# 固体间界面的物理模型和界面对声波的反射\*

# 王耀 俊†

(南京大学近代声学国家重点实验室 南京 210093)

摘 要 简要描述了模拟两固体间界面特性的弹簧模型.该模型最早是根据静力学方法提出的,后来用固体间 界面薄层的声波反射方法加以改进.从界面弹簧模型可以方便地得到界面处近似边界条件,其中包含界面"弹簧" 振子的劲度常数和质量.文章还给出了两相同固体中界面声反射系数的表达式,介绍了测量界面劲度常数的超声 反射谱方法.最后讨论了有关声波与界面相互作用研究领域中最近的一些研究进展. 关键词 复合媒质,界面,声反射

# A PHYSICAL MODEL OF THE INTERFACE BETWEEN TWO SOLIDS AND THE ACOUSTIC REFLECTION THEREIN

WANG Yao-Jun (Y.J. Wang)<sup>\*</sup>

( State Key Laboratory of Modern Acoustics , Nanjing University , Nanjing 210093 , China )

**Abstract** A spring model for simulating the interface between two solids is presented. The model was proposed initially on the basis of elastic deformation of an interface under externally applied forces, then later modified by asymptotically expanding the transfer matrix for an interfacial thin layer from which acoustic wave reflection is involved. The general boundary conditions at an interface are obtained, which depend on the stiffness constants and masses of the interface springs. Explicit expressions for the acoustic reflection coefficients from the interfaces are given and ultrasonic experiments for measuring the interface stiffness constants are described. Finally, some discussion is given of current research on interactions between sound waves and interfaces.

Key words composite , interface , acoustic reflection

物理上处理两种不同固体间平面界面或曲面界 面对声波的反射或散射时,通常认为界面两侧声场 产生的应力和位移在界面处必须连续,利用这些数 学上理想的边界条件,可方便地得到确定反射声场 或散射声场的有关系数.

工程上广泛使用的复合媒质(即复合材料)是不 同媒质通过粘接、焊接或其他特殊工艺组合而成.不 同物理性质(如密度,弹性常数)的组分媒质之间必 然存在界面,然而这些实际界面不同于数学上的理 想界面.例如,界面处媒质的力学性能不同于原有组 分媒质,界面上存在不同的缺陷,界面不能看作数学 上没有厚度的几何界面.另外,界面处能承受的外力 强度往往最弱.例如,塑料或金属粘接产品在不同层 之间界面处容易发生"脱胶",金属焊接件的断裂出 现在不同部件的焊缝处的可能性最大.这是因为复 合媒质在使用过程中,由于材料的疲劳效应和外界 环境的影响,界面上会产生裂缝,原有的不均匀性 (如气隙、杂质颗粒的影响或晶格间的位错)可能不 断扩大,这些有缺陷的界面(也称为"弱界面")严重 影响了复合媒质的力学强度,最终导致结构解体.

目前,超声反射或散射方法已成为无损评价复 合媒质界面特性的有力工具,其中声波与界面相互 作用是一个十分重要的基础性物理问题.本文将介 绍超声检测中常用的描述界面的弹簧模型,讨论固 体间界面薄层的声波反射和测量界面层弹性劲度常 数的超声反射谱方法.

† 通讯联系人.E-mail :yjwang@nju.edu.cn

 <sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:19174037)资助项目
 2002 - 06 - 12 收到初稿, 2002 - 07 - 19 修回

1 固体间界面薄层的弹簧模型<sup>[1-3]</sup>

设 z=0的几何平面为两半无限大固体间的理 想界面,上面存在一系列的孔隙、异质固体颗粒和裂 缝(如图 1 所示).界面上这些缺陷对力学性能的影 响局限于厚度为 h的薄层内,即图 1 中两虚线之 间.若在界面两侧施加一垂直于界面的法向应力  $\sigma_n$ 界面薄层内孔隙和颗粒的形变以及裂缝的张开 或闭合将引起附加的法向相对位移  $\Delta u_n$ ,则  $\sigma_n$  与  $\Delta u_n$ 之比称为界面层的法向劲度常数  $k_n$ ,即

$$k_{\rm n} = \sigma_{\rm n} / \Delta u_{\rm n} , \qquad (1)$$

 $k_n$ 的单位为 N/m<sup>3</sup>. 类似地可得到界面层的切向劲 度常数  $k_1$ .

