

光学小波匹配滤波器与图形识别*

吴华文[†] 齐开国 李永平

(中国科学技术大学物理系 合肥 230026)

摘要 小波变换弥补了傅里叶变换的不足,在信号及图像处理方面具有广阔的应用前景.文章深入讨论了小波变换匹配滤波器的理论基础及光学实现方法,并将其用于图形识别,给出了计算机模拟结果,与传统的匹配滤波器进行了比较,证实了小波变换在光学信息处理中的优越性.

关键词 小波变换,边缘增强,匹配滤波,图形识别,墨西哥帽小波

OPTICAL PATTERN RECOGNITION USING WAVELET TRANSFORM

WU Hua-Wen[†] QI Kai-Guo LI Yong-Ping

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract The wavelet transform has acquired growing importance in signal and image processing. We introduce an optical wavelet matched filter that improves the conventional matched filter and can be used for pattern recognition. The wavelet matched filter performs a wavelet transform to enhance significant features of the images and the correlation between two wavelets transforms in a single step. Here we present computer simulation results of this new filter and demonstrate that this new bandpass filter has a much better discrimination capability than the conventional matched filter.

Key words wavelet transform, edge enhancement, matched filter, pattern recognition, Mexican-hat wavelet

1 引言

在自然界和科学技术中有大量信号,他们具有局部的或定域的特性.例如语言信号、地震信号、心电图信号、声纳信号和各种电脉冲等.这些信号值出现在一个短暂的时间间隔内,此后很快衰减到零,此过程称为快速过程或暂态过程.这些信号可称为“小波”信号.许多光学信号具有同样的特征,如远处空中的目标、显微镜下的小物体、被鉴别的指纹等等.

对于局部信号或暂态过程,傅里叶分析就不完全适用.在 Δt 或 Δx 以外的信号是未知的,它可能是零,也可能是背景噪声.如不加选择地把 $(-\infty, +\infty)$ 内全部信号进行傅里叶处理,就可能产生较大的误差甚至错误.

近年来发展起来的小波分析,正好克服了傅里叶分析的上述缺点.小波分析能对几乎所有的常见函数空间给出通过小波展开系数的简单刻画,也能用小波展开系数描述函数的局部光滑性质.特别是在信号分析中,由于它适用于分析处理局部信号,因而在信号分析、图像处理、数据压缩、边缘检测等方

面比现有的手段更为有效.近年来,已经提出很多理论,尝试用光学系统实现小波变换,如Szu^[1]等人提出用二维相关器实现一维小波变换,Mendlovic^[2]等人提出用二维Dammann光栅实现多通道二维光学小波变换等.

本文深入讨论了小波变换在光学特征识别中的应用——光学小波匹配滤波器(optical wavelet matched filter, WMF),并与传统的匹配滤波器进行比较.

2 光学小波变换

傅里叶分析可将 $(-\infty, +\infty)$ 内全部信号分解为一系列的简谐振动或平面波的线性叠加,得到长时间内信号的整体频谱.为了有效提取一个局部信号的信息,引入局部化概念,例如在傅里叶变换中加一个衰减足够快的窗函数,称为短时傅里叶变换(STFT),但窗口的尺寸不会随信号中心频率的变化

* 2001-09-26收到初稿,2002-01-17修回

† 通讯联系人.E-mail:whw@mail.ustc.edu.cn

而变化,仍然难以处理奇异信号.而小波变换的空间窗和频率窗宽度可变,当中心频率增高时,空间窗宽度变小而频率窗宽度增大,可处理更多的高频信息;当中心频率降低时,频率窗变小而空间窗加宽,可容纳足够多个空间周期,这样就保证了小波变换能以同样的精度去处理不同中心频率的信号.图1与图2可以看出STFT和小波变换母函数的区别.

