

科里奥利质量流量计灵敏度的理论分析*

胡燕祝[†] 王仰东

(北方交通大学交通运输学院自动化研究所 北京 100044)

林振锋

(北京首科石化自动化设备有限公司 北京 100013)

摘要 文章作者出于简化推导目的,特为 U 形管结构的科里奥利质量流量计提出了一个等质量的 II 形管模型,并运用科里奥利力的原理对该模型所产生的陀螺运动(振动中摆动)进行图解,结合悬臂梁的弹性形变理论最终得到了关键参数和灵敏度的定量计算公式,其结果获得了国内外同类产品的实例测试验证。

关键词 质量流量计 科里奥利力 陀螺运动 悬臂梁 灵敏度

THEORETICAL ANALYSIS OF THE SENSITIVITY OF A CORIOLIS MASS FLOW METER

HU Yan-Zhu[†] WANG Yang-Dong

(Automation System Institute School of Traffic and Transportation Northern Jiao-Tong University Beijing 100044 China)

LIN Zhen-Feng

(Beijing Shouke Shihua Automatic Equipment Co. Ltd Beijing 100013 China)

Abstract A "II" shape pipe model which has the same mass as the "U" shape pipe in the Coriolis mass flow-meter sensor is proposed and analyzed. Using the principle of the Coriolis force to illustrate the gyro motion together with the theory of elastic deformation for a cantilever beam we have derived a computational formula of sensitivity that has been verified by actual experiment.

Key words mass flow-meter, Coriolis force, gyro motion, cantilever beam, sensitivity

1 前言

随着科技的迅速发展,科里奥利质量流量计(Coriolis mass flowmeter)以其独特的优点,已广泛应用于工业、国防及能源部门,被称为 21 世纪的新型流量仪表,是当前发展最为迅速的流量计之一。它是利用流体在作直线运动的同时处于一旋转体系中,并产生与质量流量成正比的科里奥利力效应的原理而制成的一种能直接测量流体质量和流体密度的仪表,具有很高的准确度和重复性^[1]。

科里奥利流量计是由流量传感器及信号转换处理器两部分组成^[2]。作为传感器的关键检测元件的金属导管已有多种形式,诸如双直管、双 U 形管、双 S 形

管及双 Ω 形管等,该双管并排类似于一个音叉共振系统。本文主要研究双 U 形管(或 II 形管)的弹性振动特性,并结合其在旋转体系中产生的科里奥利力效应引起的 U 形管扭曲以及由扭曲带来的陀螺运动所显示的相位时间差(Δt)与质量流量($\frac{dm}{dt}$)呈线性定量的关系。该关系实质上表述了传感器的检测灵敏度,从而揭示了传感器的本征特性,亦为优化设计提供了理论依据。

2 科里奥利力和 U 形管的科里奥利力效应

* 2002-05-08 收到初稿,2002-08-12 修回

[†] 通讯联系人, E-mail: yzhu@163.net

科里奥利力效应是普遍存在于自然界的物理现象,例如天体的运行,地球季风的形成,南北走向河流对单边堤岸的冲刷,火箭、导弹轨道纠偏等等都与科里奥利力的存在有关。在北京天文馆,人们可以观察到“傅科摆”在不断改变摆动的方向,这一切均与地球是一个旋转体系有关。事实上,凡在旋转体系中,有物体作直线运动,除了会存在牛顿第二定律所描述的牛顿惯性力以外,还将存在另外一种惯性力。1835年,任教于巴黎的科学家科里奥利(Corioli)首次用一个定量的公式正确地表达了这个力的大小与方向。

$$F = -2m\omega \times v, \quad (1)$$

其中 F 为科里奥利力(即质点受到的惯性力的矢量), m 为在旋转体系中作直线运动的质点的质量, ω 为旋转体系的角速度矢量, v 为在旋转体系中作直线运动的质点的平均速度矢量。