按照 Baik 等原来的定义<sup>[1]</sup>,单位面积界面薄层的质量 m 可能为正值(如果界面上分布着密度较大的异质颗粒),也可能为负值(如果界面上的缺陷为各种类型的孔隙和裂缝).因为界面上各类裂缝的厚度很小,所以对仅分布裂缝的界面,一般认为 m ~ 0.



### 图 1 固体间存在缺陷的界面示意图 (图中 h 为界面薄层的有效厚度)

这样,从复合媒质上施加应力后所产生的附加 相对位移出发,可求得界面的劲度常数,从界面处密 度的变化,可求得界面层的质量;从力学上考虑,界 面薄层实际可模拟为一系列具有质量的"弹簧"(如 图 2 所示),任何力学量通过这些"弹簧"从界面的一 侧传递到另一侧.当声波传播至界面时,由于声与界 面"弹簧"的相互作用,部分声波能量被反射,另一部 分则透射至界面另一侧.以上就是至今一直采用的 界面层弹簧模型的基本思路.



#### 图 2 模拟界面的"弹簧"振子示意图

从静力学方法求出具体界面薄层的劲度和质量 往往十分困难,但一些在其上面规则地分布着裂缝 的界面则是例外.根据裂缝在外力作用下所产生的 附加形变理论<sup>[4]</sup>,Margetan 等给出了固体中分布条 形裂缝或圆形裂缝界面的 $k_n$ 和  $k_t$ 表达式<sup>[2]</sup>.例如, 对圆形裂缝,

$$k_{\rm n} \approx 3\pi E / [8s(1 - \nu^2)A^{3/2}],$$

$$k_{\rm t} \approx (2 - \nu) k_{\rm p} / 2$$
, (2)

式中 E 和  $\nu$  分别为固体的杨氏模量和泊松比 ,s 为 相邻圆形裂缝中心之间的距离 ,A 为圆形裂缝覆盖 面积所占的比例. 当 A < 0.29 时 , $k_n$  和  $k_t$  的理论误 差小于 10% ;当 A < 0.1 时 ,它们的误差值小于 2%.

当声波入射到固体间界面薄层时,按照弹簧模型,这些具有质量的'弹簧'处于振动状态,静力学方法无法考虑两种'弹簧'之间的耦合;另外,描述界面层'弹簧'的质量可能出现负值(在应用过程中通常假定  $m \approx 0$ ),在物理上不易理解.

Rokhlin 和 Wang 从界面层对超声反射理论出 发,求得了描述各向同性和各向异性界面层弹簧模型的各种参数<sup>[3]</sup>.将界面薄层看作是各向同性或各向异性的等效复合媒质<sup>5,6]</sup>,可得到其等效弹性模 量( $\lambda_e$ 和 $\mu_e$ )和等效密度 $\rho_e$ .当平面纵波(或横波) 从界面层一侧斜入射时(入射角为 $\theta_i$ ),反射声波和入射声波的叠加形成界面一侧的声场,透射声波代表界面另一侧的声场,如图 3 所示.界面层中的声场 则为伴以声波波型(纵波和横波)不断转换的许多反 射波的叠加.界面层两侧( $z = \pm h/2$ )的位移分量 ( $u_x$ , $u_z$ )和应力分量( $\sigma_{zz}$ , $\sigma_{zx}$ )之间应满足下列矩阵 关系式<sup>[3]</sup>:

 $\begin{bmatrix} u_x & u_z & \sigma_{zz} & \sigma_{zx} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} u'_x & u'_z & \sigma'_{zz} & \sigma'_{zx} \end{bmatrix}^T,$ 

式中 T 代表矩阵转置 ,带''"和不带''"的位移和应 力分量代表界面层下侧(z = -h/2)和上侧(z = h/2)的数值 ,矩阵 B]中各元素之值与界面层的等效 弹性常数、等效密度和厚度 h 有关 ,也依赖于声波 角频率  $\omega$  和声波在界面层中的折射角.





