金融物理的若干基本问题与研究进展(Ⅱ)*
——基于经纪人的动力学模型的建模与分析

李 平[1,2,†] 汪秉宏[1] 全宏俊[1]
(1 中国科学技术大学近代物理系及非线性科学中心 合肥 230026)
(2 南京工程学院基础部 南京 210013)

摘 要 一门全新的交叉学科金融物理研究的第二种处理方法是构建金融市场物理模型,文章对其基本观点作了简介,并重点介绍了金融市场中基于经纪人的动力学模型的建模与分析,阐述了物理学在21世纪的金融工程研究中可发挥的作用与意义.
关键词 金融物理,经纪人,物理模型

Some problems and progress about econophysics(Ⅱ)

LI Ping[1,2,†] WANG Bing-Hong[1] QUAN Hong-Jun[1]
(1 *Department of Modern Physics and Nonlinear Science Center*, *University of Science and Technology of China*, *Hefei* 230026, *China*)
(2 *Department of Basic Science*, *Nanjing Institute of Technology*, *Nanjing* 210013, *China*)

Abstract Physical models of the financial market offer a second type of analysis for the new interdisciplinary field of econophysics. An introduction to the basic concepts is given, with particular emphasis on the dynamic modeling and analysis based on agents in the financial market. The role and significance of econophysics in financial engineering in the 21st century is discussed.
Key words econophysics, agent, physical model

1 引言

从物理学的观点来看,经济系统的演化过程与任何复杂系统的演化过程一样,都是物质、能量和信息的流动与作用过程,只有同时抓住这三个要素才能建立起不损有用信息的合理模型,从而找到系统中可能的本质性的内涵.基于这一认识,金融物理研究的第二种处理方法是构建金融市场的物理模型,通过模型的动力学过程来描写、说明实际金融市场的一些现象与规律.物理学家认为,金融市场作为一个具有大量互相作用单元的强涨落的复杂系统可能存在普适的行为与规律,同时从研究统计物理学的观点和方法来看,复杂金融市场的宏观现象都有其形成的微观机制,从微观角度入手,对金融市场开展建模与分析,可能给出一些有意义的结果与特性.

经纪人假设是经济学中应用极为广泛的核心概念之一,是研究一切经济、金融问题的逻辑起点.经纪人不仅是理性的,即每个经纪人都能够通过'成本/收益'或趋利避害等原则来对其面临的一切机会和目标及实现目标的手段进行优化选择;同时经纪人又有创造性,能寻求利益的最大化.

基于经纪人假设,物理学家在研究复杂物理系

* 国家重点基础研究发展计划资助项目;国家自然科学基金(批准号:19932020,70271070)重点资助项目;高等学校博士点专项科研基金(SRFDP No. 20020358009)资助项目
2002-08-30 收到初稿,2003-06-16 修回
† 通讯联系人. E-mail:lp14@263.net

统所获得的知识和经验的基础上，期望建立起一种归纳思维型的博弈模型，通过这种模型，来解释金融市场中经纪人互相竞争又互相适应调节的集体现象. 这是传统金融市场理论中通过演绎推理型的博弈模型所不能解决的问题.

金融物理假设：(1) 金融市场的微观基本单元是经纪人(agent)；(2) 在抓住问题本质特征的情况下，赋予每个经纪人拥有有限的几种动力学状态（如股票的买进、卖出或持有等）；(3) 每一经纪人的状态随时间的演化只取决于相邻经纪人的状态和他所获知的信息.

物理学家喜欢并善于考虑由大量微观粒子组成的统计系综中的动力学过程，在金融物理中，即需要考虑大量经纪人之间的博弈和相关的宏观统计现象，并希望建立其动力学模型来给予解释. 在上述假设下开展的关于金融市场中经纪人的动力学模型的建模与分析，将有可能引入大量物理学的概念、方法来了解经纪人相互作用与相互协调的微观动力学过程，以及相应的宏观结果. 应当指出，如何达到真正理解金融市场这一复杂系统的宏观规律这一目标还有很远的距离，但我们可以遵循良好的科学程序，首先探讨几个简单而又容易处理的金融物理的基本模型. 我们将会看到，虽然这些模型并不完全符合实际的金融市场或金融系统，但由此开展的大量理论研究和努力已经揭示了金融市场或金融系统中许多重要的特性，因此，经纪人的模型研究已成为金融物理的重要研究内容.

