光晶格中玻色 – 爱因斯坦凝聚体的自旋和磁研究*

张卫平12,*

(1 美国 Arizona 大学光学科学中心)(2 清华大学物理系 北京 100084)

摘 要 近来应用光晶格(optical lattice)控制原子玻色 – 爱因斯坦凝聚体(BEC)的研究取得了突破性的进展. 德国 Munich 研究小组首次在三维光晶格中观察到了超冷原子从 BEC 超流状态向 Mott insulator 状态的量子相变. 这样的量子相变现象不仅具有重大的理论研究价值,而且为 BEC 的实际应用提供了新的途径.文章介绍了作者近 来在光晶格中 BEC 的自旋和磁特性方面的一些研究进展,并探讨了它们在磁传感器及量子计算中的可能应用. 关键词 玻色 – 爱因斯坦凝聚体,光晶格

SPIN AND MAGNETISM OF BOSE – EINSTEIN CONDENSATES IN AN OPTICAL LATTICE

ZHANG Wei-Ping 1 2 ,*

Optical Sciences Center, University of Arizona, Tucson, AZ 85721, USA)
 Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract Recently, experiments on Bose-Einstein condensates (BECs) confined in an optical lattice have made breakthroughs. A research group in Munich has demonstrated for the first time the quantum phase transition of a superfluid state to the Mott insulator state of a BEC confined in a 3D optical lattice. Such a quantum phase transition is not only fundamentally profound, but also provides new access to applications of BECs. This paper reports our recent theoretical work on the spin dynamics and magnetism of BECs confined in an optical lattice , and explores their possible applications in atomic magnetic sensors and quantum computation.

Key words Bose-Einstein condensates optical lattice

相向传播的几对激光束的干涉在空间能形成明 暗相间的周期性场强分布.这种周期性的激光场强 分布,通过与原子的偶极相互作用,能够形成一种 控制原子质心运动的周期性网状势场.这种由激光 束干涉而形成的原子偶极势网被称作光晶格(optical lattice).光晶格技术最初起源于对原子进行的偏 振梯度冷却及亚光子反弹冷却实验.近几年来,这种 技术已逐渐被应用于对超冷原子及玻色 – 爱因斯坦 凝聚体(BEC)的受限与控制研究.最近,德国 Munich 的 Ludwig – Maximillians 大学与 Max – Planck 量子光学研究所的联合研究小组首次在实验上观察 到玻色 – 爱因斯坦凝聚体在光晶格中从超流态向 Mott insulator 态转变的量子相变现象^[1]. 这一实验 上的重要进展不仅在理论上具有重大的研究价值, 而且为 BEC 的应用开辟了新的途径.

我们知道,原子的'磁陷阱"仅能捕获和控制处 于超精细磁子能态的原子,而"光学陷阱"与光晶格 却能同时捕获和控制处于所有超精细磁子能态的原 子."光学陷阱"与光晶格的这一特性是研究原子旋 量(spinor)BEC^[2-4]的关键所在,同时也为研究 BEC 的自旋与磁特性提供了技术上的保证.此外, 光晶格还具有另一重要特性——空间周期性.在超

^{* 2002-11-01} 收到

[†] 通讯联系人. E-mail :wzhang@ optics. arizona. edu

冷区,原子在这种由光形成的周期势场中的运动与 电子在固体晶格场中的运动有非常相似的特征.因此,在此意义上,光晶格中的超冷原子也为研究一些 类似固体物理现象提供了理想的工具.德国研究小 组正是从这种相似性出发,通过控制光晶格势阱的 深度,从而实现了 BEC 从超流态向 Mott insulator 态 的量子相变.这一实验的理论解释涉及到 Bose – Hubbard 模型,不属本文范围.

本文的目的是研究 BEC 在光晶格中经历量子 相变成为 Mott insulator 态后的自旋和磁的特性及其 可能的应用.为此,我们对这一实验结果作一简单的 概括(1)在相变后的 Mott insulator 态,BEC 被光晶 格势场"切割"成周期性分布的小原子团.这些小原 子团分别受限于光晶格的势阱中(2)每个光晶格 势阱中的小原子团仍具有 BEC 的特性,并可以看成 是一个"微型 BEC"(3)不同光晶格势阱中的原子 团与原子团之间没有相位相干性(相位是随机的); (4)解除光晶格场,这些在 Mott insulator 态被隔离 的"微型 BEC"能重新"混合",并回复到最初的 BEC 超流态.