当界面层厚度远小于声波波长时,可将矩阵 [B] 洛元素的代数式作渐近近似展开.如果仅保留 一级小量,则矩阵 B 可大大简化.略去正交方向上 应力和位移之间的耦合项(3)式可重写成

$$\sigma'_{zz} = k_{n} (u_{z} - u'_{z}), \quad \sigma'_{zx} = k (u_{x} - u'_{x}),$$
  

$$\sigma_{zz} - \sigma'_{zz} = -\omega^{2} m_{n} u'_{z}, \quad \sigma_{zx} - \sigma'_{zx} = -\omega^{2} m_{1} u'_{x},$$
(4)

式中  $k_n = (\lambda_e + 2\mu_e)/h$ ,  $k_1 = \mu_e/h$ ;  $m_n = \rho_e h$ ,  $m_1 = m_n [1 - (c_p^0/c)^2]$ ,  $c_p^0$ 为界面薄层中板纵波速度,  $c = c_i/\sin\theta(c_i)$ 为半无限固体入射声波速度).

(4) 式中的前两式反映了有效界面层受外应力 后产生相对形变(胡克定律),后两式代表牛顿第二 定律,即外力的合力产生界面层加速运动.因此,数 学上对矩阵 *B* 的简单展开,物理上为"弹簧"振子 劲度常数和质量给出了定义.这是静力学方法不能 做到的.

对于仅分布着裂缝或孔隙的界面,质量 $m_n$ 和 $m_1$ 项可略去,这样(4)式可简化为

令 k<sub>n</sub>→∞ ,k<sub>t</sub>→∞ ,由(5)式可得

$$\sigma_{zz} = \sigma'_{zz} = k_{n}(u_{z} - u'_{z}),$$
  

$$\sigma_{zx} = \sigma'_{zz} = k(u_{x} - u'_{x}).$$
(5)

 $\sigma_{zz} = \sigma'_{zz} \sigma_{zx} = \sigma'_{zx},$   $u_{z} = u'_{z} u_{x} = u'_{x},$ (6)

上式表示应力和位移分量在界面处连续.这是物理 上理想界面对应的界面边界条件.

对于所谓滑移边界(机械贴合界面),可在(5)式 中令  $k_n \rightarrow \infty$ , $k_i \rightarrow 0$ ,这时

$$\sigma_{zz} = \sigma'_{zz} , \quad u_z = u'_z ,$$
  

$$\sigma_{zx} = \sigma'_{zx} = 0.$$
(7)

(4)--(7)式描述了不同类型界面处位移和应力的衔 接条件(等效边界条件).

## 2 固体间界面薄层的声反射

两不同流体间和不同固体间的平面理想界面对 平面声波的反射系数的研究见文献[7].对垂直入射 情况,声反射系数的表达式特别简单,为

$$R = (z_2 - z_1)(z_2 + z_1), \qquad (8)$$

式中  $z_1$ 和  $z_2$ 分别为两不同媒质的声阻抗( $z_i = \rho_i c_i$ ,  $c_i$ 为纵波或横波在媒质 *i* 中的传播速度, *i* = 1,2). 垂直入射时不发生声波波型的转换,即纵波垂直入 射至界面时,反射波和透射波中只有纵波(横波入射 时只有横波反射和透射).

如果平面声波斜入射到两固体间异质固体层 (或薄层)时,求导反射系数则比较复杂,这是因为: (1)声波在固体层两几何界面上均发生声波波型的 转换(2)固体层中存在多次反射的纵波和横波.但 是利用固体层的转移矩阵[*B*]以及图3所示的上 下半无限固体中声场在 *z* = ± *h*/2 平面处产生位移 和应力分量,我们仍可以得到反射系数和透射系数 的表达式<sup>3]</sup>.