2 争当少数者博奕模型（minority game，MG）

2.1 基本模型

金融物理中的争当少数者博奕模型，是一个用来模拟金融市场动力学行为的最简单的模型，可以尝试利用它来对实际金融市场中许多现象提供物理的解释与理解.

由 Challet 和张翼成提出的争当少数者博奕模型（MG 模型）[1] 在建立复杂适应系统（CAS）的基于经纪人的物理模型方面迈出了重要的一步. 这一简单的模型，深刻地反映了复杂的金融市场中众多千差万别的经纪人对有限资源（利益内在冲突）进行竞争的基本特征，其基本思想是金融市场中的普遍原则——少数者获胜.

争当少数者博奕模型的构造如下：N（奇数）个经纪人，每人有 s 个策略，记忆容量为 m，在每一时步必须独立选择两个方案中的一个方案［如 A 或 B. 选择 A 意味着选择卖掉一个特定的资产（如股票），而选择 B 意味着选择买进一个特定的资产等］. 当所有经纪人作出选择后，处于少数方（即人数少的一方）的那些经纪人获胜.

争当少数者博奕模型中的输出为过去 m 时步取胜方的记录（称之为一个“历史”）. 该输出提供给所有经纪人，它也是经纪人在相继时步作选择时所能利用的惟一信息.

假定过去记录的公共信息仅包含 A 方或 B 方是否为少数方，而不告知实际的参与人数. 这样 t 时刻经纪人共同享有的公共信息（即历史）可以用 2 进制序列 $\mu(t) = \{\Lambda, b(t-3), b(t-2), b(t-1)\}$ 表示，其中 $b(k)$ 为 0（或 1）表示 k 时刻 B（或 A）方为少数方. 还进一步假定每个经纪人的记忆容量有限并且相同，只能记住最近 m 次的记录（m 比特历史）. 一个策略是在给定历史下对下一时刻少数方的预测. 对给定 m，有 $2m$ 种不同的历史，2^{2m} 种不同的策略.

表 1　相应于记忆容量 $m=2$ 的全部策略

历史	策略 1	策略 2	策略 3	…	策略 14	策略 15	策略 16
00	0	0	0		1	1	1
01	0	0	0		1	1	1
10	0	0	1		0	1	1
11	0	1	0		1	0	1

模拟开始前，每人随机地从具有 2^{2m} 个策略的策略库中抽出 s 个策略（$s>1$）. 在每轮模拟中，当每个经纪人都作出决定后，统计处于 A 或 B 方的人数，规定：处于少数方的每一个经纪人为获胜者（供大于求时，买方获利；供不应求时，卖方获利）并加 1 分，处于多数方的经纪人为失败者，不加分；同时分别给每人的 s 个策略打分（称为虚分），若某个策略预言了正确的少数方（不管它是否被使用），则加 1 分；反之不加分. 在 t 时刻，每人根据 t 时刻前的历史，采用他的 s 个策略中累计虚分最高的策略的预测，决定他是加入 A 方还是加入 B 方. 这样，在经历一定的时步之后，可以借助统计物理学中的蒙特卡洛（Monte Carlo）模拟方法，通过计算统计特征量——每一个经纪人的平均得分来表征 MG 模型的各种模拟结果. 这一模型可模拟金融市场对于某种股

票的买和卖的经纪人的行为,如果买方人数超过卖方人数,则处于卖方的经纪人获胜,反之处于买方的经纪人获胜.

2.2 模拟结果与分析

争当少数者博奕模型有两种极端情况:一是仅有一个经纪人在少数方,其余($N-1$)个经纪人在多数方;二是$(N-1)/2$个经纪人在少数方,另外$(N+1)/2$个经纪人在多数方.其中第一种情况造成资源的巨大浪费(因为本来可以有更多一些人加入获胜方而不损害他人),第二种情况属于理想情况,整个金融市场理想合作与协调,全社会受益最大.通过数值模拟发现,加入某一方(如A方)的实际人数在占总人数N的50%左右涨落.从第一种极端情况分析可知,涨落大则资源浪费大;而小的涨落意味着更充分地利用现有资源.一般来说,这需要所有的经纪人相互配合与协作.进一步的研究发现,随着记忆容量m的增加,涨落减少,经纪人之间的相互适应性更好.令人惊奇的是,虽然按模型的定义,每个经纪人都是自私的,他们每人决不为他人的利益着想,然而他们却能在某种程度上相互协调使社会资源达到某种优化的配置.