显然 F 、 ω 、 v 这三个矢量是相互垂直的,可以用右手定则中的大姆指、食指和中指分别代表 ω 、 v 、 F 的方向,该力的量纲与牛顿第二定律表达的惯性力 $F = ma$ 是一致的。因此,科里奥利力亦是一种惯性力,我们可以把 $a_H = \omega \times v$ 叫做科里奥利力的加速度。牛顿惯性力与质点运动方向相一致,科里奥利力与质点运动方向垂直。(1)式中的负号表示质点受到惯性力作用后,将以大小相同、方向相反的反作用力施加于旋转体系。惯性力是旋转体系给予作直线运动的物体的。如果流体从管的一端流入而从另一端流出(见图1),即从 O 点流向 O' 点,且该直管同时绕起始点 O 旋转,则质点 m 在沿管流动的同时,将不断接受管子所给予的向上运动的动量,为了反抗管子给予的这种强迫运动,质点将给管子一个向下的反推作用力,于是产生了一个科里奥利力 F_C (其方向是压管子向下)就产生了。实际的科里奥利力质量流量计采用相向振动的并排两根 U 形管作为流体的导管,且流体的出入口处,又是旋转运动的固定轴所在,这样就构成一个实用性的旋转体系——音叉共振式旋转体系,如图2所示。

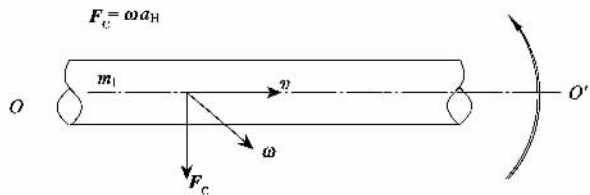


图1 旋转体系中的科里奥利力

设其直管段长为 l , 两直管中心距为 $2r$ (回弯部分的半径为 r), 两管以其固有频率相向振动, 其左右两侧各有一对由永磁钢与中空线圈组成的感应电势检

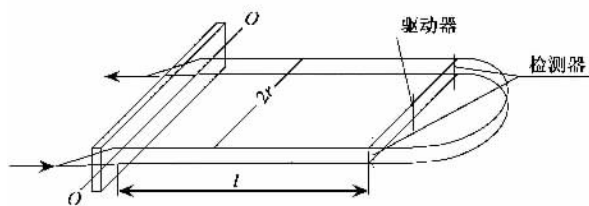


图2 音叉共振双 U 形管旋转体系

测器,以便进行原始电信号的检出。

先对单根 U 形管的工作情况进行分析,如图3所示,当 U 形管向上振动的时候(上半周期)入口段管子将受到向下的科里奥利力作用,出口段管子的流向相反,故出口段管子将受到向上的科里奥利力的作用。利用右手定则可以确定科里奥利力的方向。在两侧的科里奥利力作用下, U 形管将被扭曲。在振动的下半个周期,由于驱动方向换向,则整个 U 形管扭曲方向恰好与图3所示的方向相反。整个振动周期的 U 形管扭曲状况如图4所示。

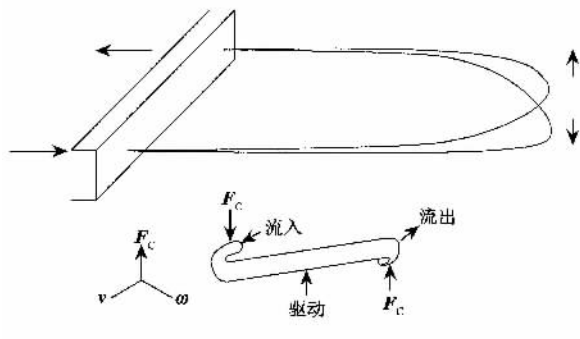


图3 科里奥利力使 U 形管扭曲

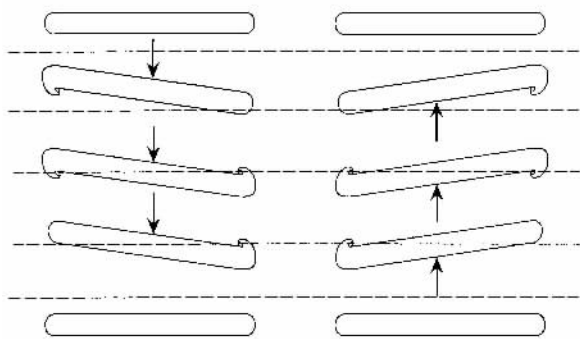


图4 U 形管的陀螺运动

U 形管在振动中被科里奥利力扭曲,则它们就作陀螺运动,其结果是出口段管总是超前于入口段管而先通过中心平面(图中用---线表示中心平面位置),也就是两直管段在振动的时间上有差异,则相位时间