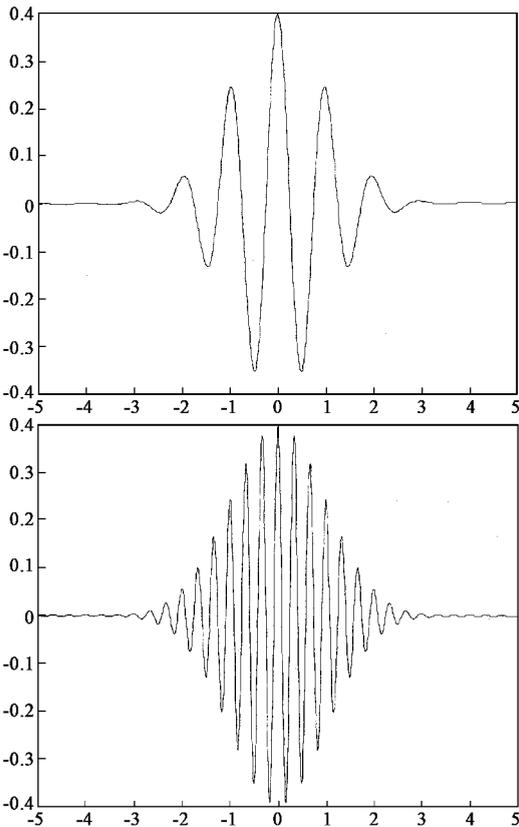


图1 STFT(伽博变换)基函数
(从上至下中心频率增高)

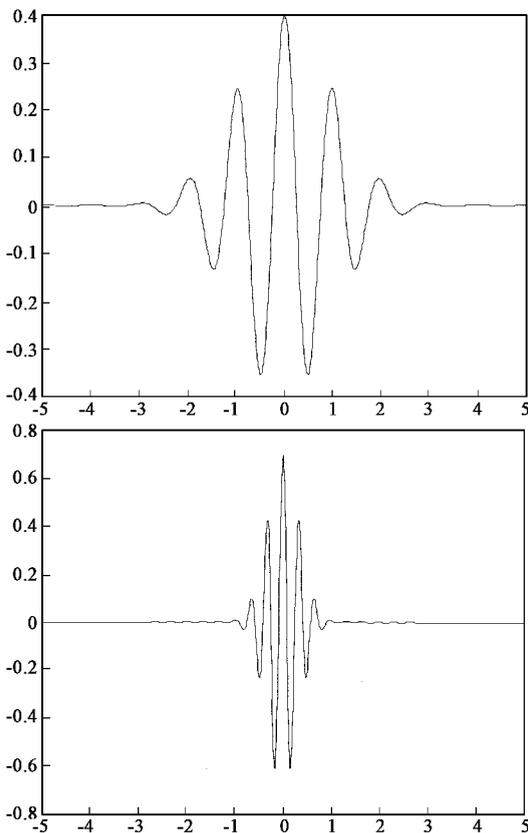


图2 小波变换(Morlet变换)母函数
(从上至下中心频率增高)

算必然取出信号的局部特征.通过母函数的这种伸缩和平移运算可以对信号进行多尺度的细致表示,从而小波变换被誉为“数学显微镜”.

同样,二维小波变换也可类似定义为二维小波函数与二维信号函数(例如图像信号)的相关.从小波变换的定义可知, N 维信号函数的小波变换是 $2N$ 维函数,因此计算的工作量很大,人们考虑用光学系统来实现小波变换,因为光学信息处理器具有高度的并行处理性能.

函数 $h(x,y)$ 和 $f(x,y)$ 的相关可以通过对它们的频谱积 $H^*(u,v)F(u,v)$ 作逆傅里叶变换得到,即复数匹配滤波^[5].匹配滤波可以用标准的光学 $4f$ 系统实现.将二维信号 $f(x,y)$ 从输入平面输入系统,在频谱面上将出现它的谱 $F(u,v)$.将匹配滤波函数 $H^*(a_x u, a_y v)$ 通过频谱面对 $F(u,v)$ 进行滤波,则形成 $H^*(a_x u, a_y v)F(u,v)$,再在输出平面上得到它的逆变换,即得到 $f(x,y)$ 的波变换.因此小波变换可用 $4f$ 系统实现,缺点是一次只能实现一个伸缩因子 a 的小波变换.

小波母函数所要满足的条件为:光滑的(高次可微)、局部的(至少是无穷远处快速衰减)、也是振荡的(均值为0).由于这样的函数图形如小波,因而这样的基便称为小波基,这也是小波名称的由来.