由以上特征,我们可以看出,在 Mott insulator 态原子以"微型 BEC"的形式"晶化"成一个相干的 原子"晶体".目前的实验采用了三维光晶格.由于 当前技术上的原因,三维光晶格中的"微型 BEC"仅 能包含1—3个原子.采用一维或二维光晶格",微 型 BEC"中原子数能提高到几千个原子.我们考虑 一维光晶格.图1显示我们所研究的一维"晶化"的 原子 BEC"晶体".



图1 两束激光干涉形成一维光晶格(椭圆体表示"微型 BEC")

由于光晶格能够对所有的原子超精细磁子能态 进行捕获,因此光晶格中" 微型 BEC "是旋量(spinor)BEC. 实验与理论研究已经表明,旋量 BEC 的自 旋和磁特性依赖于原子之间的相互作用特征^[5-7]. 对于碱金属原子,例如钠(²³Na)和铷(⁸⁷Rb),它们的 基态超精细能级对应于角动量量子数 F = 1. 因此, 这样的原子的两体相互作用特征由两个参数 $c_0 = 4\pi\hbar^2(a_0 + 2a_2)/3M$ 及 $c_2 = 4\pi\hbar^2(a_2 - a_0)/3M$ 确 定,其中 $a_0 = a_2$ 分别对应于总角动量 F = 0 = F = 2 两个原子碰撞通道的 S 波散射长度.

如果用 F 表示单个原子的自旋角动量矢量算 符,当原子体系处于 BEC 基态(能量最低态)时,对 于 $c_2 > 0$ 的原子 BEC,能量最小条件要求平均自旋 F(r) = 0,因此这种原子 BEC 展现出"抗磁 性".²³Na 属于这种类型.而另一类型原子 $c_2 < 0$,在 BEC 基态,总自旋平均 $F(r)^2 = 1$.这种类型的原 子 BEC 具有"顺磁性",即 BEC 中的所有原子自旋 顺一个方向排列. 铷(⁸⁷Rb)原子 BEC 具有这种"顺 磁性".

现在我们假定,图1所示的一维光晶格中的 "微型BEC"具有"顺磁性".从这个意义说,每个"微型BEC"整体上可以独立看成一个相干的小磁体. 理论上,这些光晶格中的"微型BEC"能够由下面的 原子场算符来描述:

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha=0,\pm 1} \hat{\psi}_{\alpha}(\mathbf{r}) | F = 1 \ M_F = \alpha \ , \ (1)$$

其中 $\hat{\psi}_{\alpha}(\mathbf{r}) = \sum_{i} \hat{u}_{\alpha}(i)\phi(\mathbf{r})$. 这里*i* 表示第*i* 晶格 的位置 $\hat{\mu}_{\alpha}(i)$ 是第*i* 晶格上的"微型 BEC"中原子在 超精细态 | *F* = 1 $M_F = \alpha$ 的湮灭算符 , $\phi(\mathbf{r}) = \phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ 是第*i* 个晶格上的"微型 BEC"的基态波函数. 第*i* 个晶格上的"微型 BEC"的总磁矩可以表示为

$$\boldsymbol{\mu}_{i} = \gamma_{\mathrm{B}} \int \mathrm{d}^{3} r \, \hat{\psi}^{+}(\boldsymbol{r}) \boldsymbol{F} \hat{\psi}(\boldsymbol{r})$$

$$= \gamma_{\mathrm{B}} \sum \hat{a}_{\alpha}^{+}(i) \boldsymbol{F}_{\alpha\beta} \hat{a}_{\beta}(i) \equiv \gamma_{\mathrm{B}} \boldsymbol{S}_{i} , \qquad (2)$$