差 Δt 就出现了(见图 5). 如果在出口段最大振幅处安置右路电磁检测器, 在入口段最大振幅处安置左路电磁检测器, 则其电势波形如图 5 所示.

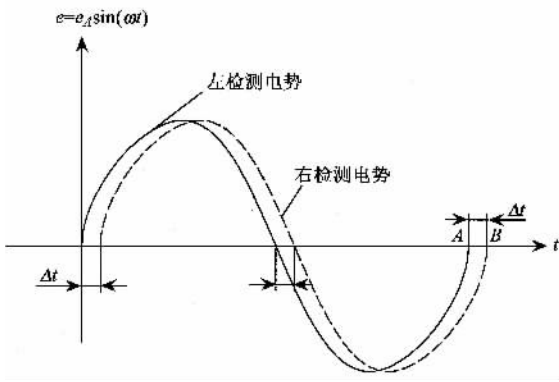


图 5 相位差信号的波形

本文假定旋转角速度 ω 和流体平均速度 v 为恒定不变, 即 $Q_m = \frac{dm}{dt} = \frac{m}{t}$ 的条件下, 推导了该相位差

信号 Δt 与质量流量 $Q_m = \frac{m}{t}$ 之间呈线性比例关系,

其比例常数由传感器的结构参数(腿长为 l , 回弯半径为 r , 管子的内、外径分别为 d_i, d_o , 管子的材料特性即杨氏弹性模量为 E)所决定. 如图 6 所示, 相位时间差 Δt 的最大值总是发生在 U 形管起始回弯部分即直管段终端, 且是在通过管静止时的中心平面处. 由图可知, 由科里奥利力引起的扭曲力矩的模应为 $M = F_C r + F_C r = 2F_C r$. 将(1)式代入得

$$M = 4m\omega vr. \quad (2)$$

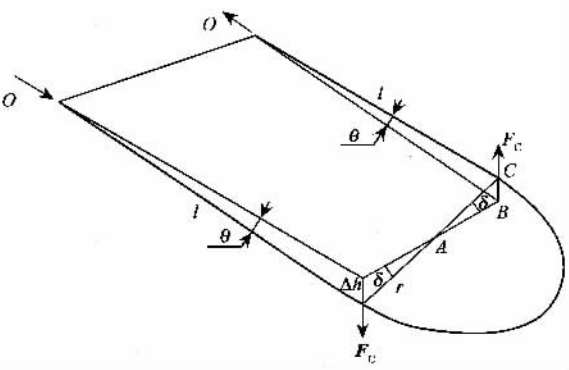


图 6 最大相位差出现在中心平面处

根据质量流量和流速的定义, 当它们在一段时间保持恒定的情况下, 则有 $Q_m = \frac{m}{t}$ 和 $v = \frac{l}{t}$ 或者 $Q_m = \frac{mv}{l}$, 代入(2)式有

$$M = 4\omega r l Q_m. \quad (3)$$

暂且将 U 形管的回弯部分看成是一根长度为 $2r$ 的直管连杆, 在杆的反力矩作用下, 最终使扭曲形变达到最大值后, 停止继续扭曲, 由于 C 点的扭力矩为 $\frac{M}{2}$, 显然有

$$\frac{M}{2} = K_s \delta, \quad (4)$$

其中 K_s 为 $\triangle ABC$ 中直管段 AB 扭曲 δ 角所对应的角弹性系数, δ 为图 6 所示的最大扭角.

