个宏观布居的单一凝聚态. 这种体系的不稳定性, 我们通过准确对角化给出的碎裂态能谱和平均场近似给出的单一凝聚态能谱在热力学极限下相同来反映. 另一方面, 我们用反映体系内在密度分布的条件几率分布给出碎裂态自发破缺的倾向, 条件几率分布随着总角动量 L 的不同给出与平均场近似结果相类似的 vortex 图形, 如图 1 所示. 由此可知, 超流实验中给出的涡旋状态应该是一个对称性自发破缺的结果. 这个结论, 是本身就包含对称性自发破缺假设的平均场理论所无法得到的. 同时我

们注意到,条件几率分布给出的图形并不完全等同于平均场给出的 vortex 图形.因为条件几率分布给出的是位相没有很好定义的碎裂凝聚态的内在密度分布,而平均场中给出的 vortex 是具有统一的位相的.碎裂凝聚状态和单一凝聚状态的区别是碎裂凝聚状态的各部分间是不相干的,这一点差别可以通过 Josephson 隧穿来证实.类似这方面的实验曾由 Leggett 和 Sols 在 Found. Phys. 上发表的文章中提到^[10].我们的上述研究结果已在 Physical Review Letters 上发表^[8].

在分析弱相互作用极限下两维旋转 N -Boson 体系基态性质的基础上,注意到过去研究工作主要集中在弱相互作用极限下和强相互作用 Thomas - Fermi 近似极限下这两种极端情况,我们进一步用准确对角化方法研究了中等相互作用情况下体系的基态性质,阐明 $n_r \neq 0$ 的非最低 Landau 能级的单粒子状态存在对体系的基态性质带来的影响,指出体系的有效相互作用能、密度分布和条件几率分布强烈地依赖于相互作用强度的大小.我们这一研究结果也已在 Physical Review A 上发表^[8].



条件几率分布随着总角动量 L 的不同给出与平均场近似结果相类似的 vortex 图形,在每一列图形中从左到右总角动量 L 以 1 份角动量的单位递增,在 (a) (b) (c) 和 (d) 四个图中总角动量起始值分别是 33, 62, 79 和 108

参 考 文 献

[1] Mathews M R *et al.* Phys. Rev. Lett. ,1999 ,83 :2498
 [2] Madison K W *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2000 ,84 :806 ;Chevy F *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2000 ,85 :2223 ;Madison K W *et al.* e-print cond-mat/0004037 ,2000 ;Raman C *et al.* Phys. Rev. Lett. ,1999 ,83 :2502 ;Onofrio R *et al.* Phys. Rev. Lett. ,1999 ,85 :2228 ;Abo-Shaeer J R *et al.* Science 292 :476
 [3] Willams J E *et al.* Nature ,1999 ,401 :568. Marzlin K P *et al.* Phys. Rev. Lett. ,1997 ,79 :4728
 [4] Leggett A L *et al.* Topics in superfluidity and superconductivity. In : Hoch M Lemmer R ed. Low Temperature Physics. Berlin :Springer-Verlag ,1992 ;Stringari S. Phys. Rev. Lett. ,1999 ,82 :4371
 [5] Fetter A L *et al.* e-print cond-mat/0102003
 [6] Nozières P *et al.* J. Phys. (Paris) ,1982 ,43 :1133
 [7] Bertsch G F *et al.* Phys. Rev. Lett. ,1999 ,83 :5412
 [8] Liu X-J ,Hu H ,Chang L *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2001 ,87 :030404
 Liu X-J ,Hu H ,Chang L *et al.* Phys. Rev. A ,2001 ,64 :035601
 [9] Yang C N. Rev. Mod. Phys. ,1962 ,34 :694
 [10] Leggett A J *et al.* Found. Phys. ,1991 ,21 :353

· 物理新闻 ·

量子指纹术 (Quantum Fingerprinting)

众所周知,在科学交流与电子商务方面,在两地计算机间进行的数据传输都将花费掉相当多的时间,因此数据压缩一直是科学与工程界关心的课题.目前广泛使用的一种称为“经典指纹术(classical fingerprinting)”的方法可以把一个 10^{20} 比特的数据库压缩为只要传输成一个 10^{10} 比特的文件,而不会发生任何的信息丢失.这个方法的关键点是先生成一个有鉴别能力的数称为“指纹”,再生成一串无规数列,称为“钥匙”,并按照一定的运算规则进行运算,就能完全保留原有的全部信息.最后就只要传输这样一个有 10^{10} 比特的文件给对方,从而达到压缩数据库的目的.

最近荷兰阿姆斯特丹大学的 H. Buhrman 博士完成了一项荷兰 - 加拿大的合作项目——量子指纹术.这个方法可以将 10^{20} 比特的数据库压缩到只要传输 70 个量子比特的水平,其中主要的改进是要在程序中放入一些光子,它们的作用是可以同时在许多不同的钥匙间工作,这拓展了经典指纹术只有一个钥匙的限制.

据研究者表示,这种量子指纹术的计算技术并不比现有的技术复杂多少,但效率可提高很多.

(云中客摘自 Phys. Rev. Lett. ,15 Oct. 2001)