其中 $\gamma_{B} \equiv g\mu_{B}$ 和 S_{i} 是第 *i* 个晶格上" 微型 BEC "的 总自 旋角 动 量 算 符. 总 自 旋角 动 量 $S_{i} = \sum_{\alpha\beta} a_{\alpha}^{*}(i)F_{\alpha\beta}a_{\beta}(i) \approx N_{i} F$ 正比于第 *i* 个晶格 上" 微型 BEC "中所包含的原子数 N_{i} . 因此我们再次 看到" 微型 BEC "等效于一个自旋小磁体. 由于 Mott insulator 态中 不同晶格上的" 微型 BEC "之间没有 相位相干性,因此这些自旋小磁体的自旋(磁矩)的 空间取向是随机的. 如果没有外加磁场或不同晶格 之间的耦合作用,这些 BEC 自旋小磁体将保持这种 随机取向状态. 然而在光晶格中,这些 BEC 自旋小 磁体受到两种晶格与晶格之间的关联耦合作用:一 种来自于不同晶格之间的原子与原子的磁偶极 – 偶 极相互作用;另一种是光诱导的偶极 – 偶极相互作 用. 这些相互作用导致不同晶格上的 BEC 自旋小磁 体之间的关联耦合. 这一情况非常类似于固体中电 子 – 电子自旋耦合的 Heisenberg 模型^[8],并且可以 由下面的哈密顿量加以描述^[9,10]:

$$H = \sum_{i} \left[\lambda_{\alpha} S_{i}^{2} - \gamma_{\mathrm{B}} S_{i} \cdot B - \sum_{j \neq i} J_{ij}^{z} S_{i}^{z} S_{j}^{z} - \sum_{i \neq i} J_{ij} \left(\hat{S}_{i}^{(-)} \hat{S}_{j}^{(+)} + \hat{S}_{i}^{(+)} \hat{S}_{j}^{(-)} \right) \right], \quad (3)$$

式中第一项来自于原子的自旋有关的两体碰撞,其 中 $\lambda_{\alpha} = \frac{1}{2}c_2 \int d^3r |\phi(r)|^4$ 是碰撞参数.式中的第二 项是" 微型 BEC "与外加磁场 *B* 的相互作用,第三项 与第四项是磁和光诱导的偶极 – 偶极相互作用导致 的不同晶格之间的关联耦合.这种关联耦合能够根 据自旋取向分解成纵向与横向耦合.横向耦合系数 $J_{ij} = J_{ij}^{\text{light}} - \frac{1}{2} J_{ij}^{z}$,其中 J_{ij}^{light} 是光诱导的偶极 – 偶极 相互作用的贡献,依赖于光晶格中激光场分布, J_{ij}^{z} 则是磁偶极 – 偶极相互作用的贡献.从(3)式中我 们发现,纵向耦合仅包含磁偶极 – 偶极相互作用的 贡献.(3)式确定了光晶格中 BEC 的自旋和磁特性. 下面来讨论这些特性:

首先我们考虑蓝移光晶格中的 BEC 自发磁化 现象^[9]. 在蓝移光晶格中(晶格激光场频率被调谐 到远离原子共振频率之上),晶格势阱中心对应于 激光场强为零的点,因此受限于势阱中的" 微型 BEC "几乎不受光诱导的偶极 – 偶极相互作用的影 响(*J*^{light}_{ij} ~0). 晶格之间的自旋耦合仅由磁偶极 – 偶极相互作用确定.

在这种情况下,考虑某个单晶格点*i*,(3)式简 化为

 $h_{i} = \lambda_{a}S_{i}^{2} - \gamma_{B}S_{i} \cdot (B + B_{eff}), \quad (4)$ 其中 $B_{eff} \equiv (\sum_{j \neq i} J_{ij}^{z}S_{j}^{z}/\gamma_{B})$ 定 - $(\sum_{j \neq i} J_{ij}^{z}S_{j}^{T}/2\gamma_{B})$ 定 是光 晶格中除晶格点 i 之外的" 微型 BEC "通过磁偶极 – 偶极相互作用引起的自旋 – 自旋耦合而产生的等效 磁场.

