

# 颗粒物质(下)\*

陆坤权<sup>1, †</sup> 刘寄星<sup>1, 2</sup>

(1 中国科学院物理研究所软物质实验室 北京 100080)

(2 中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

(上接 2004 年第 9 期第 635 页)

## 3 振动时颗粒物质的行为

根据热力学基本原理,一个封闭体系总会趋于自由能最小的状态.例如,不同原子或分子组成的混合气体封闭系统,不管初始状态如何,或受到外界怎样的干扰,最终都会通过扩散等热运动,使系统的熵达到最大,形成均匀分布的平衡态.而对于颗粒物质,正如前面所述,相当于处在  $kT=0$  的状态,除非受到外力作用,系统的结构形态永远保持不变.

颗粒体系很多现象令人费解,其中最为突出的例子是颗粒物质在振动时发生的行为.

用外力振动颗粒物质系统时所出现的复杂和有趣现象超出人们原来的想象.物理学家的研究可以追溯到法拉第(Faraday),他在 1831 年<sup>[2]</sup>就报告了在一个竖直振动的容器中,颗粒会形成对流.但对这类现象的广泛深入研究却是近年来才开始的<sup>[24]</sup>.在这类实验中,人们常采用正弦振动  $A\sin(\omega t)$ ,  $A$  为振幅,  $\omega = 2\pi f$   $f$  为频率.在一般情况下,实验现象由振动频率  $\omega$  和振动加速度  $A\omega^2$  两个参数决定.普遍无量纲参数  $\Gamma = A\omega^2/g$  来标度振动的强烈程度, $g$  为重力加速度.振动情况下颗粒物质中出现极其丰富的现象,目前人们的认识尚处于对这些现象的定性描述水平.要建立解释其形成机制的理论,还需对其规律作系统的研究.这里我们仅对观察到的主要实验现象进行描述.

### 3.1 振动引起的颗粒对流和斑图的形成

当外界输入的能量超过颗粒间碰撞耗散的能量时,颗粒就开始运动.最容易和最常见的是竖直振动引起的颗粒运动.当振动的振幅和频率很小时,颗粒的表面不发生变化.振动加速度超过一定值时,颗粒表面不再保持水平而呈现出倾斜<sup>[25]</sup>或起伏<sup>[26, 27]</sup>等形状. Clement 和 Duran<sup>[28]</sup>等人的实验表明,颗粒与

器壁的摩擦对于对流和振动成堆起决定作用.图 10 给出了振动的加速度不太大时容器中颗粒的对流情况示意.当颗粒与器壁间的摩擦较大,即器壁粗糙时,颗粒从中部向上,再由器壁向下流动,如图 10(a)表示.而当颗粒与器壁间的摩擦较小,即器壁光滑时,颗粒沿器壁向上,然后从中心向下发生对流,如图 10(b)表示.在一边光滑,一边粗糙的筒中的实验表明,粗糙的器壁使颗粒沿器壁向下对流,如图 11 所示<sup>[29]</sup>.

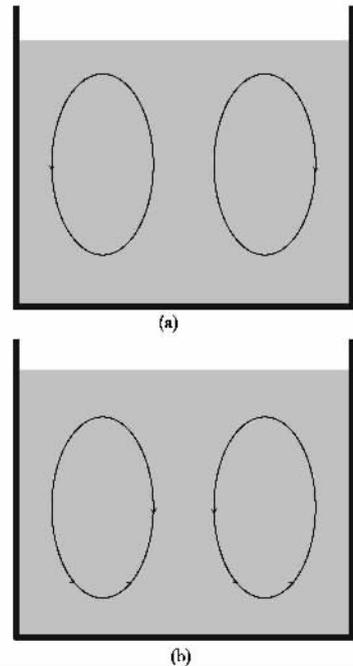


图 10 容器中颗粒对流情况示意

同时,对流的方向及对流圈的多少与振动加速度密切相关,与颗粒的性质和形态、颗粒层的厚度、

\* 国家自然科学基金(批准号:10274058)资助项目

2004-01-17 收到初稿 2004-03-23 修回

† 通讯联系人. E-mail: lukq@aphy.iphf.ac.cn

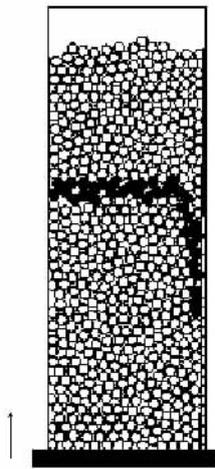


图 11 器壁左边光滑、右边粗糙的筒中的颗粒对流

倾斜度、气压等很多因数有关. 例如, 当振动加速度较大时, 上述的对流会发生反向运动.

Aoki 等人<sup>[30]</sup>用矩形容器中以染色玻璃颗粒作为示踪体, 观察对流的形貌, 示于图 12. 发现当振动加速度超过一定临界值  $\Gamma_c$  时, 颗粒对流方向发生翻转, 中间向下, 两侧向上. 并且随加速度的改变, 对流圈的数目也会发生变化. 而这种振动引起的颗粒内部的对流在颗粒表面上会形成不同的斑图. 特别是在颗粒层厚度较小时, 不太大的振动加速度就可形成丰富的斑图花样. 其中 Swinney<sup>[31, 32]</sup>小组对三维系统中颗粒振动的研究给出了典型结果. 他们用实验和计算机模拟详细地研究了各类斑图的产生. 观察到随着振动加速度和频率的改变, 相继出现条纹, 六角, 四方等等形状的斑图花纹, 如图 13 所示. 而这些花纹出现的频率一般是振动频率的  $1/2$  或  $1/4$ . 图 14 是他们给出的这些斑图形成的频率和加速度范围的相图<sup>[33]</sup>.

应该指出的是, 不同类型斑图出现的条件还与很多其他因素有关, 如颗粒尺寸、厚度及容器大小等. 另一个有趣的现象是, 在振动频率和加速度较小时, 振动可以使颗粒表面发生局部失稳. 在平坦的表面上, 出现若干颗粒峰, 如图 15 所示<sup>[34]</sup>, 其出现频率是振动频率的一半, 即  $f/2$ , 称之为振动子 (oscillons). 这些颗粒峰高可达颗粒厚度的 4 倍, 峰的直径为 30 个颗粒左右. 一些模型用于解释这类振动下颗粒表面失稳的现象<sup>[35-37]</sup>. 模拟计算<sup>[38-40]</sup>可重现这种表面失稳和振动子.