对于固体间的异质界面薄层,如上节所述,转移 矩阵可以简化,求解反射系数时界面薄层可用等效 界面边界条件(4)式替代.如果略去界面层的质量因 子,则可使用等效界面边界条件(5)式.作为例子,声 波垂直入射时,两相同固体间异质薄层的反射系数 最后可表示为<sup>[3]</sup>

$$R_{\rm ll} = -1/[1 + 2ik_{\rm n}/(\rho c_1 \omega)], \qquad (9)$$

 $R_{\rm tt} = -1/[1 + 2ik_{\rm t}/(\rho c_{\rm t}\omega)].$ (10)

上面两式中 R<sub>II</sub>代表纵波入射时纵波反射系数;R<sub>II</sub> 代表横波入射时横波反射系数.由此,

$$k_{\rm n} = 0.5 \rho c_1 \omega / \sqrt{(1/|R_{\rm ll}|^2) - 1}$$
, (11)

$$k_{\rm t} = 0.5 \rho c_{\rm t} \omega / \sqrt{(1/|R_{\rm tt}|^2) - 1}.$$
 (12)

从(11)(12)两式可知,实验上测量垂直入射时 反射系数振幅值,便可以确定固体间界面薄层的劲 度常数,为定征界面特性提供依据。

## 3 定征界面劲度常数的超声反射谱方法

Drinkwater 等<sup>8</sup>和 Lavrentyev 等<sup>9</sup>用超声方法分 别对两固体间部分接触状态下界面层的劲度常数进 行了测量.他们所采用的实验方法十分相似.将两相 同固体的粗糙表面叠合在一起形成界面薄层,对界 面层施加外力以改变两粗糙表面的接触状态和界面 劲度常数,测定不同频率和不同受力情况时界面层 的反射系数,然后根据(11)或(12)式反演  $k_n$ 和  $k_1$ 之值(他们的实验中均测定了垂直入射纵波的反射 系数,因而仅定征了  $k_n$ ).典型的实验框图如图 4 所 示.



图 4 用超声反射方法测量界面劲度常数的实验框图

两铝块实验样品在叠合之前,其表面用不同型 号的粗砂纸打磨或用小钢球打击,以形成不同厚度 和劲度常数的界面薄层(样品表面粗糙度一般可控 制在 0.34—0.55µm 之间);外加负载可在单位面积 界面上产生高达 105MPa 的压力.用宽带超声谱仪测 得不同外力时的超声反射信号,实验时使用的超声 换能器的中心频率为 5MHz.图 5 给出了表面粗糙度 为 0.34µm 的两铝块间界面薄层受到不同压力时的 反射信号,图 6 为相应的反射系数随频率(超声反射 谱)的变化.

由图 5 和图 6 可见 随着外力增加,界面层中紧 密接触部分增加,界面等效厚度变小,因而 k<sub>n</sub>增大, 超声反射系数随之减小,图 6 中实线为根据(9)式得 到的超声反射谱理论值,计算中改变 k<sub>n</sub>值,以得到 与实验值的最佳拟合.由图6的实验资料,可反演得 到不同外力时界面薄层的法向劲度常数 k<sub>n</sub>,如图 7 所示.



图 5 两铝块间界面薄层受到不同压力时的反射信号



图 6 两铝块间界面薄层受到不同压力时的超声反射谱

固体样品受压时必然会导致界面层中粗糙表面 的变形.目前理论上具体估算变形大小因而推算出 劲度常数十分困难<sup>10]</sup>,但是如上所述,采用超声反 射谱的方法可方便地测定固体界面处于不同受力情 况时的劲度常数.对于固体粘接件,由于粘胶层的弹 性常数在固化过程中发生变化,其劲度常数也不断 改变,所以测定界面层的超声反射系数可了解粘胶 层的固化状态<sup>11]</sup>.超声反射方法也可用于确定多层



图 7 界面劲度常数 kn 随外压力的变化 粘接件中不同界面脱胶与否<sup>[12]</sup>.

4 结束语

本文简单讨论了描述固体间界面薄层的弹簧模 型及声波与界面层相互作用等基本物理问题,并介 绍了近期的一些有关研究进展.随着科学技术的发 展和复合媒质超声检测的迫切需要,国外有关研究 机构对复合媒质中界面的超声研究早已投入了大量 经费.在我国,国家自然科学基金委数理科学部已设 立了专项重点基金,以支持用声学方法对固体粘接 界面特性有关问题进行深入研究.

超声反射谱方法在界面特性研究中使用得最为 广泛.本文内容仅涉及线性声学反射问题,但对超声 在界面的非线性反射问题的研究近期也见报道<sup>[13]</sup>. 此外,用声导波(包括界面波)研究层状媒质中界面 已取得较大的进展.理论和实验均表明,声导波速度 值随界面特性的变化相当灵敏<sup>[14,15]</sup>,所以通过测定 导波速度可作为界面研究的一种很好的途径.