数值模拟显示[2],随着m的改变,进入某一方(如A方)人数的标准偏差σ不是单调变化,系统在小的记忆容量m和大的记忆容量m时的行为大不相同,从而提出了从有效相到非有效相转变的可能性.当m较小时,系统处于有效相,经纪人的自适应性差,导致较大的σ;当m较大时,系统处于非有效相,经纪人可以协调他们的选择,使得σ较小;当m很大时,m接近每个经纪人随机做出选择时的情况.

对这一问题可作这样的一种理解:历史记录中确实存在有助于预测少数方的信息,不过当m较小时,该信息隐藏在长度大于m的二进制历史序列中,经纪人无法获取相应的有用信息;当m较大时,任何长度K($K<m$)的二进制历史序列中都隐藏了信息,而且可以被经纪人利用,使得经纪人的平均表现比每个经纪人随机做出选择时的表现好;随着m继续增大,历史的信息数也增加,经纪人越来越难于从某个特定历史中提取有用的信息,从而σ逐渐接近每个经纪人随机作出选择时的情况.

2.3 问题讨论

Cavagna A 发现,在MG中,用随机产生的历史取代真实历史$\mu(t)$,宏观性质不变,从而得出结论:MG的性质不在于经纪人对真实历史的记忆,而在于他们享有相同的信息,不管这些信息是真实的还是虚假的[3].这就提出了争当少数者博弈模型中历史记忆究竟是否相关的问题.为了探讨这一问题,Johnson、许伯铭等人研究了所谓合金MG模型[4],即两种不同记忆容量($m=3$和$m=6$)的经纪人参加的少数方游戏.他们发现在某种组合下,每个经纪人在每一轮游戏的平均得分可以达到极大值.同时对任一种经纪人而言,平均获利都超过他们在纯社群中(即只有一种记忆容量的经纪人单独存在时)的获利,而且记忆容量大的经纪人可以利用记忆容量小的经纪人不能得到的隐藏着的信息,获得到超过50%的平均成功率.换言之,记忆容量大的经纪人可以有计划地从博弈中受益.但如果用随机产生的历史替代真实历史,在MG合金问题中,记忆容量大的参与者的表现总是比每人随机选择去A方或B方的结果差,不可能得到超过50%的平均成功率.这说明在MG中系统动力学反馈和记忆的重要性.

人们同时也注意到,在少数者博弈模型中,每个经纪人的策略在整个游戏期间保持不变,从而没有演化.然而从新策略出现的广泛意义说,演化在复杂适应系统的动力学中是非常重要的.为此Johnson等人[5]提出了涉及演化的MG模型的一种变化形式,称为演化少数者博弈模型(EMG).在EMG模型中,每个经纪人事先都知道前m时步取胜方的记录.所有经纪人拥有一个相同的策略,即选择去最近的相同历史下的取胜方.同时每个经纪人拥有一个策略变化几率$p(j)$:对给定的历史,每个经纪人或者以几率$p(j)$跟随历史记录中的趋势,或者以几率$1-p(j)$作出相反的决定($j=1,\cdots,N$).当他们的成功率低于某个值时,他们还可以更改自己的策略变化几率$p(j)$值.令人惊讶的是,经纪人中或者总是跟随历史记录中趋势(或者从不跟随历史记录中趋势)的人比小心谨慎的人成功率高.

2.4 MG模型的其他进展

近年来,MG模型又有了进一步的发展.

(1) Challet 和张翼成提出了包含进化变异的MG模型[6].在该修正模型中,模拟市场运行一定时间后,允许表现最差的经纪人可以被一个表现最好的经纪人替换,即新的经纪人继承表现最好经纪人的所有策略.结果发现,引入进化后协作区域增大,涨落减小,每个经纪人的平均收益得到提高,但达不到理想的状态.

(2) D′hulst 和 Rodgers 提出了修正的EMG模型[7],该模型将EMG的演化思想与MG中初始的随

机策略分配相结合. 他们的研究结果显示,经纪人将演化到这样一个状态:所有经纪人都将仅采用一个策略,而且该状态也是取得最大成功率的状态.