### 3.2 振动引起的颗粒分离

要使两种液体均匀混合, 通常的方法是通过摇晃或搅拌. 对于两种不同的颗粒物质, 这样做却会适

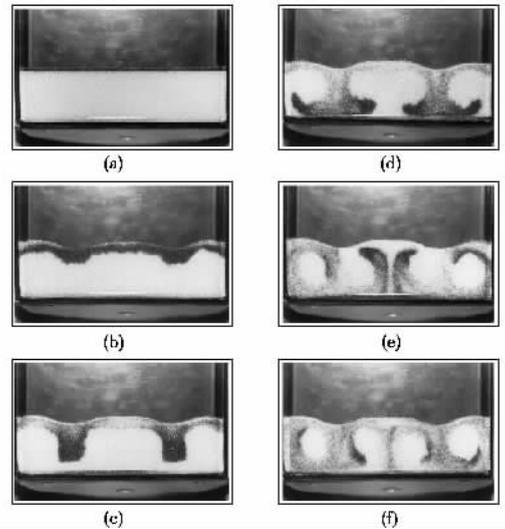


图 12 准二维系统中颗粒振动形成的对流圈形貌

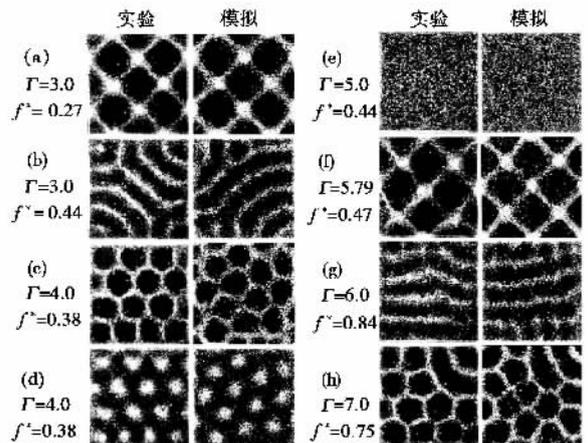


图 13 振动颗粒表面形成的斑图: 实验和模拟结果对比 ( $\Gamma$  为加速度  $f^*$  为约化振动频率)

得其反. 生活经验告诉我们, 振动或者转动往往会使事先混合起来的不同颗粒物质分离开来. 在我国早就用垂直或水平摇晃簸箕的方法分离不同颗粒大小的谷物. 1939 年, 日本药剂师小山 (Oyama) 曾经试图通过旋转容器使尺寸不同的药粉混合均匀, 然而他却发现, 转动使大小不同的药粉颗粒分离开了.

振动引起的颗粒分离现象虽然早就被人们观察到, 并实际应用于分离颗粒物质. 然而, 深入研究这种现象及其规律却是近年才开始的.

在竖直方向振动大小不同颗粒混合系统时, 多数情况下, 发现大的颗粒向上运动, 小的颗粒向下运动. 这种振动引起的大颗粒在上, 小颗粒在下的颗粒分离行为一般称为“巴西果效应” (Brazil nut

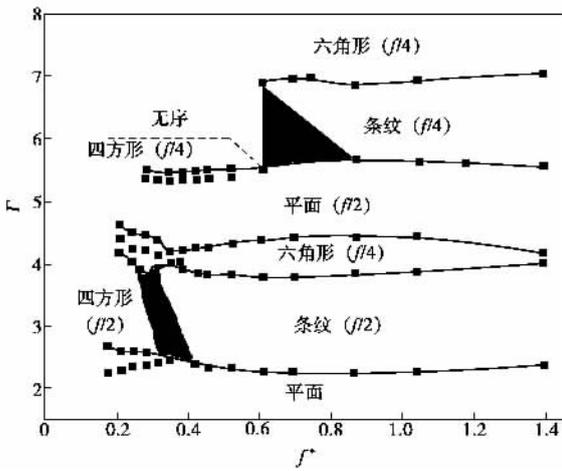


图 14 斑图形成的频率和加速度范围的相图



图 15 振动使颗粒的表面上出现的振动子

effect)。欧洲人常用的早餐穆兹利，以燕麦片和包括较大的巴西果在内的干水果混合制成。人们发现，每天第一个从盒里倒出穆兹利的人总会得到更多的巴西果，而最后倒穆兹利的人则只能得到燕麦片；“巴西果效应”名称源于此。巴西果效应早就受到注意，并研究其产生原理。后来，又发现在一定的条件下，还可产生小颗粒在上，大颗粒在下的情况，称之为“反巴西果效应”(reverse Brazil nut effect)。

关于颗粒分离的效应，有几种解释。一是认为振动时小颗粒可以从大颗粒的间隙中掉下，小颗粒在下方的支撑作用使大的颗粒停留在上部<sup>[41-42]</sup>。另一种看法是对流造成了颗粒的分离<sup>[43-47]</sup>，在上升对流的作用下，大的颗粒运动到沙堆的表面，而向下运动的对流不能带动大颗粒一起向下运动，而使大颗粒

停留在上面。曾经还有一种用构型熵变来说明颗粒分离的观点。如图 16 所示，若两个大颗粒处于小颗粒之上，可以使小颗粒有更多的可占体积，因而体系的熵增加。因此，图 16 下图所示构型熵比上图的大，致使大颗粒向上浮。但这一观点难以解释大小颗粒数目相近的情况，此时颗粒的分离应使系统的熵减小。

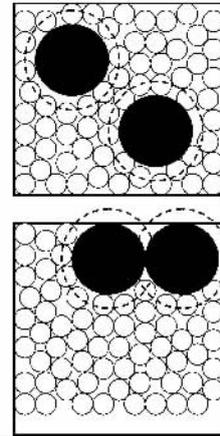


图 16 熵致大颗粒上浮分离示意

最近，比较多的人将颗粒分离作为一种相变来研究。定义颗粒运动的动能为温度  $T$ ，Hong 等人<sup>[48-51]</sup>从颗粒流化(fluidized)所需的“临界温度” $T_c$ 出发，认为渗流(percolation)和凝聚(condensation)之间的竞争决定了颗粒分离的形式。不同尺度  $d$  和质量  $m$  的颗粒具有不同临界温度  $T_c$ 。对于 A、B 两种颗粒，用  $T_c(A)/T_c(B) = (m_A d_A)/(m_B d_B)$  作为判定参数，决定大的颗粒在上或者在下的分离效应。图 17 就是模拟计算所获得的两种不同分离结果<sup>[48]</sup>。同时，尺寸相同，质量不同的颗粒引起的分离，也在实验上观察到<sup>[52, 53]</sup>。如何定义和确定颗粒中类比热力学体系的温度，是涉及颗粒体系表述的重要问题，已有一些讨论，仍是广泛有兴趣研究的热点之一<sup>[54, 55]</sup>。

