金融物理的若干基本问题与研究进展(Ⅰ)*
——价格的统计分析与价格涨落的随机过程模型

李 平[1,2,†] 汪秉宏[1] 全宏俊[1]
(1 中国科学技术大学近代物理系及非线性科学中心 合肥 230026)
(2 南京工程学院基础部 南京 210013)

摘 要 金融物理学是物理学概念和方法应用于金融分析的一门新的交叉学科,近年来受到人们的广泛关注.文章简述了金融物理的研究方向和研究方法,重点讨论了价格涨落的统计分析和相关的物理模型.

关键词 金融工程,金融物理,价格分析,物理模型

Some problems and progress about econophysics(Ⅰ)

LI Ping[1,2,†] WANG Bing-Hong[1] QUAN Hong-Jun[1]
(1 *Department of Modern Physics and Nonlinear Science Center*, *University of Science and Technology of China*, *Hefei* 230026, *China*)
(2 *Department of Basic Science*, *Nanjing Institute of Technology*, *Nanjing* 210013, *China*)

Abstract Econophysics is a rising interdisciplinary field which combines physics and finance, and is attracting more and more attention in recent years. The studies direction and method of econophysics are overviewed. In particular, the statistical analysis and some physical model describing price distributions are discussed.

Key words financial engineering, econophysics, price analysis, physical model

1 引言

金融业在现代经济、政治活动中起到越来越重要的作用,特别是20世纪70年代以来,剧烈变化的宏观经济环境、飞速发展的信息技术、日益激烈的金融竞争、以及一系列金融灾害事件的发生,猛烈地冲击着金融业,并引起了金融业的深刻变革和快速发展.在各种新型金融衍生工具不断出现的同时,也伴随着一系列问题的产生.例如,如何在交易时为新型的金融衍生工具进行定价,如何针对具体情况设计具有相应'风险/收益"的衍生金融工具,如何对金融风险做出预测与控制等,这些都是人们迫切需要解决的课题,由此产生了发展金融工程的需求[1—3].

金融工程是20世纪80年代末、90年代初兴起的新兴综合性学科.它是将工程思维引入金融领域,是金融科学工程化的产物,它包括创新金融工具与金融手段的设计、开发与实施,以创造性地解决各种金融问题.金融工程的核心在于运用多学科的知识和技术对金融产品和金融技术进行创新.金融工程已成为金融创新的技术动力,对于防范和化解金融风险,追求金融效应的最大化,解决层出不穷、繁杂纷乱的金融问题,推动整个金融业的发展具有不可低估的作用.

金融工程作为现代金融业的核心,不可避免地

* 国家重点基础研究发展计划项目;国家自然科学基金重点项目(批准号:19932020,70271070);高等学校博士学科点专项科研基金资助项目
2002-08-30收到初稿,2003-06-04修回
† 通讯联系人. E-mail:lp14@263.net

要与现代科技相结合,金融物理正是这种结合的产物. 诞生于 20 世纪 90 年代后的金融物理是一门全新的、蓬勃发展的交叉学科. 实际上早在 1874 年法国经济家莱昂 · 瓦尔拉斯(Leon Walras)在他出版的《纯粹经济学要义》一书中,运用了经典牛顿力学的范式创立了新古典主义微观经济理论 :一般均衡理论. 这套理论直到今天仍然被认为是现代经济学的核心理论.

2 金融物理的工作方向与研究方法[4—7]

近年来,已有越来越多的物理学家参与了金融问题的研究,他们采用了许多物理学的概念和方法,如关联与自关联、标度与标度律、自组织与临界性、相变、自适应、湮灭、混沌、分形、逾渗、重整化群、自旋玻璃、量子场论方法等等,这些概念和方法给金融业这一复杂系统的研究带来全新的生机. 物理学家撰写的关于金融研究的论文已相当频繁地出现在物理学的期刊中,甚至还发表在 Nature 等著名的科学杂志上[8—13] . 1995 年,Stanley 等人在 Physica A[14] 的一篇论文中第一次使用金融物理(econophysics)一词为这一新兴的交叉学科命名. 近年来,在国际国内都举行了一系列的有关金融物理的专题学术会议. 1997 年 7 月在爱尔兰和 2000 年 7 月在比利时分别召开了两届题为“ 物理学在金融分析中的应用 ”的国际学术会议,2000 年 4 月在德国召开了关于“ 物理学观点的经济动力学 ”专题讨论会,2000 年 11 月在日本举行了金融物理专题国际学术讨论会. 在北京中国高科技中心(CCAST) ,2000 年 8 月与 2001 年 8 月连续举办了两届金融物理高级研讨班 ;2000 年 9 月在合肥中国科技大学,2001 年 8 月在桂林广西师范大学,2002 年 8 月在上海交通大学分别召开了相关内容的学术会议 ;这些会议讨论的中心论题是物理学的思维模式、方法、工作语言及其物理学理论的自身内容如何和在什么程度上能够被用来对于经济系统进行分析、建模、模拟和优化. 这些均为金融物理蓬勃发展的重要标志.