小波函数 $h_{a,b}(x)$ 由母函数 $h(x)$ 伸缩和平移而来:

$$h_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} h\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (a > 0). \quad (1)$$

一维信号 $f(x)$ 的连续小波变换定义为

$$W_{a,b}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{a,b}^*(x) f(x) dx, \quad (2)$$

即缩放后的变换母函数与信号函数的相关(correlation).小波函数 $h_{a,b}(x)$ 是局部化的函数,其不显著为零的分量只存在于有限的区域内,因此小波变换也是一个局域化的变换,与一个小波函数的相关运

3 墨西哥帽小波 (Mexican-hat wavelet)

墨西哥帽小波母函数是二维高斯函数 g_a 的两阶导数:

$$h(x, y) = \nabla^2 g_a(x, y) = \frac{1}{a^2} \left[\frac{x^2 + y^2}{a^2} - 2 \right] \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2a^2}\right) \quad (3)$$

它的频谱为

$$H(u, v) = 4\pi^2 a^2 (u^2 + v^2) \exp[-2\pi a^2 (u^2 + v^2)] \quad (4)$$

小波变换 (WT) 可以写为

$$W_{a, x, y}(f) = \nabla^2_{x, y} \left[\iint_{-\infty}^{\infty} f(x', y') g_a(x' - x, y' - y) dx' dy' \right] \quad (5)$$

从物理上看, 微分的效果就是使信号的边缘增强。所以, 由上式可以看出, 当图像信号变化平缓时, 小波变换结果值很小, 而在图像的边缘部分, 则会出现极值, 这就是边缘增强效应。

图 3 和图 4 分别是在不同参数 a 下的墨西哥

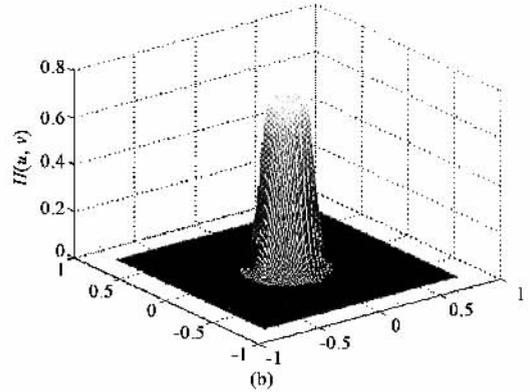
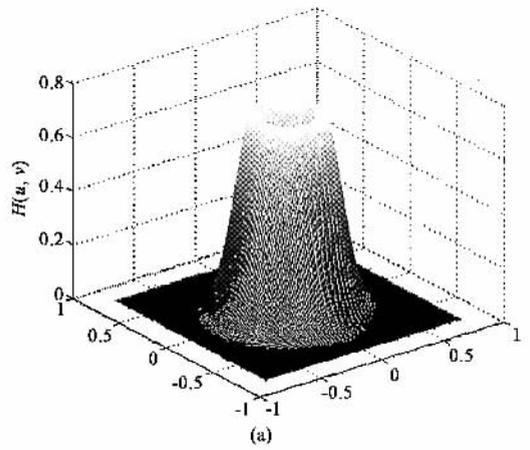


图 4 二维墨西哥帽小波的频谱 (a) $a=1$ (b) $a=2$

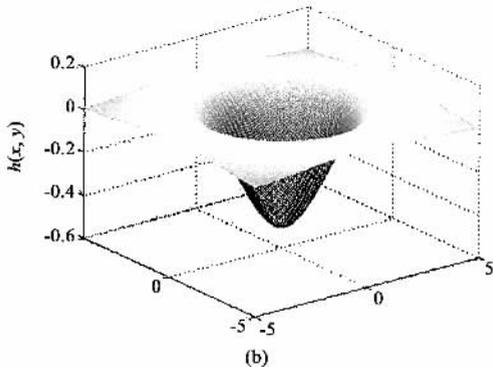
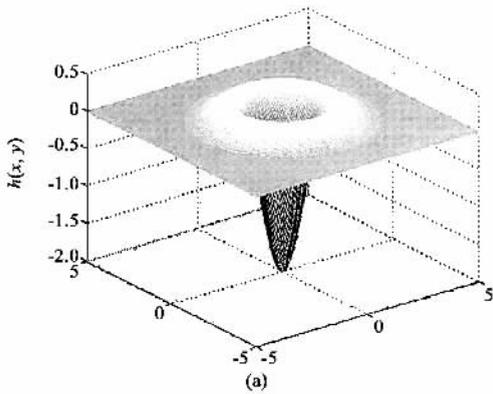