改变振动频率和振幅，可以形成不同的分离形态：大颗粒在上，小颗粒在下的巴西果分离；小颗粒在上，大颗粒在下的反巴西果分离；以及三明治式的层状分离。图 18 表示形成这几种分离的振动加速度及频率范围<sup>[56]</sup>。图 19 则表示分离状态转变的过程<sup>[57]</sup>。

颗粒分离中空气也有重要影响。实验发现，在颗粒尺度较小(约小于 0.5mm)时，空气的影响很明显。反巴西果效应的产生，更与空气的存在密切相关<sup>[53, 58]</sup>。

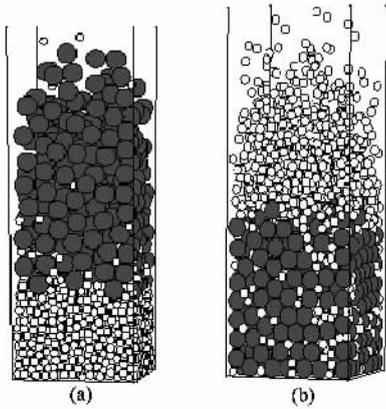


图 17 颗粒分离模拟结果 不同条件下,大颗粒在上(a)或在下(b)

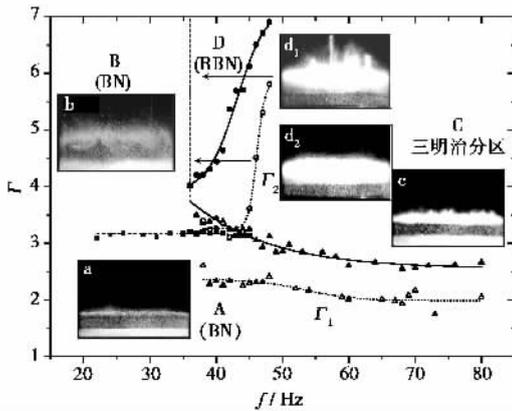


图 18 巴西果分离(A和B区),反巴西果分离(D区)及三明治式分层(C区)产生的频率和加速度范围

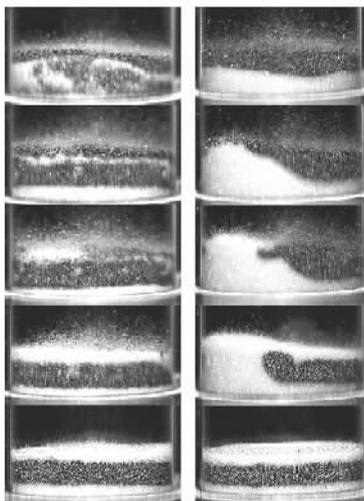


图 19 较大铜颗粒和较小玻璃颗粒体系从均匀混合(左)和巴西果(右)到三明治分层状态的转变过程

最近,阎学群等人<sup>[59]</sup>用大小相同、质量不同的单个大球在不同尺寸玻璃颗粒床中进行振动实验,获得了有趣的结果.在振动加速度和频率固定时,大球与小球质量比值 $\chi$ 决定大球运动的方向和速度.存在一个临界值 $\chi_c$ .当 $\chi > \chi_c$ 时,大球上浮,而当 $\chi < \chi_c$ 时,则大球下沉.图20表示不同 $\chi$ 值时大球上升到表面和下沉到底的时间.由图可见 $\chi$ 值与 $\chi_c$ 差别愈大,大球上升或下沉的速度愈快.通过测量颗粒床中的气压,表明振动时床中气压低于大气压.而将系统抽空后进行的实验中,则观测不到大球下沉的现象.从这些实验结果可知,振动引起的颗粒分离与颗粒的尺寸、质量密切相关,也与振动条件和气压等因素有关.振动使大颗粒上浮的巴西果效应是普遍的,而反巴西果效应的产生受气压影响,床中颗粒尺寸和质量小时更为显著.

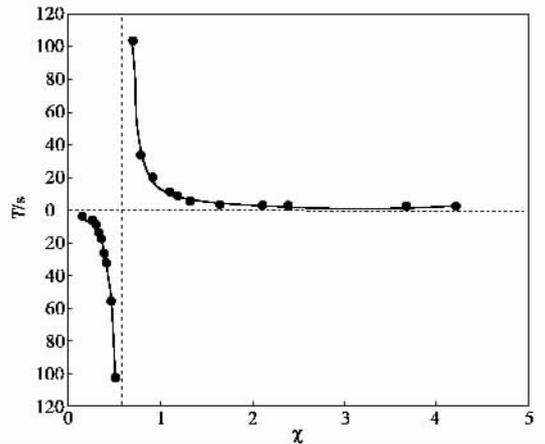


图 20 不同 $\chi$ 值时大球上升到表面和下沉到底的时间(虚线表示临界值 $\chi_c$ )

旋转一个装有半满混合颗粒的水平长筒,也可使其中的颗粒发生分离<sup>[51]</sup>.不仅可使大小不同的颗粒沿轴向分层,在径向也会发生分离.此外,不同尺寸的颗粒在滚落的过程和其他剪切流动中也会产生分离现象<sup>[60-64]</sup>.

运动引起混合颗粒的分离是普遍现象,人们对引起这种分离的动力学本质与影响分离的各种因素认识还很不足,是今后需要深入研究的课题之一.