金融工程的技术框架是指对金融市场、金融产品、金融服务和金融创新进行机理分析的技术方法. 基于这一特点,金融物理对金融问题进行研究的主要工作方向表现在下述 4 个方面 :(1) 价格的经验统计规律的研究 ;(2) 价格涨落的随机过程模型的研究 ;(3) 价格形成和市场演化中的经纪人的相互作用模型的研究 ;(4) 期权定价、风险控制与投资组合的研究.

目前,金融物理对金融问题的研究主要有两种处理方法 :第一种处理方法是对金融数据(价格)经验规律的探索 ;第二种处理方法是对金融市场中经纪人行为的物理模型的探索. 本文作为第一部分,基于物理学的观点与研究方法重点讨论金融数据、特别是价格的统计分析与相关的物理模型.

3 价格的统计分析与相关的物理模型

价格涨落是金融市场中普遍的行为,也是金融市场中最可直接观测的金融数据,这些表面上看似起伏无常、变化不定的价格涨落的时间序列,实际上是经济系统内部的结构、机制在一定的外部条件下产生的规律性的反映,物理学家深信价格数据的历史中一定包含了系统的全部的动力学信息. 因而,价格涨落的统计规律与分布形式是金融市场的最基本性质之一. 这种涨落呈现何种统计分布形式 ? 具有何种动力学演化行为 ? 这些问题无论在理论上还是在实际中都是值得重视的. 显然,最简单、最朴素、最直观的观点是价格涨落的分布遵循高斯分布(正态分布) . 然而,大量实际的金融数据表明,大的价格回复分布的概率具有比高斯分布情况下的概率更大,即在实际的金融市场中,大的价格起伏的事件所发生的概率远远超过了高斯分布的预言,人们把这一现象称为胖尾现象. 价格回复对高斯分布偏离的实质与原因是什么 ? 价格回复应遵循何种分布规律 ? 如何建立价格涨落的随机过程模型 ? 人们为此提出了不同的观点与看法.

3.1 价格回复的 Levy 分布规律

1963 年,Mandelbro B 在对棉花价格的分析中观察到,价格回复过程,不仅是一种非高斯分布,还显示出时间“ 标度 ”的存在,即对于 $\triangle t$ 的各种不同尺度的选择,回复分布具有相同的函数形式. 基于胖尾现象和时间的标度性,Mandelbro 得出价格回复分布可以用 Levy 稳定过程模拟 ;随后意大利的 Mantegna R N 和美国的 Stanley H E 研究证实,纽约股票交易所的 S&P500 指数的回复分布可以由中心部分为 Levy 分布,再连接一个近似指数下降分布的尾部的分布模型来描述. 这些特征的确认,对于金融市场中价格模型的构造是有积极意义的.

中国科学技术大学的汪秉宏教授及其合作者对

香港金融市场中最重要的金融数据——恒生指数涨落的统计规律进行了细致的研究[15]，研究结果表明，恒生指数回复的统计分布也呈现出显著的标度行为，这一过程的动力学在分布中心部分是与 Levy 过程所预测的结果相一致（在至少跨度为 2 个数量级的时间间隔内可以观察到这一标度行为），而在分布尾部的下降特征则以幂函数规律作指数下降（如图 1 所示）.