对于"顺磁性" BEC($\lambda_a < 0$)(4)式的平均场 基态必须对应到 S_i^2 与总磁场方向(假定为 z)所确 定的自旋分量 S_i^{ϵ} 的共同本征态. 当外磁场 B = 0 时, 这一基态能够表示成 $|G_s| = |N|N|_{B_{\text{eff}}}$,其中 N 是 晶格 i 上的"微型 BEC "中所包含的原子数(我们假 定每个晶格上的"微型 BEC "有相同的原子数 $N_i =$ N). 基态 $|G_s|$ 实质上是在自旋基 $|S_i|S_i^{\epsilon}|$ 上的自旋 相干态. 当光晶格中 BEC 处于基态 $|G_s|$ 时,所有自 旋随机取向的"微型 BEC "在等效磁场 B_{eff} 的作用 下 朝着与 B_{eff} 一致的方向形成一个相干有序的自 除自发磁化现象外,光晶格中"晶化"的 BEC 还可以用于研究自旋波现象^[10].由于原子的偶极 – 偶极相互作用引起的晶格与晶格之间自旋关联通常较弱,不足以引起可以观察的自旋波现象.我们建议利用光诱导的偶极 – 偶极相互作用来增强自旋耦合. 为了利用光产生的偶极 – 偶极相互作用来增强自旋耦合. 为了利用光产生的偶极 – 偶极相互作用,我们需要利用"红移光晶格".在"红移光晶格"中,原子被限制在激光场最强的位置.在这种情况下,光诱导的晶格 – 晶格自旋耦合参数 $J_{ij}^{light} \neq 0$.由于 J_{ij}^{light} 正比于激光场强度,因此实际中可以通过激光强度控制它的大小.

为了有效地观察自旋波,我们引入一较强的外 磁场 $B = B_0 z$ 来确定光晶格中原子体系的基态自旋 取向(沿着量子化轴 z). 在这种情况下,光诱导的横 向自旋 – 自旋耦合(J_i)将引起自旋朝偏离量子化 轴(z)的方向进行扭曲旋转. 这种自旋扭曲将沿着 晶格方向从一个晶格点向另一个晶格点传播. 这种 自旋扭曲的传播,就是自旋波现象. 为了定量地描述 自旋波现象,我们从(3)式可以导出以下自旋算符 方程^[10]

 $i \frac{\partial S_q^{(-)}}{\partial t} = (\omega_0 + \Delta \omega_q) \hat{S}_q^{(-)} - \sum_{j \neq q} \chi_{qj} \hat{S}_j^{(-)}$, (5) 其中 $\omega_0 = -\gamma_B B_0$. 在平均场近似下, $\Delta \omega_q = 2N \sum_{j \neq q} J_{qj}^* \hbar$ 和自旋耦合系数 $\chi_{qj} = 2J_{qj} N \hbar$. 我们选取 光晶格方向为 y 轴. 在连续波及长波长极限下, 用以 下对应关系: $\hat{S}_q^{(-)} \rightarrow \mathcal{X} y t$), $\chi_{qj} \rightarrow \chi(y - y') \omega_0 + \Delta \omega_q \rightarrow \omega(y)$ (5)式能近似转化成如下的自旋变量 的 Schrödinger 波方程

$$i\frac{\partial S(y t)}{\partial t} = \left[-\frac{\beta_1}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \beta_0 + \omega(y) \right] S(y t), \quad (6)$$

其中 $\beta_n = (2/\lambda_L) \int dy_{\lambda} (y_{\lambda}) y^{2n} (n = 0, 1)_{\lambda_L}$ 是形成 光晶格的激光场的波长. 很显然,(6)式描述了 "波" *S*(*yt*)由于自旋在横向(*x*-*y*)平面的激发而 导致的传播. 另一方面(5)式有以下的波动解:

$$\hat{S}_{q}^{(-)} = \hat{\alpha}_{\kappa} \exp[-i(\omega_{0} + \Delta\omega_{q} - 2\sum_{j>0}\chi_{0j})t] \cdot \exp[i\kappa q \lambda_{L}/2 - i\omega_{\kappa}t], \qquad (7)$$

其中 $\omega_{\kappa} = 2 \sum_{j>0} \chi_0 [1 - \cos(j\kappa \lambda_1/2)]$ 是自旋波的色散关系.

实验上,对自旋波的探测关键是确定是否能观

察到系统存在具有频率为 ω_{κ} 的自旋振荡. 我们建 议用如图 2 所示的 Raman 多光子跃迁来观察光晶 格中 BEC 对 Raman 激光的吸收光谱.