#### 4 颗粒的流动特性

颗粒物质流动时,若颗粒互不接触,即处于稀疏状态,则类似流体流动.其流量 $Q$ 与颗粒密度 $\rho$ 、速度 $v$ 和流经截面 $S$ 成正比,即 $Q = \rho v S$ .然而当颗粒处于密集状态时,由于颗粒之间或颗粒与器壁间的摩

擦及互相碰撞,颗粒运动时有能量转换和损失而影响流动,使问题变得十分复杂.关于颗粒崩塌时的流动行为<sup>[7]</sup>和振动时产生的对流,这里不详细阐述.我们主要讨论颗粒在漏斗和管中的流动,以及二维流动的情况,涉及瓶颈效应、堵塞及密度波等.这些行为与颗粒输送、交通及浮冰、泥石流等这些实际问题密切相关.

#### 4.1 从料斗出口的颗粒流量

人们早就知道,漏斗口颗粒的流量总是保持恒定而与漏斗内的颗粒高度基本无关,这与普通流体(如水)的情况很不同.图21表示最简单的平底漏斗,漏斗下开口尺寸为 $D_0$ .我们讨论颗粒流量 $Q$ 随开口尺寸 $D_0$ 的变化. Beverloo 等人<sup>[65]</sup>的实验数据表明 $Q^{2/5}$ 与 $D_0$ 近似呈线性关系.流量 $Q$ 可写为

$$Q = C\rho_b \sqrt{g}(D_0 - kb)^{5/2}, \quad (4-1)$$

这个公式通常称为 Beverloo 关系.其中 $\rho_b$ 为颗粒的体密度, $g$ 为重力加速度, $D_0 - kb$ 表示当开口小到颗粒尺度 $d$ 的某一倍数时,颗粒堵塞,流动停止.此种情形后面将专门讨论. $C$ 为与颗粒摩擦系数有关的参数,实验测得近似为0.58(光滑颗粒时为0.64).当颗粒的尺寸足够小( $<400\mu\text{m}$ )时,流量会明显低于 Beverloo 关系所给的值.普遍认为这是由于颗粒间隙的空气压力梯度所致.对于二维颗粒流的情况,得到流量关系式为<sup>[66]</sup>

$$Q \propto (D_0 - kd)^{3/2}. \quad (4-2)$$

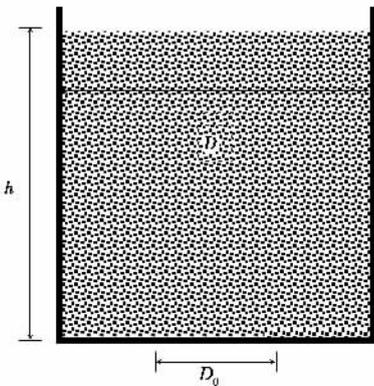


图21 平底漏斗的示意图

漏斗出口颗粒的流量与很多因素有关,改变出口角度 $\alpha$ (图21情况为 $\theta=0$ ),也会引起流量变化.计算机模拟<sup>[67]</sup>给出结果如图22所示.当 $\theta$ 小于约 $35^\circ$ 时,流量基本不随角度变化.而当 $\theta$ 大于约 $35^\circ$ 时,流量随角度增加很快增大.显然,当 $\theta \rightarrow 90^\circ$ 时,则相当于直管中的流动.研究还表明,出口流量几乎

与颗粒堆积高度 $h$ 无关.颗粒由漏斗口流出的过程对应颗粒在出口处成拱不断破裂过程,仔细观测流量随时间变化的关系,会发现颗粒流量的随机涨落,其变化范围约为平均流量的10%—15%.由于颗粒成拱对压力不敏感,且颗粒压力随高度有饱和效应,因此,颗粒堆积高度 $h$ 对出口流量几乎没有影响是容易理解的.

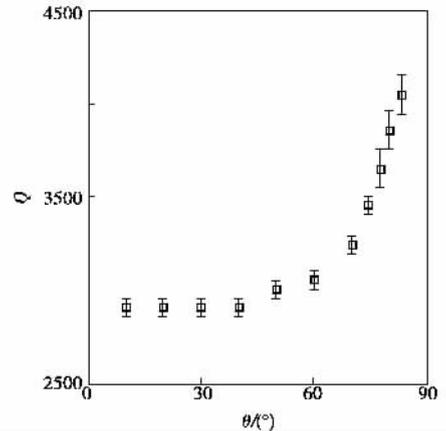


图22 漏斗出口颗粒流量与出口角度 $\theta$ 的关系

颗粒流动时,空气的作用也是人们关注的问题. Wu 和 Maloy<sup>[68]</sup>实验表明,出口直径为 $D=1\text{mm}$ 的沙漏内,很小的颗粒( $d < 40\mu\text{m}$ )不发生流动.颗粒尺寸稍大时( $40\mu\text{m} < d < 300\mu\text{m}$ ),为断续流.而对更大的颗粒( $d > 300\mu\text{m}$ ),由于颗粒间隙增大,空气可以很容易地渗透到漏斗内部,连续流动产生.因此,颗粒之间间隙的大小决定着空气对颗粒流动影响的强弱.这种情况与颗粒振动中的气压影响类似.目前还不能给出定量的说明.

#### 4.2 颗粒流中的密度波

在观测漏斗口或竖直管中的颗粒流动时,发现流动颗粒的密度分布不均匀.即流动中颗粒密度在空间和时间坐标上有起伏<sup>[69]</sup>.测量得到颗粒流的密度波有一定规律,其功率谱近似满足 $P(f) \sim f^{-\alpha}$ 规律.实验和模拟计算给出结果大致为 $1.3 < \alpha < 1.5$ <sup>[70-74]</sup>.而且发现,这种密度波对空气的阻力很敏感.

1998年, Moriyma 等人<sup>[75]</sup>对竖直管中颗粒流的密度波进行了比较仔细的研究.他们的装置特点是在竖直玻璃管下方装上一个出气量可调节的容器.用频率为4096Hz的脉冲激光照射管中流动的颗粒,通过测量透过光强记录颗粒的密度变化频谱.观测不同排气量情况下颗粒流的状态.当排气口完

全打开,空气可以从底部自由排除时,没有密度波出现.当排气口逐渐关小,密度波开始出现.图23表示透过颗粒流光强信号随时间的变化,即表示颗粒密度的变化.图23中,上、下图分别为排气口全开和全关时颗粒流的密度变化,图中纵坐标高电压对应低颗粒密度.可以看出排气口全开时为白噪声,而排气口全关时,颗粒流则出现了间隙结构.其功率谱示于图24.结果显示:在排气口全关时,颗粒流密度波动的功率谱服从 $P(f) \sim f^{-\alpha}$ 关系,其中 $\alpha \sim 4/3$ .他们用一维模型所作的分析和模拟计算与实验的结果相一致.