相对于中心平面, 最大扭曲时对应的位移量设为 Δh , 则 $\Delta h = l \sin \theta = r \sin \delta$. 当 θ 和 δ 相对较小且 l 和 r 又较长时, 可近似有 $\Delta h = l \theta = r \delta$. 根据相位时间差 Δt 是 U 形管上的 C 点渡越 $2\Delta h$ 距离所需要的时间, 则由图 6 可知 $\theta = \omega \frac{\Delta t}{2}$ 或者

$$\delta = \frac{l\omega}{2r} \Delta t. \quad (5)$$

由(3)(4)式可得

$$Q_m = \frac{K_s}{4r^2} \Delta t. \quad (6)$$

在图 6 中, 三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle OBC$ 有公共点 C, 该点作用有公共力 F_C . 而在 $\triangle OBC$ 中, 与位移角 θ 对应的角弹性系数设为 K'_s , 则 $K'_s \theta = K_s \delta$, 即

$$K_s = \frac{\theta}{\delta} K'_s = \frac{r}{l} K'_s. \quad (7)$$

在有关文献中, 作者曾建立过 U 形管的振动微分方程^[3]:

$$(I_p + I_t + I_d) \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \xi \frac{d\theta}{dt} + 2l^2 \kappa \theta = M_d,$$

其中常数项 $2l^2 \kappa$ 为两根直管段(入口和出口段管)的综合弹性系数, 显然, 对单管有 $K'_s = l^2 \kappa$, 代入(7)式有

$$K'_s = lr \kappa, \quad (8)$$

其中 κ 为组成 U 形管的出入口段每根直管段的管弹性系数. 在文献中, 还报道过曾建立了一根薄壁圆筒管式(单端固定)悬臂梁的挠度曲线的微分方程^[4]:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{Fx}{EJ},$$

其中 E 为该选用管的杨氏弹性模量, J 为梁截面对截面所在平面坐标轴的惯性矩.

如图 7 所示, 如将 x 轴坐标原点设在自由端处, 则对上式两次积分后, 其解为 $y(x) = -\frac{Fl^3}{6EJ} [2 - 3\frac{x}{l} + (\frac{x}{l})^3]$, 且最大挠度发生在 $x=0$ 处, 于是

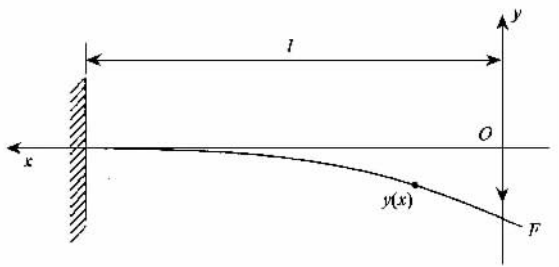


图7 单端固定的悬臂梁

$$y_{\max} = -\frac{Fl^3}{3EJ} \quad (9)$$

如上所述,式中的惯性矩是指管子截面(如图8中的剖面线部分)对y轴或z轴(因为它们对称)的平面惯性矩,其值可通过极惯性矩求得,设环形中某环微面积为dA,该处离轴心的距离为R,则极惯性矩为

$$J_p = \int R^2 dA = \int_{\frac{d_i}{2}}^{\frac{d_o}{2}} R^2 (2\pi R) dR = \frac{\pi}{32} (d_o^4 - d_i^4),$$