图 2 自旋波的 Raman 探测示意图 (σ₊表示左旋偏振光,π表示线偏振光,虚线表示 激发态能级)

在自旋波存在下, Raman 吸收光谱正比于对所有 Zeeman 磁子能级之间的跃迁几率的求和,即

$$P(\nu) \propto \sum_{\kappa} \frac{\left| -\Phi_{\kappa} |S_{q}^{(+)}| |G_{s}^{-}|^{2} \right|}{2} \\ \cdot \frac{\sin^{2}[(\nu - \omega_{p} - \omega_{\kappa})\tau/2]}{[(\nu - \omega_{p} - \omega_{\kappa})\tau/2]^{2}}.$$
(8)

从(8)式可以看出,Raman 吸收光谱的共振峰确定 了不同激发下的自旋波频率.

上面介绍了我们近来关于光晶格中 BEC 在 Mott insulator 态下的自发磁化及自旋波现象的研 究.从这些现象可以看出,光晶格 BEC 为进一步研 究量子自旋现象及其应用提供了理想的工具.例如,

·物理新闻与动态 ·

首次观察到双粲重子的实验结果受到质疑

理论预言了 6 个包含有 2 个粲夸克(作为价夸克)的重子态,称为双粲重子,但是实验上 一直没有观察到. 最近,有我国研究人员参加的 SELEX 实验组利用美国费米国家实验室的 600GeV/c 荷电超子束在一组铜的或金刚石的薄膜靶上开展了粲强子产生实验,观察到了一个 荷电衰变模式为 $\Lambda_c^+ K^- \pi^+$ 的粒子信号,在 6.1 ± 0.5 个事例的预期本底上有 15.9 个多余事 例 相当于 6.3 个标准偏差的统计显著性. 这个粒子的质量观察值为 3519 ± 1GeV/c²;高斯质 量宽度为 3MeV/c²,与实验装置的分辨能力相当;寿命上限为 33fs(90% 置信水平). 2002 年 9 月 9 日的 Phys. Rev. Lett. 上刊载了这个实验组题为"双粲重子 Ξ_c^+ 的首次观察"的论文.

但是,上述结果很快受到了一些科学工作者的质疑.俄罗斯高能物理研究所的学者 Kiselev V V 和 Likhoded A K 著文指出 SELEX 实验组确认他们观察到了双粲重子的证据是很不充分的. 与理论预言相比 SELEX 组测得的寿命太短,产生率太高,而信号图像也很奇特.这两位俄罗斯学者认为 SELEX 组实际观察到的应当是普通粲粒子的协同产生,而与双粲重子无关.

(巨檗提供 新闻来源 Phys. Rev. Lett. 2002, 89:112001,及 arXiv:hep-ph/0208231)

光晶格 BEC 的自发磁化现象有可能在弱磁场探测 及磁传感器(magnetic sensors)等技术领域找到应 用,而光晶格 BEC 中自旋波的激发、控制与探测的 研究则可能为 BEC 在量子计算及量子信息处理等 方面提供重要的指导.

致 谢 本文作者感谢 Arizona 大学光学科学中心 Pu H 博士和 Meystre P 教授在原始工作^[9,10]中的合 作,以及清华大学物理系李师群教授的帮助.

参考文献

- [1] Greiner M, Mandel O, Esslinger T et al. Nature, 2002, 419: 39
- [2] Zhang W , Walls D F. Phys. Rev. A , 1998 , 57 :1248
- $\left[\begin{array}{c} 3 \end{array}\right]$ Ho T-L , Phys. Rev. Lett. , 1998 , 81 742
- [4] Inouye J S, Stemper-Kurn D M, Miesner H J et al. Nature, 1998, 396–345
- [5] Burke J P , Bohn J L. Phys. Rev. A , 1999 , 59 :1303
- [6] Klausen N N , Bohn J L , Greene C H. Phys. Rev. A ,2001 , 64 053602
- [7] van Kempen E G M, Kokkelmans S J J M F, Heinzen D J et al. Phys. Rev. Lett. , 2002, 88 093201
- [8] Huang K. Statistical Mechanics. New York : John Wiley & Sons , 1987
- [9] Pu H , Zhang W , Meystre P. Phys. Rev. Lett. , 2001 , 87 : 140405
- [10] Zhang W , Pu H , Search C et al. Phys. Rev. Lett. , 2002 , 88 060401