图 3 二维墨西哥帽小波图像
(a) $a=1$ (b) $a=2$

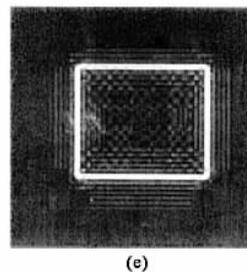
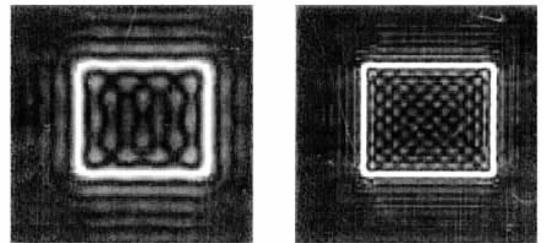
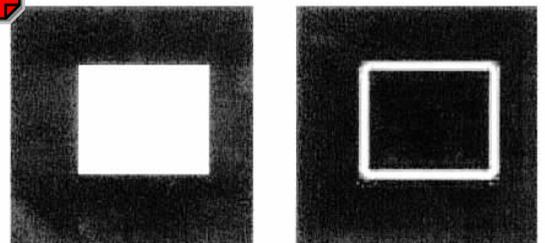


图 5 小波变换与高通滤波的比较
(a) 输入图像 (b) 输入图像的小波变换 $a=0.4$;
(c) 高通滤波, 阻频谱信息 16% (d) 高通滤波, 阻频谱信息 32%;
(e) 高通滤波, 阻频谱信息 48%

帽小波函数的图像和频谱.可以看出,墨西哥帽小波函数满足小波母函数所要求的条件.

墨西哥帽小波变换用于边缘提取要明显优于一般的高通滤波器.如图5的计算结果,输入图像为一矩形孔,小波变换能够得到其平直的边缘,而一般的高通滤波器,通过低频信息较多时,得到的边缘相对模糊,通过低频信息太少,光强损失太大.

4 小波匹配滤波器(WMF)

图像的边缘特征是图像识别中的重要信息,小波变换提取图像边缘的优越性能使 WMF 在图像识别中具有更好的分辨能力.

为得到输入图像 $f(x, y)$ 和待识别的目标图像 $t(x, y)$ 小波变换后的相关,首先对 $f(x, y)$ 和 $t(x, y)$ 进行光学小波变换,例如使用上述的 $4f$ 系统或其他方法^[1-3],得到 $W_{a_x, a_y, x', y'}(f)$ 和 $W_{a_x, a_y, x', y'}(t)$,然后再使他们进入相关器,例如第二个 $4f$ 系统.但是这种方法用到了两个 $4f$ 系统,增加了系统的复杂性,降低了效率.

在频谱面上, $f(x, y)$ 和 $t(x, y)$ 小波变换后的

相关可表示为

$$\iint_{-\infty}^{\infty} W_{a_x, a_y, x', y'}(f) W_{a_x, a_y, x', y'}^*(t) dx' dy' = a_x a_y \iint_{-\infty}^{\infty} F(u, v) H^*(a_x u, a_y v) T^*(u, v) \cdot H(a_x u, a_y v) \exp[i2\pi(xu + yv)] dudv, \quad (6)$$

$F(u, v)$ 是 $f(x, y)$ 的傅里叶变换, $T(u, v)$ 是 $t(x, y)$ 的傅里叶变换.由上式可得, W_f 和 W_t 的相关可以直接通过一个滤波器得到:

$$G(u, v) = T^*(u, v) |H(a_x u, a_y v)|^2, \quad (7)$$

这就是小波匹配滤波器.它是复数滤波器 $T^*(u, v)$ 和模平方 $|H(a_x u, a_y v)|^2$ 的积.可以用傅里叶变换全息图实现该复数滤波器^[5],这样我们只需一个 $4f$ 系统(如图6)就可以实现图像识别.例如,