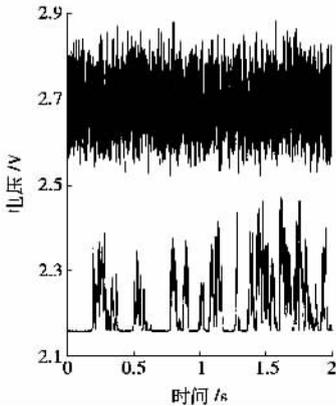


图23 颗粒流随时间变化关系,出气口全开(上图)和全关(下图)的情况

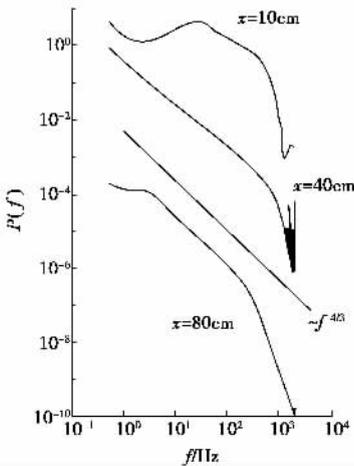


图24 颗粒流随时间变化的功率谱 $P(f)$ 与频率的对数关系(出气口全关时),其中不同曲线表示在不同位置 $x$ 处的测量值.目测直线斜率为 $-4/3$

从上述结果可知,颗粒流的密度波出现与空气阻力有关,颗粒在管中下落会产生自组织行为,形成密度波.实际上器壁的摩擦阻力及其他曳力都会引

起密度波的产生.这种颗粒流的密度波与在高速公路上汽车流的密度波相似<sup>[76,77]</sup>.

### 4.3 稀疏流到密集流转变

日常经验告诉我们,人群通过一个入口时,若他们有次序地行进,可畅通流动,流量与行进速度和密度有关.而当人群很拥挤时,则流量大大减少.在公路上行使的车辆,若相互保持一定距离,则交通流量很大.如果通过一个狭窄的口子,则车辆密度增大形成拥堵,流量立刻减小.浮冰在江河流动也类似,在较窄的河道处,浮冰密集,导致河道阻塞及河水泛滥,造成自然灾害.这些司空见惯的现象和所谓“瓶颈效应”与颗粒物质是稀疏流还是密集流密切相关.关于颗粒物质的密集流,例如从料斗出口的流动规律,前面已经讨论过.

我们通过一个二维颗粒流的系统来研究稀疏流和密集流及其转变<sup>[78]</sup>.让颗粒在一个斜面上流动,通道宽度为 $D$ 且斜面底部安装尺寸 $d$ 可调的出口,改变出口尺寸 $d$ ,测量通过出口流出颗粒的流量 $Q$ 与 $d$ 的关系.实验中使颗粒在倾斜放置的两块平板玻璃之间流动.使用的金属颗粒直径为 $d_0 = 1\text{mm}$  ( $\pm 0.01\text{mm}$ ),两块平板玻璃之间间隔为 $1.2\text{mm}$ ,以保证是单层颗粒的流动.在出口狭缝完全打开时,出口处颗粒为稀疏流状态,测得的流量为 $Q_0$ .从大到小逐渐减小出口尺寸 $d$ ,分别测量不同开口尺寸时的颗粒流量 $Q$ ,可以得到稀疏流如何随出口狭缝尺寸减小而变成密集流,以及流量与出口狭缝尺寸的关系,如图25所示.当初始流量为 $Q_0$ ,出口狭缝尺寸 $d$ 大于临界尺寸 $d_c$ 时,流量保持不变(由A到B),即流量不受开口尺寸影响.当开口尺寸减小到 $d_c$ 时,流量突然减小(由B到C).在我们的条件下,流量减小了约3倍.进一步减小开口尺寸,则流量随尺寸减小单调下降(由C到D).当开口尺寸小到约为 $4\text{mm}$ ,即约4倍颗粒直径时,颗粒流量突然变成0(由D到E),这时出口完全被堵塞.减小初始流量 $Q_0$ ,分别采用 $Q_{01}, Q_{02}, \dots$ ,重复上述过程进行测量.发现稀疏流向密集流转变的临界尺寸 $d_c$ 随初始流量减少而减小.图25中BF曲线表示不同初始稀疏流量时临界尺寸 $d_c$ 的变化.

若出口处初始状态为密集态,将出口尺寸从小开始逐渐增大,分别测量不同出口尺寸时的流量,这样得到密集流流量与出口尺寸变化关系.流量随开口增大单调上升,由D到C直至A处,流量达到 $Q_0$ ,不发生任何流量突变.

当初始状态为密集流时,相当于漏斗中卸料.流

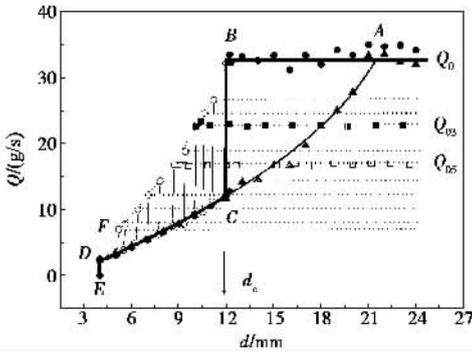


图 25 颗粒流量随出口狭缝尺寸的变化关系 [ 横坐标为出口狭缝尺寸  $d$  ; 纵坐标为流量 (  $g/s$  ) .  $Q_0$  及  $Q_{01} \dots Q_{010}$  表示不同初始流量. 图中只给出  $Q_0$ 、 $Q_{05}$  和  $Q_{05}$  初始流量测量点 ]

量随开口尺寸的变化符合二维 Beverloo 关系 :  $Q = cp \sqrt{g(D - kd)^{3/2}}$ , 即图 25 中  $DCA$  曲线. 从图 25 也可看出, 当开口减小到相应于 4—5 个颗粒直径大小时, 流量变为零, 即由  $D$  到  $E$  造成阻塞. 这与  $T_0$  等的报道一致<sup>[79]</sup>, 后面将进一步讨论.