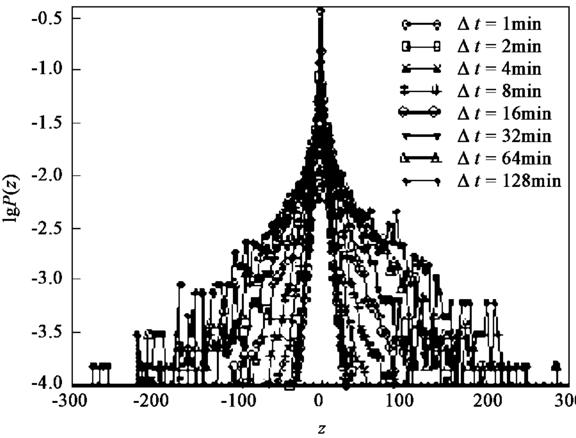

图 1　香港恒生指数（1994 年 1 月—1997 年 5 月）对不同时间尺度 $\triangle t$ 的指数收益的概率分布

3.2　价格（收益）变化的 J 过程演化模型

价格（或收益）变化是一个宏观的动态过程，影响的因素与机制非常复杂，从表观上看是一种随时间演化的毫无规律的曲线，但如果从系统演化的角度来看，把影响演化的因素与机制做细致的分析，那么价格（收益）的演化轨迹可以划分为三种基本的过程 渐变过程、阶跃过程和 J 过程.

J 过程是一种内涵式的演化过程模型，它通过改变资本和劳动力的‘ 质量 ”，通过创新使价格（收益）上升到一个新的台阶，而这种改变资本和劳动力的‘ 质量 ”等方面的努力又是要付出成本的. 在教育经济收益方面的动力学模型中，理论分析和实证研究所给出的受不同程度教育的收益曲线（图 2 ）是一种典型的 J 演化过程[16,17].

从复杂性系统理论的观点来看，J 演化过程是一个经典统计物理学中的物理模型，其本质是系统存在多重均衡时的非平衡相变过程. 如在讨论核裂变时一个重核分裂为两个碎片的过程中，系统是如何从一个定态越过势垒到达另一个定态. 这样一个典型的非平衡统计问题在非线性福克 - 普朗克方程的基础上可给出一个近似解.

如果系统的某一物理量随时间（或空间）的演

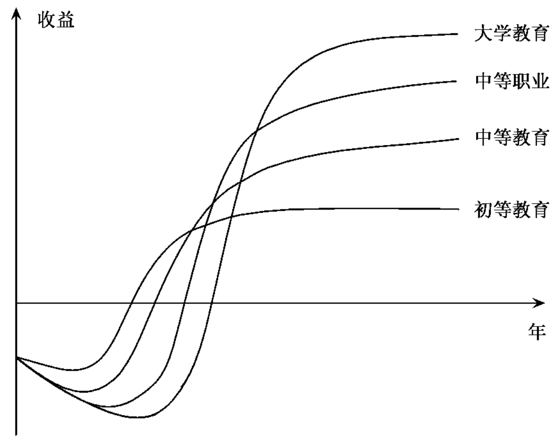

图 2　受不同程度教育的收益曲线

化过程是 J 过程，那么可以认为该系统形式地受到正、负两个方向的‘ 力 ”的作用. 如气体动理论中分子力模型，其引力与斥力的关系曲线就是一个典型的 J 过程（反 J 过程）. 为此我们可以根据实际问题中的具体情况，赋予 J 过程演化模型中‘ 力 ”的某种涵义.

价格（收益）演化过程中的 J 过程演化模型，抓住了经济增长这一复杂动态演化系统中的关键变量——资本与劳动力的‘ 质量 ”，反映了在一段时间内给定系统的整体优化目标，并在一定的约束条件下（如改变资本与劳动力的‘ 质量 ”），使系统选择一条最优化的演化道路. 在经济增长的过程中，一种具有潜在后发性优势但又需要先期投入的经济现象都有可能产生 J 过程. 为此，在经济管理的决策中，可以考虑 J 过程所给出的结构特点来选取适当的决策方案.

利用非平衡统计物理的背景展开对经济系统有关经济增长和价格（收益）变化中 J 过程的研究，将有助于对这类非平衡经典系统机制的理解 同时，经济理论和数据的分析也有助于促进统计物理对这个基本问题认识的深化.

3.3　朗之万方程（模型）

人们通过对金融市场中交易价格的分析发现，金融市场中价格的变化 $\triangle r$ 随时间 t 的关系可以由变系数的朗之万方程来进行描述，即

$$\Delta r(t+\triangle t) = b(t)\triangle r(t) + f(t),$$

其中 $f(t)$ 代表非线性系统中的随机力，在金融市场中，它反映了经纪人自身的属性及经纪人对市场预期的差异性，$b(t)$ 为一随机变化的系数，它反映了在金融市场中经纪人对价格变化的各种各样的响应程度. 该方程的解是一个含时解，它可以描述金融市场

中价格变化分布的构形及其演化规律.显然,在这个模型中,物理学家把一个开放的金融市场类比为一个受随机力驱动的非线性动力系统,并试图通过它来解释所谓的胖尾现象.