环面对轴y或轴z的惯性矩为

$$J_y = J_z = \frac{1}{2} J_p = \frac{\pi}{64} (d_o^4 - d_i^4), \quad (10)$$

其中 d_o 、 d_i 分别为U形管的外径和内径。

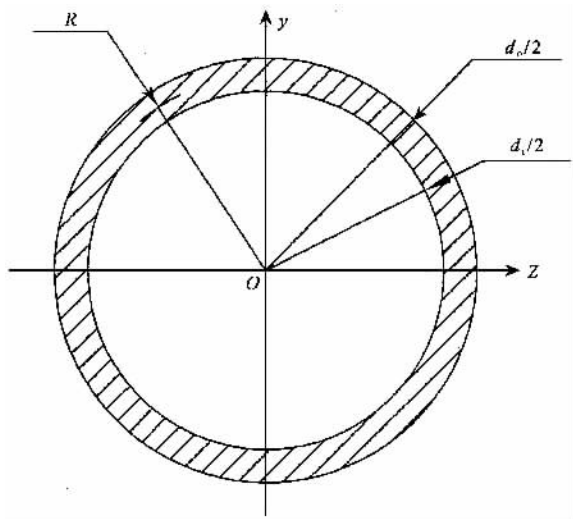


图8 薄壁圆筒管的截面

根据管子弹性系数的定义,由图7可知 $F = \kappa |y_{\max}|$,则

$$\kappa = \frac{3EJ}{l^3} = \frac{3\pi E}{64l^3} (d_o^4 - d_i^4) \quad (11)$$

将(11)式代入(8)式,并根据(6)式,可得

$$\Delta t = \frac{256}{3\pi E} \left(\frac{l^2 r}{d_o^4 - d_i^4} \right) Q_m \quad (12)$$

3 等效质量Π形管的科里奥利力效应

(12)式给出了传感器输出的相位时间差 Δt 与质量流量 Q_m 的正比关系,比例常数由传感器结构参数及材质决定.该式是在仅仅考虑流体流入流出的直管段对科里奥利力敏感的前提下导出的,将回弯半圆当作直杆连接而忽略其受力作用,将与实际情况有较大差异.如果我们设想有一根Π形管,其总质量与U形管完全一致,如图9所示,即设想该Π形管由等效三段直管段所组成,直腿的长度变为 $l+r'$,且总长度为 $2(l+r+r')$ 与原U形管的总长度 $2l+\pi r$ 相等,则用这样的等效Π形管取代原U形管,并运用(12)式的结果,则其准确性将大为提高.此时应有

$$r' = \frac{\pi - 2}{2} r = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) r = 0.57r.$$

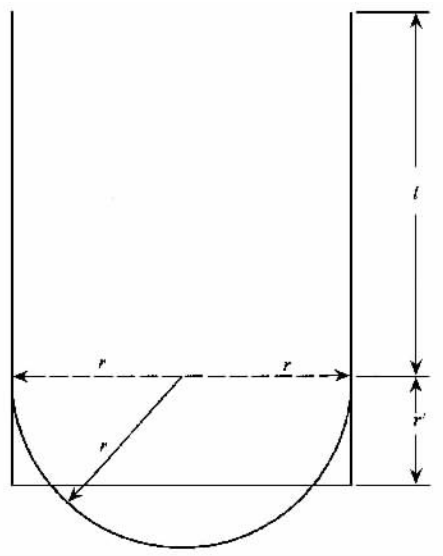


图9 等效质量的Π形管

将Π形管有效直管段长度 $L = l+r' = l+0.57r$ 代入(12)式,则有

$$\Delta t = \frac{256}{3\pi E} \frac{(l+0.57r)^2 r}{d_o^4 - d_i^4} Q_m \quad (13)$$

如果我们定义 Q_m 为流入整个质量流量传感器的瞬时质量流量值,由于一台传感器是由两根并排平行对称的U形管所组成,假如分流是均衡的,则流进一根U形管的质量流量就为 $\frac{1}{2}Q_m$,故单根U形管的计算公式应改写为

$$\Delta t = \frac{128}{3\pi E} \frac{(l+0.57r)^2 r}{d_o^4 - d_i^4} Q_m \quad (14)$$

对于双 U 形管而言,由于驱动振动是相向的(如图 10 所示),两根 U 形管由于互做陀螺运动,即在 Δt 时间内,它们从同时最靠拢的位置渡越到同时最拉开的位置,即双管互动的相位时间差(坐标相互参比)与单管动作的相位时间差(以中心平面作为坐标参比系统)是相同的,双管互动虽然改变了相互的动作距离,即动作距离拉大了一倍,但相互动作的速度也增快了一倍,即渡越时间 Δt 不变。(14)式即是双 U 形管流量传感器灵敏度和线性度的特征表达式。由(14)式可知,灵敏度(或称流量系数 f_α)为由仪表结构参数所决定的一个常数。

$$f_\alpha = \frac{\Delta t}{\Delta Q_m} = \frac{128(l + 0.57r)^2 r}{3\pi E(d_o^4 - d_i^4)} = \text{常数}$$