(3) 有多种选择的 MG 模型. 在上述几种 MG 模型中,每一时刻经纪人只有两种选择,而在实际金融市场中经纪人往往有多种选择. 为此,D′hulst 等人在 MG 模型的基础上引入了两种新的模型:对称和非对称三方 MG 模型[8].

(4) Challet 和 Marsili 在少数者博弈游戏模型与自旋玻璃系统之间建立了精致的正式联系[9],得到许多有利于深入了解 MG 动力学的有意义的知识;Zhen 等人讨论了 MG 模型中时间序列的统计特性[10];Quan 等人讨论了 MG 模型的竞争与演化中模仿的有效性等问题[11,12];Hart 等人分析了 MG 中的集群与逆集群理论等[13].

MG 模型是一个极其简化的、标准而又成功的非合作博弈模型,这种博弈是建立在归纳思维的过程之中,与假定演绎推理的数理经济和博弈理论大不相同,因而被认为是在复杂策略场合下,能够描述真实经纪人如何行动、如何相互竞争而又彼此适应的一个合理的实际模型. MG 可以模拟金融市场中的经纪人竞争有限社会资源的基本特性,分析和理解存在于真实金融市场中的自适应行为和许多特征性现象,捕捉并理解经济行为的本质.

3 经纪人集团的 EZ 模型

为说明金融市场上经纪人之间联系、交流与发生交易时的集体行为,Eguiluz 与 Zimmermann 提出了集团模型[14]. 这一模型认为,金融系统中可以存在不同大小的各种集团,在一个集团内部,所有经纪人可以交流与共享信息. 并规定:

(1) 每时刻随机挑选一个经纪人,他以概率 a 发生交易;

(2) 发生交易时,集团内部所有经纪人的决策都是一致的(反映了市场从众行为);

(3) 以概率 $1-a$ 不发生交易,但随机与另外一个集团融合成一个新的集团.

上述规定提到的 a 是一个反映经纪人投资交易频繁程度的一个参数. 在此背景下设定了一个价格的变化关系式:

$$P(t_{i+1}) = P(t_i)\,\mathrm{e}^{\Phi_i S_i/\lambda},$$

其中 $P(t_i)$ 为 t_i 时刻的价格,Φ_i 为 t_i 时刻买卖状态量($\Phi_i=+1$ 时为买,$\Phi_i=-1$ 时为卖),S_i 为 t_i 时刻发生交易集团的大小,λ 为市场流动性参量. 由此得到的不同时间间隔的收益分布图明显地出现了胖尾现象(fat-tail),即大的价格波动事件发生的概率远大于传统的高斯分布分析所做出的预言,这是实际金融市场中价格变化的一个重要特点.

注意到在实际金融市场中一个共享信息的人群(例如一家公司)并非总是在完成一项交易后一定自行解散,而是以某一概率来决定解散与否. Zheng 等人认为有必要引入一依赖于共享信息人群的大小 s 的概率[15],其概率函数为 $f(s)=s^{-\delta}(0\leqslant\delta<1)$,它实质上反映了大公司的稳定性要好于小公司. 他们的数值和解析工作表明,在新的 EZ 模型中,关于人群大小 s 的分布函数的标度指数不再是普适的,它将随参数 δ 的取值而变化. 在进一步的讨论中,人们注意到并没有充分的理由假定,依赖于人群大小的概率函数一定要取简单的幂指数 $f(s)=s^{-\delta}$ 形式,即使考虑到方便地求解有关动力学主方程的要求,这一限制也是可以取消的.

人们认识到几乎所有复杂系统都可以抽象为网络模型,并且网络结构对其功能具有重大的影响. 为此对 EZ 模型,设想一个具有固定经纪人人数的金融市场,N 个经纪人可以用一个无穷维的网络上的格点来代表,其中互相分享信息、采取共同决策的一群经纪人用网线连接;而一旦这种关系破裂,则取消相应的连线. 最初可以假定所有的经纪人都是独立的,整个网络实际上只不过是 N 个孤立的格点(也不妨假定它已经分成了不同几个共享信息的群体,第 l 个群体中经纪人的数目记为 s_l).