Richmond 等[18,19]从朗之万方程出发,构造了一个描述金融市场中价格波动的分布函数的动力学模型,基于这一动力学模型,运用非平衡态统计物理学中的福克–普朗克方程的稳定解,说明了金融市场中价格波动的分布函数满足幂律率的可能机理.而幂律率恰恰是金融市场处于自组织临界态的一种反映.

3.4 股价方程、期权定价与布朗运动模型[20,21]

布朗运动是具有典型意义的科学实验之一,它不仅用来作为许多自然现象的模型,而且可用来作为许多社会现象的模型.1908 年,Langevin P 在研究布朗运动的涨落现象时,给出了物理学中第一个随机微分方程.如果在布朗粒子应满足的牛顿运动方程中,加上一项引起布朗粒子作无规则运动的随机力 $\xi(t)$,则有

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\alpha v + \xi(t),$$

其中 $-\alpha v$ 为阻尼力,这就是 Langevin 方程的一种简化形式.

控制论的发明人维纳(Wiener N)在 1923 年指出,布朗运动在数学上是一个随机过程,提出了用"随机微分方程"来描述,因此人们也把布朗运动称为维纳过程;日本数学家伊藤(Kiyosi I)发展建立了带有布朗运动干扰项 的随机微分方程,

$$\mathrm{d}x(t) = \mu(t,x)\mathrm{d}t + \sigma(t,x)\mathrm{d}B,$$

其中参数 $\sigma(t,x)$ 表示干扰强度,$\mu(t,x)$ 为漂移率,这就是伊藤过程方程,它所描述的随机过程称为伊藤过程.伊藤过程可看成为一般化的维纳过程,它直接把布朗运动理解为随机干扰,从而赋予了布朗运动最一般的意义.

布朗运动是随机涨落的典型现象.一般地说,许许多多的宏观观测,都要受到布朗运动的限制.法国经济学家 Bachelier L 把股价的变动理想化为布朗运动.在此基础上,经济学家把伊藤过程方程用于描写股票价格 $S(t)$ 行为过程的一种模式,为更确切地描写股票价格的行为过程,伊藤过程方程被修正为

$$\frac{\mathrm{d}S(t)}{S(t)} = \mu\mathrm{d}t + \sigma\mathrm{d}B,$$

其中 σ 为股票价格波动率、μ 为股票价格的预期收益率.人们把它称为股价方程,它是一个随机微分方程.

由伊藤过程描述的股价方程是一个正向的随机微分方程,从确定的 $S(0) = S_0$ 出发,根据布朗运动的随机变量 $B(t)$ 在 $0—t$ 之间的形态,来推断轨线的统计行为.若将问题倒过来提,并先给定一个 $t = T$ 时的随机变量 $x(T)$,然后来确定其初值 $x(0) = x_0$,这种问题所对应的方程称为倒向随机微分方程.金融工程中的期权定价问题就是倒向随机微分方程的求解问题.

1973 年,Black F 和 Scholes M 在基于布朗运动模型基础上得出的伊藤过程方程中,假定期权价格 f 是股票价格 $S(t)$ 和时间 t 的函数,从而证明了期权价格的变动也满足伊藤过程方程,即

$$\mathrm{d}f = \mu'(t,S)\mathrm{d}t + \sigma'(t,S)\mathrm{d}B,$$

其中 $\mu'(t,S) = \left|\frac{\partial f}{\partial S}\mu S + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right|$,$\sigma'(t,S) = \frac{\partial f}{\partial S}\sigma S$,它是 BS 期权定价理论中的关键方程之一.