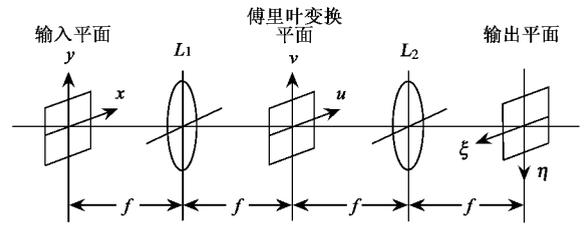


图6 复匹配滤波

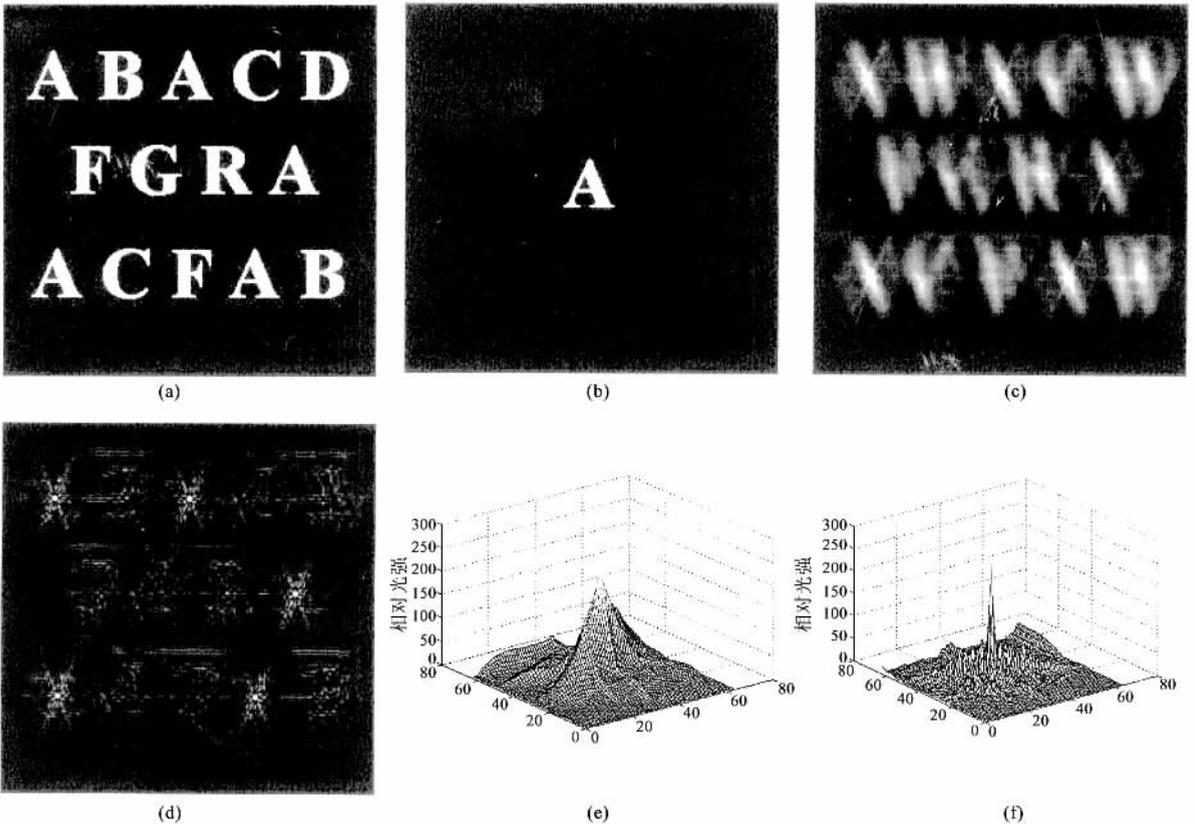


图7 传统匹配滤波与二维小波变换匹配滤波比较
(a) 输入待识别图形 (b) 识别目标 (c) 传统匹配滤波输出结果;
(d) WMF 输出结果($a=0.5$) (e) 传统匹配滤波相关峰; (f) WMF 输出相关峰