这一网络的动力学演化规律是:(1) 等概率地随机选出一个经纪人 i;(2) 该 i 经纪人将按确定的概率 $a(0<a<1)$ 完成一项交易(即等概率地买进或者卖出),并且与该经纪人同属一个人群 l 的所有其他经纪人也完成同一项交易活动. 然后这一人群面临着两种不同的命运:或者以概率 $f(s_l)$ 分离成 s_l 个独立的经纪人,或者继续保持联系,分享信息,统一行动;(3) 该 i 经纪人将有 $1-a$ 的概率不作任何交易,而是等概率地从市场中随机选出另一个经纪人 j,根据经纪人 j 所属人群 m 的大小 s_m,经纪人 i 和 j 所属的人群 l 和 m 将以概率 $f(s_l)f(s_m)$ 合并成新的人群,也可能以概率 $1-f(s_l)f(s_m)$ 继续维持互不相关的现状. 不断地重复以上步骤,将会通过这种网络模拟出 EZ 模型相应的市场演化过程.

通过建立关于 t 时步人群大小为 s 的集团数 $n_s(t)$ 的主方程,应用平均场理论可以求解出 $n_s(t)$ 的分布函数和相应的动力学标度指数. 因而,这一简

单模型不仅可以说明实际金融市场中观察到的有关价格变化的所谓的胖尾现象，而且还可以给出在大 s 极限下人群大小 s 的分布函数普适的标度指数和相应的幂指数截断因子等相关信息[16].

金融物理中的 EZ 模型揭示了金融市场中人群效应（市场从众）与信息传输的动力学特性. 近年来，也有了许多重要的进展[17—19].

4　基于元胞自动机的金融市场动力学模型

元胞自动机是由 Neumann J V 提出的用于模拟生命系统所具有的自复制功能，并被广泛应用于模拟其他的物理系统和自然现象. 元胞自动机的基本原理是利用大量元胞在简单规则下的并行演化来模拟复杂而丰富的宏观现象，它立足于复杂系统的特征去模拟和描述系统的复杂性，因而更具有针对性、典型性和准确性[20].

在金融市场中应用元胞自动机方法，首先要建立模拟金融市场运作的元胞自动机，然后用计算机模拟出它们的演化过程，通过其演化时空图，分析金融市场在各种模式下的统计行为和整体的动力学机制. 通过模拟这些简单的微观机制，就能产生相关的宏观整体上的复杂行为，从而了解金融市场内部的要素是如何相互作用而产生系统整体的复杂性.

4.1　寡头垄断行为的一维元胞自动机模型

用一维元胞自动机模型开展关于寡头垄断行为的模拟是在周期性边界条件的假设下，把各垄断公司（广义的经纪人）看作是一个环形上的分布格点，其演化时间、演化的动力学行为——公司定价都是离散的. 假设 P_i^t 是第 i 个垄断公司在 t 时刻的价格，则它下一时刻的定价紧密地依赖于该公司在 t 时刻相邻公司的价格，即

$$P_i^{t+1} = f(p_{i-1}^t, p_{i+1}^t).$$

从现实角度来看，这种环形的一维元胞空间与实际情况有着很大的差别，并且在演化的动力学行为——公司定价的过程中也没有体现大环境（如宏观经济政策等）的影响，但它仍对垄断竞争行为的研究有一定的借鉴意义[21].

4.2　股票市场投资行为的二维元胞自动机模型

根据金融物理的假设，我们把复杂的股票市场系统看作是由许多相对独立的经纪人组成，每个经纪人的状态仅有有限的几种（买入、持有和卖出），每个经纪人做出投资决策的依据只取决于相邻经纪人的状态和它所掌握的投资信息. 显然，这是一种十分简化的股票市场投资行为的模型，但经过一定时间的演化后，整个市场会产生截然不同的整体行为，且其具体演化结果无法预期. 简单的局部规则能产生整体的复杂行为，这是典型的复杂性特征. 对股票市场的这种复杂性特征的问题的求解，必须依赖于基于复杂性的理论与方法，元胞自动机模型给出了一种可能的研究方法.