3.5 价格标度律与多重分形的研究[22—26]

标度不变性是一个源自于物理学、生物学、地质学等自然科学中的一个概念,随着人们对金融系统的深入研究,在金融指数、价格变化中也发现了幂律率与标度不变性.人们认识到,标度不变性是金融市场中的一种重要的特性,而这种特性在传统的金融学理论中没有被发现或者没有得到应有的重视.金融市场的标度行为反映了金融市场中价格变化的相似性和相关性,这种相似性和相关性体现在不同的时间标度上,也是对分形市场假设的一个支持.金融市场的标度不变性改变了传统金融理论的研究方法,要求人们在不同的时间尺度上考虑整个金融市场的行为,并成为金融工程中研究金融系统复杂性的重要理论和方法之一.标度律行为看起来十分简单,但能够产生十分复杂的、却又有统计相似性的结构与行为.我们可以从金融数据的标度的统计算法中得到若干金融数据的结论和统计特征,这些结论是可以被测试检验,而这些特征又反映了金融数据的内在统计规律.目前人们引用了 Hurst 指数、标度指数和自相关指数来分析、了解金融系统的标度不变性,并力求通过这些指数来确定系统的标度不变性程度.

同时,分形市场假设也使我们认识到,在一个具有分形的价格时间序列中,价格的波动不仅体现在不同的时间尺度上,而且在不同的时间尺度上价格的波动都可以是不连续的和突变的.这一认识使我

们对证券市场价格为什么会出现暴涨、暴跌以至股市崩盘现象得以解释，这对认识金融市场的非随机游动、对市场风险进行监控及风险防范提供了可能的理论支持[27].

关于标度的许多经验事实，是这样一种“公理”的结果，即如果在某个时间尺度上有一种规律支配着价格的变化，那么更高频或更低频的价格变化也将由相同的规律所支配. 金融系统呈现的标度律与物理系统在临界点附近出现标度相律相对比，使人们可以设想在金融系统中存在长程的关联性，即系统的每一单元都与其他所有单元存在不同程度的关联性. 虽然目前还没有找到一个能够对不同时间标度的价格行为进行统一描述的随机过程模型，但这一观点对理解、分析金融数据和价格的变化或许是有启示意义的.

价格变化多标度行为的发现是金融市场标度理论的又一个重要的进展. Pasquini M 等人将价格每天的收益率 r_t 作为价格的一种概率测度，并定义 r_t 的 q 阶矩即配分函数

$$\chi \propto \sum |r_t|^q$$

为广义总和绝对收益. 显然，由于 q 不同，χ 中反映的价格波动幅度也就不同. q 越大，突出了大幅度波动的收益率的作用；q 越小，突出了小幅度波动收益率的作用. 对于不同的 r_t，有不同的标度指数，即不同幅度的价格波动具有不同的标度关系[28]，这反映了金融市场中的多重标度行为.

中国科学技术大学的孙霞、吴自勤等学者基于金融数据的标度特性，从多重分形角度讨论分析了香港恒生指数的特点，获得了一系列有益的结果[29]. 西南交通大学的魏宇、黄登仕等学者通过对上海证券交易所综合股价指数（SSECI）的研究，发现这些数据所具有的多分形特征，并提出运用多分形理论所提供的信息进行金融风险管理的思路[30,31].

金融市场的多标度理论或多重分形理论，是一个具有更大理论意义和实际意义的研究领域，它要求对金融市场的波动进行更细致的分解，分析不同波动规模（风险）的不同标度关系. 这种标度关系的不同说明了不同波动程度的相关性不一样，对不同程度的风险，要采取不同的风险管理措施[32—34].

3.6 基于序列分析法的金融数据的自组织临界性（SOC）的研究[35—37]

价格的时间序列是金融领域中最重要的一类数据形式，通过线性分段我们可将连续性的金融时间序列转化为离散性的字符序列. 考虑到价格升降为金融市场中最重要的数值反映，且升降大小又有差别，不能一概而论. 因此，我们根据升降变化，选定角区间作为我们的分类区间. 角区间 θ 的定义是：若确定一个标识字符的时间尺度为 t，而金融时间序列在该时间尺度范围中变化大小为 $\Delta h(t)$，则相应角区间 θ 为

$$\theta = \arctan\frac{\Delta h(t)}{t}.$$

我们规定（1）$45° \leqslant \theta < 90°$类标识字符为 R，（2）$0° \leqslant \theta < 45°$类标识字符为 r，（3）$-45° \leqslant \theta < 0°$类标识字符为 d，（4）$-90° \leqslant \theta < -45°$类标识字符为 D，则我们就可将一个金融价格随时间变化的时间序列转化成一个由字符 R，r，d，D 表示的字符序列.