一些复合媒质中界面呈柱状或球状(如纤维增 强或颗粒增强型复合媒质).对固体间柱状界面薄 层发现也可用类似于平面状界面的弹簧模型来描述<sup>16]</sup>,界面劲度常数的变化对超声散射有明显的影 响<sup>17]</sup>.用超声反射方法在实验上已能有效地区别柱 状界面良好粘接和机械贴合两种不同的状态<sup>18]</sup>.但 至今有关固体间球状界面的超声研究未见任何报 道.

用超声垂直反射方法识别多层固体结构中界面 特性时会遇到本底噪声和来自多个界面信号的干 扰,这时必须采用一些先进信号处理方法.我国学者 在此研究领域已取得了很好的进展<sup>19 20</sup>].

## 参考文献

- [1] Baik J M ,Thompson R B. J. Nondestr. Eval. ,1984 A :177
- [2] Margetan F J ,Thompson R B ,Gray T A. J. Nondestr. Eval. ,1988 , 7 :131
- [3] Rokhlin S I Wang Y J. J. Acoust. Soc. Am. ,1991 ,89 :503 ;1992 , 91 :1875
- [4] Tada H ,Paris P ,Irwin G. The Stress Analysis of Cracks Handbook. St. Louis :Del Research Corporation ,1993
- [5] Rokhlin S I , Wang Y J. Review of Progreg. in QNDE ,1991 ,10A : 185
- [6] 王耀俊.物理学报,1992 A1 3元 Wang Y J. Acta Physica Sinca, 1992 A1 3元 in Chinese)]
- [7] Brekhovskikh L M. Waves in Layered Media. New York 'Academic Press ,1980
- [8] Drinkwater B W, Dwyer-Joyce R S, Cawley P. Proc. Roy. Soc. Lond. A ,1996 A52 2613
- [ 9 ] Lavrentyev A I ,Rokhlin S I. J. Acoust. Soc. Am. ,1998 ,103 657
- [10] Yoshioka N Scholtz C H. J. Geophys. Res. ,1989 ,94 :17681
- [11] Rokhlin S I ,Marom D. J. Acoust. Soc. Am. ,1986 ,80 585
- [12] 张建生 李明轩.声学学报 2001 26 349[Zhang J S ,Li M X. Acta Acustica 2001 26 349(in Chinese)]
- [ 13 ] Chen J J Jiang W H ,Shui Y A. J. Acoust. Soc. Am. ,2001 ,109 : 501
- [14] 杜光升, 王耀俊, 袁忆丰等. 物理学报, 1998 A7 :27[Du G S, Wang Y J, Yuan Y F et al. Acta Physica Sinica, 1998 A7 :27(in Chinese)]
- [15] 张锐,万明习,Cao W W.物理学报,2000 A9:1297[Zhang R, Wan M X,Cao W W. Acta Physica Sinica,2000 A9:1297(in Chinese)]
- [16] Liou S X , Wang Y J. Chinese Phys. Lett. 2000 , 17 277
- [17] 陆鹏, 王耀俊. 物理学报, 2001, 50:697[Lu P, Wang YJ. Acta Physica Sinica. 2001, 50:697(in Chinese)]
- [ 18 ] Honarvar F Sinclair A N. Ultrasonics ,1998 ,36 845
- [19] Chen Y J Shi Y W Zhang X P. Ultrasonics ,1998 36 :141
- [20] 李明轩.应用声学,2002,21(1):7[Li M X. Appl. Acoust., 2002,21(1):7(in Chinese)]

## 作者简介



王耀俊,教授,1939年生于江苏武进,1965年南京大学物理系声学专业研究生毕业后留校工作至今.其间于1989—1990年和1994年两次应邀去美国Ohio州立大学焊接工程系访问研究,与该校Rokhlin教授共同提出了描述固体间界面薄层的弹簧模型,并运用此物理模型

对金属粘接件中界面状况进行了超声定征,有关研究论文已被国际 SCI 刊物引用 100 多次.目前研究领域包括:复合材料超声检测,多孔媒质中声传播特性和声化学.至今已发表学术论文 130 多篇,1989 年获国家自然科学二等奖一项.