在基于元胞自动机的股票市场投资模型中[22]，元胞即为股票投资者. 元胞的状态空间则是由股票投资者的投资行为 S_1 和投资偏好 S_2 建立的二维元胞状态空间 S. 其中投资行为 S_1 包括股票的买入 s_{11}、持有 s_{12}、卖出 s_{13}，即 $S_1 = \{s_{11}, s_{12}, s_{13}\}$ 投资偏好 S_2 包括乐观投资 s_{21}、保守投资 s_{22}、悲观投资 s_{23}，即 $S_2 = \{s_{21}, s_{22}, s_{23}\}$. 所以一个元胞的状态可表示为

$$s = \{s_1, s_2\}, s_1 \in S_1, s_2 \in S_2.$$

在投资偏好 S_2 中，乐观型的投资者容易受周围投资者的影响，从众心理强；保守型的投资者不容易受周围投资者的影响，有一定独立性；悲观型的投资者，容易与周围投资者反其道而行之. 投资行为随着元胞自动机演化会变化，而投资偏好与投资者的个性相关，一旦形成便很难再改变，可以一定的概率影响投资者的买卖行为，此时，元胞以设定的概率系数转为邻居元胞中上一时刻占多数的投资行为. 宏观因素则以一个利好或利空系数来增加或减少投资者的买卖概率，当宏观面利好时，投资者做出买入决策的概率增加；当宏观面利空时，投资者做出卖出决策的概率增加.

元胞状态的演化规则 F：元胞下一时刻的状态受其邻居元胞状态、自身状态和控制变量的影响，可表示为

$$\begin{cases} s_r^{t+1} = F(s_r^t, s_{rL}^t; R), \\ s_{rL}^t = (s_{rL(1)}^t, \cdots, s_{rL(n)}^t), \end{cases}$$
$$s \in S_1 \times S_2; t = 0, 1, 2, \cdots$$

其中 s_r^{t+1} 表示元胞空间中的位置为 r 的元胞在 $t+1$ 时刻的状态，s_r^t 表示元胞空间中位置为 r 的元胞在 t 时刻的状态，向量 s_{rL}^t 表示位置为 r 的元胞的邻居 L 在 t 时刻的状态，R 是控制变量，n 是邻居元胞的个数.

分析模拟演化的实验结果发现，演化结果因不同的初始状态而大不相同，这反映了股票市场对初始状态相当敏感；演化结果对市场信息有着高度敏感性，对利好或利空的市场信息均会出现极端的反应；元胞自动机模型能够较好地刻画股票市场中投

资行为的市场从众特性.

5 经济系统的自旋玻璃模型

自旋玻璃中粒子的相互作用力不会导致所有的粒子彼此联手,而产生大规模的磁场效应,从而形成一种称之为“玻璃”的状态. 玻璃在微观粒子层面上的无序性意味着自旋玻璃是正反馈和负反馈的复杂系统. 每一个粒子在与邻近的一些它并不想与之结为同盟的粒子结盟时总是会受到一定的阻力,但对任何一个粒子来说,这种阻力都在合理的忍受范围之内,因此达到一种称之为“局部均衡”的物理状态.

自旋玻璃系统的动态性、复杂性等都起源于它们特有的相互作用,其特点是系统中的各粒子无论作怎样的安排,都无法使各粒子的相互作用同时达到能量的最低态. 一个系统若不能使它所有的相互作用同时得到满足,就称这个系统为受挫(无效)系统,一个受挫(无效)系统可以有许多低能状态. 受挫(无效)性是自旋玻璃系统的一个重要特征,受挫(无效)的蕴涵已远远超出了自旋玻璃物理学,并延伸到许多其他领域的复杂性问题之中.

自旋玻璃是对经济系统的一个很好的比喻. 经济系统是正反馈和负反馈的混合作用的系统,各种各样的相互作用不可能同时得到满足,只能达到一系列的局部均衡状态,因而它也是一个受挫(无效)系统.

Kondor 等在研究经纪人投资组合的最优问题时,与 Ising 自旋玻璃之间建立了密切的关系[23,24],他们认为最优投资组合问题实际上就是一个既存在着收益又存在着风险的受挫问题. 事实上,没有风险的投资是不存在的,投资风险应控制在怎样的范围内才能有最佳的投资回报,这对投资经纪人而言是一个极其重要的问题.

Kondor 假设经纪人在投资组合中在某一投资项目 i 上的资金投资比例权重为 w_i,则投资组合中在各个项目上的资金投资比例权重 w_i 应满足如下的约束关系:

$$\sum_i w_1 = 1,$$

而经纪人在这样一种投资组合中引入的投资风险可用协方差 σ^2 来表示,即

$$\sigma^2 = \sum_{i,j} w_i w_j C_{ij},$$

此处 C_{ij} 为投资组合资金在各个项目上转移的协方差矩阵.