峰,从而进行图形识别。

下面给出小波匹配滤波器的计算机模拟结果,并和传统的光学相关运算进行比较。

我们用两种方法,传统匹配滤波与二维小波变换匹配滤波,从许多字母[图 7(a)]中找出字母“A”[图 7(b)]。图 7(c)和(d)给出结果,这两种方法都可以用一个亮点(相关峰)标示出字母“A”的正确位置,但是小波匹配滤波要明显地优于传统匹配滤波,分辨能力大大提高,对于不同的字母,几乎没有输出。传统匹配滤波除相关峰外,其他的次峰高度也不低,不够尖锐,比较难以判断相关峰的位置;而小波变换匹配滤波输出相关峰主峰明显高于次峰,信噪比远高于常规的图形识别,如图 7(e)(f)所示。

5 伸缩因子 a 的影响

由图 4 可以看出,WMF 是一种带通滤波器。当伸缩因子 a 较小时,WMF 具有较大的带宽,通过的信息量大;当 a 增大时,带宽减小。 a 的大小决定了 WMF 的性能。 a 较小时,图像的大量高频信息也能够通过 WMF,使 WMF 具有很好的分辨能力,但对噪声的敏感程度也增加了;而 a 较大时,WMF 只通过低频信息,其分辨能力下降,但对噪声的敏感程度也下降了。相关运算能起到一种平滑作用, a 不同,平滑效果也不同。因此,在使用 WMF 时,要根据不同的情况选择合适的 a 值。图 8 给出了不同 a 下小波变换的效果。

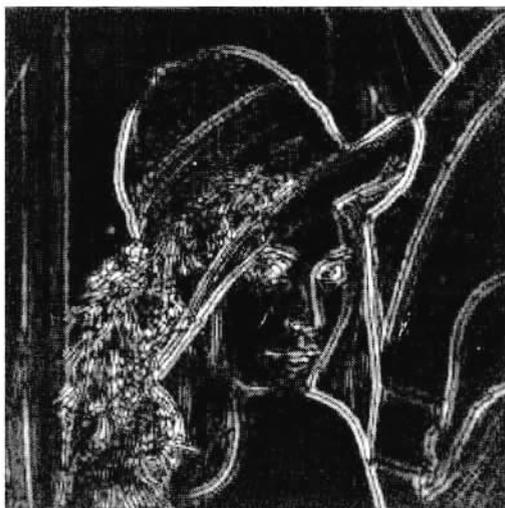
在更广泛的二维小波变换情况下,伸缩因子 a 是矢量, $a = (a_x, a_y)$,且 $a_x \neq a_y$,从而对两个方向上的平滑效果可以分别加以控制。

参 考 文 献

- [1] Szu H H, Sheng Y L, Chen J. Applied Optics-IP, 1992, 31: 3267
- [2] Mendlovic D, Ouzieli I, Kiryuschev I et al. Applied Optics-IP, 1995, 34: 8213
- [3] Yang X, Szu H H, Sheng Y L et al. Opt. Eng., 1992, 31: 1846
- [4] Roberge D, Sheng Y L. Applied Optics, 1994, 33: 5287
- [5] Lugt A V. IEEE Trans. Inf. Theory, 1964, IT-10: 139
- [6] 马晶, 谭立英, 冉启文. 物理学报, 1999, 48: 1223 [Ma J, Tan L Y, Ran Q W. Acta Physica Sinica, 1999, 48: 1223 in Chinese]
- [7] 宋菲君, Jutamulia S. 近代光学信息处理. 北京: 北京大学出版社, 1998 [Song F J, Jutamulia S. Advanced Optical Information Processing. Beijing: Peking University Press, 1998 in Chinese]
- [8] 高隽, 王浩等. 中国激光, 1997, A24: 10 [Gao J, Wang H et al. Chinese Journal of Lasers, 1997, A24: 10 in Chinese]



(a)



(b)



(c)

图 8 不同伸缩因子 a 下的墨西哥帽小波变换

(a) 输入图像(Lenna) (b) 小波变换($a = 0.5$) (c) 小波变换($a = 3$)

用空间光调制器(SLM)输入图像,在频谱平面用全息图进行复数滤波,在输出平面用 CCD 来扫描相关