依据这一分析思想，我们对香港金融市场中最重要的金融时间序列——恒生指数作了分析，并转化为相应的符号序列. 在字符时间尺度 $t = 30$min 的定义下，由恒生指数（1996 年 1 月 2 日 10：01 到 1996 年 12 月 31 日 12：29）构建的符号序列为

RdddrrrRdrrrdRrRDrRdDrD-

DdrrRRDdRRrddDdddRDdDdrrrrDrdRdD…

该符号序列的总字符数 1894，其中 R 字符个数 319，r 字符个数 678，D 字符个数 292，d 字符个数 605.

在时间序列转化为字符序列的过程中，字符时间尺度 t 的选取有重要的作用，t 的大小不同，对时间序列的分析精度（或分辨率）也就不同. 对同一个时间序列，其对应的字符序列长度，以及该字符序列中 R，r，d，D 字符的占有率 N_R，N_r，N_d，N_D，字符之间的关连性也不相同. 为此，我们对 1996 年的恒生指数序列在不同的字符时间尺度 t 对应下的字符序列的统计特性进行了分析，并发现统计量 N_R，N_r，N_d，N_D 与时间尺度 t 之间均满足幂律关系 $N \sim t^{-\tau}$（如图 3 所示）.

幂律行为是自组织临界性（SOC）的基本特征. 基于 SOC 理论且从以上幂律关系 $N \sim t^{-\tau}$ 的双对数图可以看到，由字符 R，r，d，D 以及由 R，r，d，D 组成的特定结构——关键词构成的符号序列是一个典型的 SOC 系统，金融市场作为一个 SOC 系统，各种大大小小价格的涨落均可能发生，但从时间尺度上看，它们遵从的是同样的动力学规律，这为我们深入地理解证券市场的动力学机制是有益的.

4 结束语

对价格的复杂性的理解和分析是金融物理工作

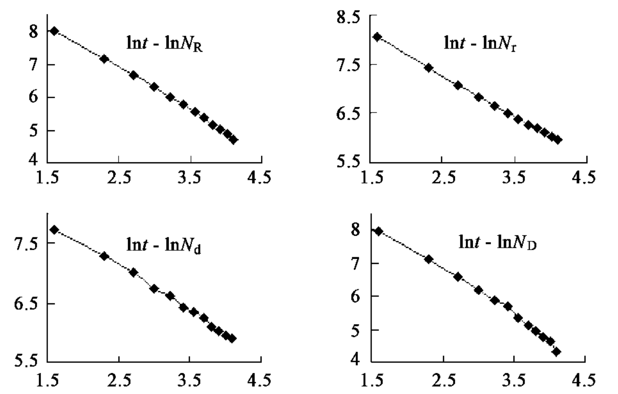

图3 幂律关系 $N \sim t^{-\tau}$ 的双对数图

的重要内容之一. 我们介绍了金融物理中几种典型的价格经验统计规律和价格涨落的动力学模型. 实际上,随着金融物理的发展,应用物理学处理复杂系统的观点、方法和成果,对价格的新的规律的探索和建模都有开展. 如价格变化的湍流模型[38—40]、股市价格演化的一维水动力模型[41]、交易冲量和价格阻力模型[42]等. 所有这些规律和模型的探讨,从不同层面和角度分析了价格的基本要素和特点,抓住了价格变化中的关键变量和参数,取得了一定的成果.

这些研究工作和研究成果表明,金融物理作为现代金融工程研究的一种模式是有价值和意义的. 物理学家在金融物理研究中的许多观点、方法和视角在传统经济理论中找不到或尚未被充分表达的,由此开展的大量工作可以对金融数据的分析和金融系统的动力学模型的构造作出其特有的贡献.

金融系统毕竟有着不同于物理系统的特殊性,其复杂性的根源至今还远未了解. 处于初创阶段的金融物理,不仅现有的理论尚待深化,同时还面临着更多的挑战性的问题.