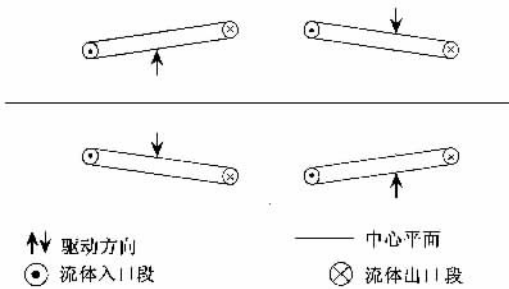


图 10 双 U 形管的陀螺运动

这表明,流量曲线是通过坐标原点的一根直线,即科里奥利力质量流量计具有本质上的线性信号应答。

为了提高传感器的灵敏度,可以增大 l 和 r 和减小 d_o 和 d_i 的差值即减小管子的壁厚,但这些均会受到一定条件的制约,有的会影响稳定性(例如增大 l 和 r 会降低谐振频率,接近 50Hz 就易受工频干扰),减小 d_o 和 d_i 的差值会降低耐压能力。

例证 1 实验样机 $Q_m = 3000\text{kg/h} = 0.833\text{g/s}$, $l = 0.165\text{m}$ $r = 0.078\text{m}$ $d_o = 0.011\text{m}$ $d_i = 0.01\text{m}$, $E = 1.5958 \times 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, 代入(14)式,得 $\Delta t = 60.71\mu\text{s}$ 。

验证的方法简述如下(见图 5):设计一个高频计数器和相关高速门电路,当左检测电势到达 A 点

时,将计数门打开,则高频插值脉冲(一般用 CPU 自带晶振网络产生的 6—12MHz 脉冲)输入计数器,当右检测器的电势到达 B 点时将计数器关闭,则根据记录到的高频脉冲的个数乘以该高频脉冲周期(频率的倒数)即可测得 Δt 。实测为 $\Delta t = 60.24\mu\text{s}$,理论计算值与实测值相差小于 1%。这个结果与美国罗斯蒙特公司(Rosemount Co)所报道的同类产品数据亦相一致。该公司的 RFT9712 型智能变送器,在其 CPU 一个外中断采样周期期间所测得的 4 个 Δt 之和为 $240\mu\text{s}$ (注:参阅 Micro Motion Co. Product Data Sheet, RFT9712, Smart Family, Rosemount China Inc, 1992),则每一个采样周期测得的相位时间差的平均值 $\Delta t = 60\mu\text{s}$,与我们的理论计算数值相当接近。

4 小结

本文利用科里奥利力基本原理推导了 U 形管传感器灵敏度的理论计算公式,并得到了样机实测数据及国外文献报道数据的验证。本文的理论分析结果,将指导 U 形管结构的科里奥利质量流量传感器的优化设计,亦为相关智能化数字变送器的研制提供了清晰的软件编程用数学模型,具有重要的实用意义。

参 考 文 献

- [1] Li C *et al.* International Instrumentation & Automation, 1988, 2(1) 36
- [2] ISO/DIS 10790. Measurement of fluid flow in closed circuits—Coriolis mass flowmeter, 1991
- [3] 胡燕祝等. 中国机械工程, 2002, 13(6) #67 [Hu Y Z *et al.* China Mechanical Engineering, 2002, 13(6) :467 (in Chinese)]
- [4] 皮萨连科 Г С 著. 范铁珊等译. 材料力学手册. 北京: 中国建筑工业出版社, 1981. 252 [Pesalenko G S. Fan T S *et al.* trans. Hand Book for Mechanics of Materials. Beijing: Architectural Industry Press of China, 1981. 252 (in Chinese)]