将出口流量  $Q$ 、初始流量  $Q_0$  和狭缝开口尺寸  $d$  (用对应的颗粒数  $n = d/d_0$  表示) 作为三个变量, 绘成  $Q$  随初始流量和开口尺寸变化关系, 示于图 26(a). 图 26(a) 表示了颗粒稀疏流、密集流和堵塞态三种状态及其存在范围和转变规律. 图 26(b) 为出口流量  $Q$  与初始流量  $Q_0$  关系截面图. 图 26(c) 为出口流量  $Q$  与  $n$  关系截面图. 可以清楚地看到, 当开口尺寸  $n$  固定, 初始流量  $Q_0$  增大到临界流量  $Q_{0c}$  时, 或是初始流量  $Q_0$  固定, 开口尺寸  $n$  减小到临界值  $n_c$  时, 都会发生稀疏流到密集流的转变. 图 26 显示, 颗粒可形成稀疏流、密集流和阻塞态三个状态. 其中  $F_{1-d}$  曲线表示了稀疏流到密集流的转变线, 给出了不同开口尺寸  $n$  对应的  $Q_{0c}$  及不同初始流量  $Q_0$  对应的  $n_c$  值. 这由  $Q - Q_0$  和  $Q - n$  截面图 26(b) 和 (c) 清楚表明. 图 26(b) 与交通流中自由流和同步流的规律一致.

改变通道宽度  $D$ , 并用不同尺寸  $d_0$  的颗粒进行上述实验, 发现  $D$  和  $d_0$  两者均对稀疏流到密集流的转变产生影响. 如图 27 所示, 以  $Q_c / (D / d_0)$  与  $(d / d_0) [d / (D - d)]$  为标度, 所有的稀疏流到密集流转变的测量点均近似在  $q = a(1 - e^{-\lambda \lambda_0})$  表示的曲线上, 曲线也示于图中. 其中  $q = Q_c / (D / d_0)$ ,  $\lambda = (d / d_0) [d / (D - d)]$ , 拟合参数  $a = 216$ ,  $\lambda_0 = 45$ . 这一结果表明, 可以用普适参量  $\lambda$  来标度稀疏流到密集流转变, 给出了开口尺寸  $d$ , 通道宽度  $D$ , 颗粒尺寸

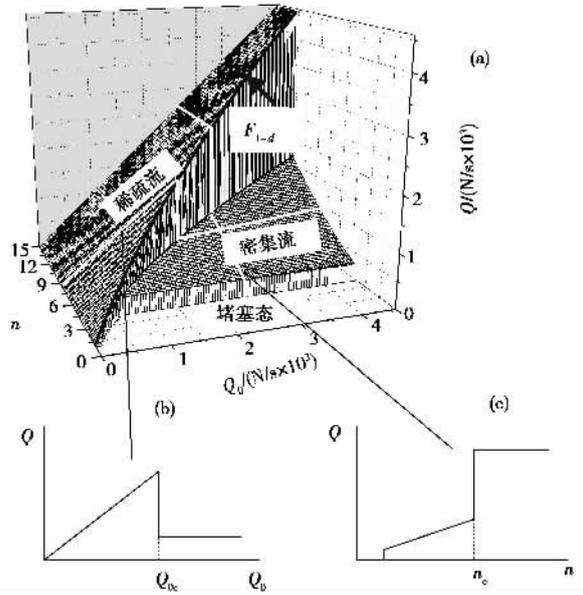


图 26 出口流量与初始流量、开口尺寸关系的相图 (a) 出口流量  $Q$  与初始流量  $Q_0$ 、开口尺寸  $n$  关系 (b) 出口流量  $Q$  与初始流量  $Q_0$  关系截面图 (c) 出口流量  $Q$  与开口尺寸  $n$  关系截面图

$d_0$  如何影响稀疏流到密集流转变. 引起这一转变的因素主要是颗粒密度变化, 详细讨论可参阅文献 [78].

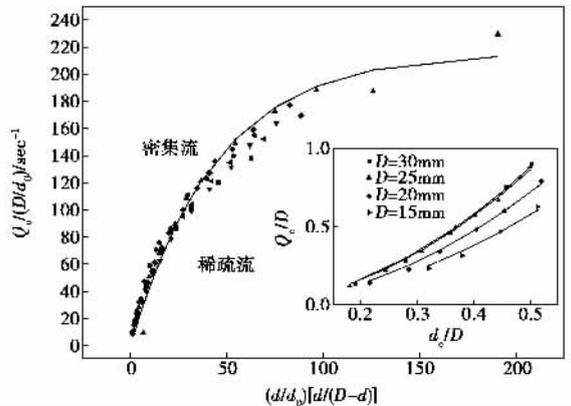


图 27  $Q_c / (D / d_0)$  和  $(d / d_0) [d / (D - d)]$  标度的稀疏流到密集流转变, 插图表示通道宽度  $D$  对临界值的影响

最近的其他实验也表明, 通道宽度  $D$  对稀疏流到密集流的转变的影响<sup>[80]</sup>. 当初始流量和出口固定时, 临界尺寸  $d_c$  随  $D$  的增大而变大, 即通道愈宽, 愈容易发生稀疏流到密集流的转变. 用传送带运送颗粒的实验表明<sup>[81]</sup>, 初始流量和出口固定时, 传送带速度增大到临界速度时也会发生稀疏流到密集流的转变.

稀疏流基本是颗粒互不相关的自由流动行为，流量决定于颗粒速度和密度，流量可以很高。密集流是颗粒相关的流动行为，颗粒间相互磨擦、碰撞及成拱，使颗粒流量大大降低。

由于稀疏流流量可比密集流大很多，使颗粒在出口处保持稀疏流则可提高流量。当开口尺寸一定时，初始稀疏流量增大到一临界值  $Q_c$ ，就会发生稀疏流到密集流的转变。若我们在出口前设置合适阻挡，使开口处仍保持稀疏，且流量略小于对应的临界值  $Q_c$ ，则可不发生稀疏流到密集流的转变，达到提高流量的目的。