若在第 i 项目上的投资回报为 μ_i,则投资经纪人的总投资回报应满足如下的约束关系:

$$\mu = \sum_i w_i \mu_i.$$

因此,最优投资组合问题就是在权重空间 w_i 中,通过上述三个关系求出最小 σ^2 的过程. 由极值的 Lagrange 乘子处理法,可将这一问题等价为由 Ising 自旋玻璃系统的哈密顿量

$$H = -\frac{1}{2}\sum_{i,j} J_{ij} s_i s_j - \sum_i h_i s_i \quad (s_i = \pm 1)$$

求基态解的问题. 在上述哈密顿函数中,耦合系数 J_{ij} 和随机外力场 h_i 与投资组合问题中的资金转移协方差矩阵 C_{ij} 相关,即

$$\begin{cases} J_{ij} = \lambda C_{ij}^{-1}, \\ h_i = \nu \sum_j C_{ij}^{-1} \mu_j, \end{cases}$$

其中 λ,ν 分别为与 $\sum_i w_1 = 1$ 和 $\mu = \sum_i w_i \mu_i$ 相关联的 Lagrange 乘子.

Challet 和 Marsili 在少数者博弈模型与自旋玻璃系统之间也建立了精致的联系[25],得到了许多有利于深入了解 MG 动力学行为的有意义的知识.

6 经纪人在小世界网络(SWN)结构中的博弈模型

几乎所有复杂系统都可以抽象为网络模型,人们也越来越认识到,网络结构对其功能具有重大的影响. 美国著名心理学家 Stanley Milgram 对网络结构描述不同社会群体之间的跨界关系时发现:任意两个人都可通过 6 个熟人联系起来,这即为“六度分离”现象,“小世界”理论也由此得名. 地球上若有 60 亿人,如果每个人都有 100 个熟人,按照“小世界”理论,通过“六度分离”式的 7 次彼此相连,足以使每个彼此相连.

小世界网络现象揭示了客观事物运动中某种最为快捷的信息传递方式和传导路径. SWN 问题一经提出就引起了各界的广泛关注,人们不仅在物理学领域研究 SWN 现象[26,27],而且还试图用 SWN 理论分析、解释日益繁杂的经济问题,为经济问题的研究带来了全新思路,并提供了一种有效的技术工具,展现出广泛的适用性和广阔的发展前景.

SWN 中的一个规则网络(regular network)描述的是 N 个人处于各人都和自己最近的 k 个他人存在某种关系的状态. 例如 20 个经纪人($N=20$)与自

己最近的 4 个邻居（$k=4$）构成的规则网络，可由圆周上的 20 个点（代表 20 个经纪人）与连接每个点的四条边（代表有 4 个邻居的关系）构成（如图 1）.

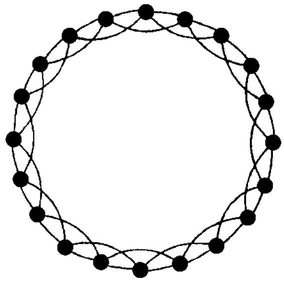

图 1　$N=20$，$k=4$ 时的规则网络

SWN 演化的局部规则为"替换关系"，首先选择一点（一个经纪人），以及顺时针离该点最近的一点（相邻的一个经纪人），采用概率 β 把与该点的关系（线）替换到其他点上. 依次把圆周上所有的点都按这一"替换关系"演化一周，由此得到一个新的小世界网络（如图 2）.

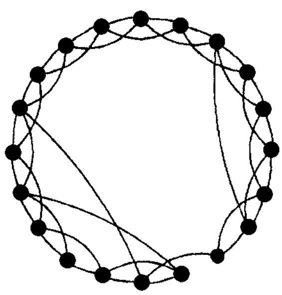

图 2　$N=20$，$k=4$ 时的小世界网络

在无方向轨迹的情况下，按这一局部规则演化 $k/2$ 圈后，计算了各个点到其他点的平均"最短距离数 step"，以及"聚集度 cluster"（某经纪人与相邻经纪人之间的关系的平均信任度）这两个指标. 在 $\beta=0$ 时，不存在替换关系，网络仍处于规则状态；当 $\beta=1$ 时，必定要发生了替换关系，网络完全处于随机状态；当处于 $0<\beta<1$ 状态时，即为小世界状态. 我们所处的社会既不是 $\beta=0$ 时的规则社会，也不是 $\beta=1$ 时的随机社会，而是在两者的中间状态的小世界社会. 小世界社会虽然有些随机，但朋友间仍保持密切的关系，并可以高效率地进行信息交换；另外，还可能会发现与他人交往的人群中有共同的熟人.