参 考 文 献

[1] 吴冲锋,王海成,吴文锋. 金融工程研究. 上海:上海交通大学出版社,2000,1—15[Wu C F, Wang H C, Wu W F. Studies of Financial Engineering. Shanghai:Shanghai Jiaotong University Press,2000. 1—15(in Chinese)]
[2] 宋逢明. 科学(上海),1998,3:14 [Song F M. Science (Shanghai). 1998,3:14(in Chinese)]
[3] 黄小源. 信息与控制, 2001, 30(2):149[Huang X Y. Information and Control, 2001,30(2):149 (in Chinese)]
[4] Mantegna R N, Stanley H E. Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance. Cambridge:Cambridge Univ. Press,1999. 1—14
[5] Farmer J D. Computing in Sci. & Eng. ,1999, 1(6):26
[6] Stanley H E. Computing in Sci. & Eng. ,1999, 1(1):74
[7] Stauffer D. Internation Journal of Modern Physics,2000,11 (6):1081
[8] Mantegna R N, Stanley H E. Nature , 1995,376:46
[9] Lux T, Marchesi M. Nature , 1999,397:498
[10] Lillo F, Farmer J D , Mantegna R N. Nature, 2003,421:129
[11] Plerou V, Gopikrishnan P, Stanley H E. Nature,2003,421:130
[12] Gabaix X, Gopikrishnan P, Plerou V *et al*. Nature,2003,423:269
[13] Stanley H E, Buldyrev S V. Nature,2001,413:373
[14] Stanley H E, Afanasyev V, Amaral L A N *et al*. Physica A, 1996,224:302
[15] Wang B H , Hui P M. Eur. Phys. J. B, 2001,20:573
[16] Fang F K, Yuan Q. CCAST - WL WORKSHOP, 2001, 127:137
[17] 方福康,袁强. 系统工程理论与实践, 2002, 22 (10):12 [Fang F K, Yuan Q. Systems Engineering——Theory & Parctice, 2002,22(10):12 (in Chinese)]
[18] Richmond P . Eur. Phys. J. B, 2001,20:523
[19] Yang C B , Cai X. Chin. Phys. Lett. , 2002,19:772
[20] 于祖荣. 物理,2000, 29(11):662[Yu Z R. Wuli (Physics), 2000,29(11):662(in Chinese)]
[21] 于祖荣. 自然杂志,2000, 22 (3):165[Yu Z R. Journal of Nature,2000,22(3):165(in Chinese)]
[22] Skjeltorp J A. Physica A,2000,283:486
[23] Masoliver J, Monter M, Porra J M. Phyisca A, 2000,283:599
[24] Raberto M, Scalas E. Physica A,1999,269:145
[25] Lux T, Marches M. Nature,1999, 397:498
[26] Mantegna R N, Stanley H E. Nature,1995,376:46
[27] 庄新田,黄小原. 系统工程理论与实践,2003, 23(3):1 [Zhuang X T, Huang X Y. Systems Engineering——Theory & Practice, 2003,23(3):1 (in Chinese)]
[28] Pasquini M, Serva M. Multiscale behavior of volatility autocorrelation in financial market[EB/OL]. cond - mat/9810232, available at http://xxx. lanl. gov,1998
[29] Su X, Wu Z Q. The Procedings of the Workshop/Conference Econophysics and Financial Complexity (B). Hefei, China, 2000. 42
[30] Wei Y, Huang D S. Preprint of International Symposium on Complexity Science. Shanghai, China ,2002. 83
[31] 黄登仕. 管理科学学报,2000,3(2):27[Huang D S. Journal of Management Science, 2000,3(2):27 (in Chinese)]
[32] Ausloos M, Ivanova K. Multifractal nature of stock exchange prices. cond – mat/0108394, available at http://xxx. lanl. gov,2001
[33] Schmitt F, Schertzer D, Lovejoy S. Int. J. Theor. Appl. Fin. , 2000,3(3):361
[34] Kim K, Yoon S M. Multifractal Features in the Foreign Exchange and Stock Markets. cond – mat/0305270, available at http://xxx. lanl. gov. 2003
[35] Gopikrishnan P , Liu Y , Amaral L A N *et al*. Physical A, 2000,287:362
[36] Malcai O, Biham O , Solomon S. Phys. Rev. E,1998,60:1299
[37] Li P , Wang B H. CCAST – WL Workshop ,2001,137:227
[38] Ghashghaie S, Breymann W, Peinke J *et al*. Nature ,1996, 381:767
[39] Mantegna R N, Stanley H E. Nature,1996,383:587
[40] Mantegna R N, Stanley H E. Physica A,1997,239:255
[41] Vamos C, Suciu N, Blaj W. Physica A, 2000 , 287:461
[42] Castiglione F, Pandey R B, Stauffer D. Physica A, 2001, 289:223

(未完待续)