对竖直管的颗粒流施加电场，当电场增大到一定值也会观察到流量的突然减小<sup>[82-84]</sup>，这也是稀疏流到密集流的转变引起。

认识颗粒从稀疏流到密集流的转变及其规律，为理解交通流、人流、浮冰流及其他各类离散物质的流动行为，寻找增大流量方法提供了依据。

#### 4.4 堵塞

从上面的实验中可知，当开口减小到约4个颗粒直径的尺度时，颗粒完全堵塞，流动停止。To 等人仔细研究了二维颗粒流的堵塞问题<sup>[79]</sup>。他们在一个料斗中装进金属圆片，改变出口尺寸，观察金属片流动发生堵塞的情况。在每一个不同开口尺寸处，多次进行实验，用摄像机记录数据，统计发生堵塞的几率，获得不同开口尺寸发生堵塞的几率分布。图28表示一个典型的堵塞情况下的成拱的图像。可见，堵塞是由于颗粒成拱而造成的。颗粒成拱后可能破裂，则颗粒继续流动。也可能不破裂，则发生堵塞。他们测量了不同开口尺寸和不同开口倾角  $\phi$  时的堵塞几率  $J(d)$  的分布，示于图29。图29表明，堵塞几率  $J(d)$  与开口尺寸  $d$  密切相关。将开口用颗粒直径数  $d$  表示，当  $d > 5$  时，堵塞几率  $J(d)$  接近于0。 $d$  小于5时，则堵塞几率  $J(d)$  很快上升为1。

转变与开口倾角  $\phi$  有关，倾角大时，不易成拱。倾角小时，则堵塞几率对倾角改变不敏感。这与前面指出的料斗出口角度影响流量的情况相似。由他们的实验结果可知，在颗粒流动中，出口小到5倍颗粒直径尺寸时，稳定成拱几率迅速增大，引起颗粒的堵塞。To<sup>[79]</sup>等用自回避随机行走模型对成拱形成和破裂几率进行计算，与实验结果符合得很好。

### 5 结束语

颗粒物质的特性源于它的复杂性，主要体现在两方面。其一，主导颗粒体系性质的是颗粒之间或颗

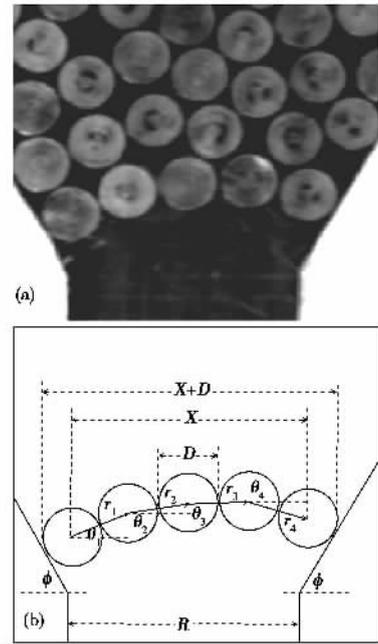


图28 (a) 堵塞的典型图像 (b) 成拱的构造

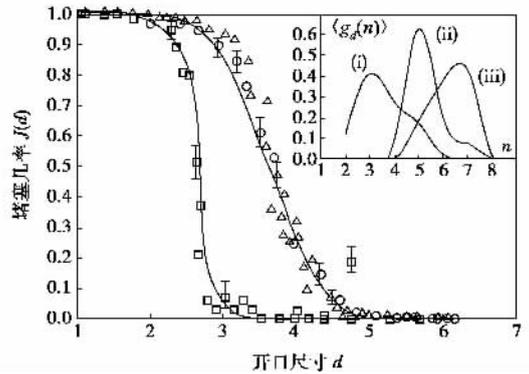


图29 不同出口倾角  $\phi$  时的堵塞几率  $J(d)$  (圆圈、三角和方块分别表示  $\phi = 34^\circ$ 、 $60^\circ$  和  $75^\circ$  时的测量值，实线为受限随机行走模型近似值，虚线为  $\phi = 75^\circ$  时实验值的手画线，插入图表示不同  $d$  值拱中颗粒的几率分布)

粒与器壁之间的摩擦以及成拱。摩擦力和成拱不是确定的，与构筑时的接触过程和以后的经历有关。我们知道，在固体中，组成和结构确定其性质。而在颗粒体系中，同样的构型可对应不同的力学状态，施加同一作用可形成不同后果。其二，外界作用或颗粒运动产生的能量耗散使温度升高，不对颗粒体系产生影响。温度可改变单个固体颗粒内部热状态，但温度对颗粒体系运动不发生作用。因此，这种离散态颗粒物质与固、液、气态有很大差别，不能用业已成熟的传统热力学和流体力学方法来处理颗粒物质。如何

## 描述颗粒物质运动规律是物理学家面临的挑战.

## 参 考 文 献

- [ 24 ] Jaeger H M , Nagel S R , Bringer R P. *Rev. Mod. Phys.* , 1996 , 68 :1259
- [ 25 ] Evesque , Rajchenbach J. *Phys. Rev. Lett.* , 1989 62 :44
- [ 26 ] Clement E , Duran J , Rajchenbach J. *Phys. Rev. Lett.* , 1992 69 :1189
- [ 27 ] Falcon Eric , Kumar K , Bajaj K M S *et al.* *Phys. Rev. E* , 1999 59 5716
- [ 28 ] Duran J. *Sands , Powders , and Grains.* New York : Springer , 2000. 95
- [ 29 ] Knight J B , Jaeger H M , Nagel S R. *Phys. Rev. Lett.* , 1993 , 70 3728
- [ 30 ] Aoki K M , Akiyama T , Maki Y *et al.* *Phys. Rev. E* , 1996 , 54 874
- [ 31 ] Melo F , Umbanhowar P , Swinney H L. *Phys. Rev. Lett.* , 1994 72 :172
- [ 32 ] Bruyn J R. Bizon C , Shattuck M D *et al.* *Phys. Rev. Lett.* , 1998 81 :1421
- [ 33 ] Bizon C , Shattuck M D , Swift J B *et al.* *Phys. Rev. Lett.* , 1998 80 57
- [ 34 ] Umbanhowar P , Melo F , Swinney H L. *Nature ( London )* , 1996 , 382 :793
- [ 35 ] Rothman D. *Phys. Rev. E* , 1998 57 :1239
- [ 36 ] Cerda E , Melo F , Rica S. *Phys. Rev. Lett.* , 1997 79 :4570
- [ 37 ] Eggers J , Riecke H. *Phys. Rev. E* , 1999 59 :4476
- [ 38 ] Aranson I S , Tsimring L S , Vinokur V M. *Phys. Rev. E* , 1999 59 :1327
- [ 39 ] Dewel G *et al.* *Phys. Rev. Lett.* , 1995 74 :4647
- [ 40 ] Rothman D H. *Phys. Rev. E* , 1998 57 :1239
- [ 41 ] Blair D , Aranson I S , Crabtree G W *et al.* *Phys. Rev. E* , 2000 61 5600
- [ 42 ] Rosato A , Strandburg K J , Prinz F *et al.* *Phys. Rev. Lett.* , 1987 58 :1038
- [ 43 ] Duran J , Rajchenbach J , Clement E. *Phys. Rev. Lett.* , 1993 70 2431
- [ 44 ] Knight J B , Jaeger H M , Nagel S R. *Phys. Rev. Lett.* , 1993 , 70 3728
- [ 45 ] Rátkai G. *Powder Technol.* , 1976 , 15 :187
- [ 46 ] Cooke W , Warr S , Huntley J M *et al.* *Phys. Rev. E* , 1996 , 53 2812
- [ 47 ] Pöschel T , Herrmann H J. *Europhys. Lett.* , 1995 29 :123
- [ 48 ] Hong D C , Quinn V , Luding S. *Phys. Rev. Lett.* , 2001 86 : 3423
- [ 49 ] Quinn P V , Hong D C. *Phys. Rev. E* , 2000 62 8295
- [ 50 ] Hansen J P , McDonald I R. *Theory of Simple Liquids.* London : Academic Press Limited , 1986
- [ 51 ] Hill K M , Caprihan A , Kakalios J. *Phys. Rev. Lett.* , 1997 , 78 50
- [ 52 ] Shinbrot T , Muzzio F J. *Phys. Rev. Lett.* , 1998 81 :4365
- [ 53 ] Burtally N , King P J , Swift M R. *Science* , 2002 295 :1877
- [ 54 ] Bahringer B. *Nature* , 2002 415 594
- [ 55 ] Makse H , Kurchan J. *Nature* , 2002 415 614
- [ 56 ] Shi Q F , Yan X Q , Hou M Y *et al.* *Chinese Science Bulletin* , 2003 48 627
- [ 57 ] 姜泽辉 , 陆坤权 , 厚美琪等. *物理学报* , 2003 52 :2244[ Jiang Z H , Lu K Q , Hou M Y *et al.* *Acta Physica Sinica* , 2003 52 : 2244( in Chinese )]
- [ 58 ] Möbius M , Lauderdale B , Nagel S *et al.* *Nature* , 2001 414 : 270
- [ 59 ] Yan X , Shi Q , Hou M *et al.* *Phys. Rev. Lett.* , 2003 91 : 014302 阎学群 , 史庆藩 , 厚美琪等. *物理* 2003 32 :748[ Yan X Q , Shi Q F , Hou M Y *et al.* *Wul( Physics )* 2003 32 :748 ( in Chinese )]
- [ 60 ] Makes H A *et al.* *Nature* , 1997 386 379
- [ 61 ] Makse H A , Cizeau P , Stanley H E. *Phys. Rev. Lett.* , 1997 , 78 3298
- [ 62 ] Santra S B *et al.* *Phys. Rev. E* , 1996 54 5066
- [ 63 ] Khosropour R *et al.* *Phys. Rev. E* , 1997 56 :4467
- [ 64 ] Samdani A , Pradhan A , Kudrolli A. *Phys. Rev. E* , 1999 , 60 :7203
- [ 65 ] Beverloo W A *et al.* *J. Chem. Eng. Sci.* , 1961 15 260
- [ 66 ] Brown R , Richards J. *Trans. Instn. Chem. Engrs.* , 1960 38 : 143
- [ 67 ] Khelil A , Roth J. *Eur. J. Mech. B , Fluids* , 1994 13 57
- [ 68 ] Wu X , Maloy. *Phys. Rev. Lett.* , 1993 71 :1363 ; Pennec T L *et al.* *Phys. Rev. E* , 1996 53 2257
- [ 69 ] Schick , Verveen. *Nature* , 1974 251 599
- [ 70 ] Peng G , Herrmann H J. *Phys. Rev. E* , 1994 49 :1796
- [ 71 ] Peng G , Herrmann H J. *Phys. Rev. E* 1995 51 :1745
- [ 72 ] Horikawa S , Nakahara A , Nakayama T *et al.* *J. Phys. Soc. Jpn.* , 1995 64 :1870
- [ 73 ] Horikawa S , Isoda T , Nakayama T *et al.* *Physica ( Amsterdam )* , 1996 , 233A :699
- [ 74 ] Nakahara A , Isoda T. *Phys. Rev. E* , 1997 55 :4264
- [ 75 ] Moriyama O , Kuroiwa N , Matsushita M. *Phys. Rev. Lett.* , 1998 80 2833
- [ 76 ] Nagle K , Herrmann H. *Physica A* 1993 199 254
- [ 77 ] Nagel K , Schreckenberg M. *J. Phys. I France* , 1992 2 2221
- [ 78 ] Hou M , Chen W , Zhang T *et al.* *Phys. Rev. Lett.* , 2003 91 : 204301 厚美琪 , 陈唯 , 张彤等. *物理* 2004 33 :473[ Hou M Y , Chen W , Zhang T *et al.* *Wul( Physics )* 2004 33 :473( in Chinese )]
- [ 79 ] To K , Lai P , Pak H. *Phys. Rev. Lett.* , 2001 86 71
- [ 80 ] 徐光磊 , 胡国琦 , 张训生等. *物理学报* , 2003 52 :875[ Xu G L , Hu G Q , Zhang X S *et al.* *Acta Physica Sinica* , 2003 52 : 875( in Chinese )]
- [ 81 ] 鲍德松 , 张训生 , 徐光磊等. *物理学报* , 2003 52 :40[ Bao D S , Zhang X S , Xu G L *et al.* *Acta Physica Sinica* 2003 52 :40 ( in Chinese )]
- [ 82 ] Chen W , Hou M , Lu K *et al.* *Europhys. Lett.* , 2001 56 536
- [ 83 ] Chen W , Hou M , Lu K *et al.* *Phys. Rev. E* , 2001 64 :061305
- [ 84 ] Chen W , Hou M , Lu K *et al.* *Appl. Phys. Lett.* , 2002 80 : 2213