博弈论是金融市场理论中的重要部分，经纪人在小世界网络 SWN 结构中开展的博弈是 SWN 理论在经济系统中的重要应用.

Elgazzar[28,29] 讨论了在 SWN 中的经济系统的演化特性. 他指出，若在 SWM 中第 i 格点上的经纪人的博弈能力参数为 a_i（它综合地反映了经纪人的社交能力、反应能力、自治能力和预动能力等），则在 SWM 中的收益关系为

$$\pi(a_i,a_j)=\begin{cases}a_i-k_1\left(1-\mathrm{e}^{-(a_i-a_j)}\right), & a_i\geqslant a_j\\ a_i-k_2\left(1-\mathrm{e}^{-(a_j-a_i)}\right), & a_i<a_j\end{cases}$$
$$j=i\pm1,$$

这里 k_1，k_2 为经纪人之间的不相容参数，即当某些经纪人的博弈能力太高或太低时均会导致他与他所处的小世界的某种不相容性. 在这一背景下，SWN 中第 i 个经纪人的收益定义为

$$\pi_i=\pi(a_i,a_{i-1})+\pi(a_i,a_{i+1}).$$

特别考虑到 SWM 中第 i 个经纪人受其最近邻经纪人的影响最大这一事实，第 i 个经纪人的收益定义可修改为

$$\pi_i=\pi(a_i,a_{i-1})+\pi(a_i,a_{i+1})+\pi(a_i,a_{\mathrm{sc}(i)}),$$

式中 $\mathrm{sc}(i)$ 为第 i 个经纪人周围最近邻经纪人的格点位置.

相应地在 SWN 中经纪人的平均收益为

$$\pi_{\mathrm{av}}=\frac{1}{4}\left(\pi_{i-1}+\pi_i+\pi_{i+1}+\pi_{\mathrm{sc}(i)}\right)$$

通过 SWN 的模拟计算发现，大约有 10% 的经纪人相对其他的经纪人而言，他们将有可能获得较高的受益. 这一现象在实际的金融市场中确实是存在的，法国经济学家 Pareto 早就指出：财富分配是不均匀的，大部分的财富流向少数人的手中，这即为著名的财富分配的 80（财富）/20（人）法则.

"囚徒的困境"是一个面临合作还是背叛决策的经典案例，人们在规则点阵、随机网络、小世界网络的博弈模拟中发现，在其他网络中合作是平均数的情况下，对应于 SWN 反判趋势明显加强，这意味着小世界网络结构使得博弈双方信任降低、执行协议困难，反叛者数量增加[30].

7　结束语

金融技术的进步与金融理论的突破已成为金融全球化的重要驱动力，因而对新的、跨学科的研究方法就愈有需求. 金融物理作为物理学研究的一个全新的方向，是用物理科学的语言来阐述社会经济问题. 金融物理所开展的研究和获得的研究成果表明，物理学家从事金融和经济问题所做的工作是有价值和有意义的. 他们可以凭借他们的物理学专业知识和经验，把物理学中的概念、方法和理论引入到金融问题的研究中来，对金融数据的分析、金融市场的动

力学模型的构造等作出可能的贡献.

人们对客观世界的认识过程大体分为三个阶段:描述阶段、分析阶段(模型化)和工程化阶段.只有在工程化之后,才能大规模地创造出经济效益,才能为社会所认知.在金融工程中,金融物理作为一种研究手段目前还远远不能揭示出隐藏在金融市场中的形形色色现象背后的类似经典物理中的牛顿三大定律的基本规律,它远未完善与成熟.学科间的融合是科学技术发展的必然趋势,可以预见,随着金融工程学的不断发展,计算机技术和信息技术的不断完善,不同学派的思想和方法的有机融合,金融物理会有广阔的应用前景,也将展示出其巨大的生命力.

参 考 文 献

[1] Challet D, Zhang Y C. Physica A, 1997, 246: 407
[2] Savit R, Manuca R, Riolo R. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 2203
[3] Cavagna A. Phys. Rev. E, 1999, 59: R3783
[4] Johnson N F, Hui P M, Zheng D *et al*. J. Phys. A, 1999, 32: L427
[5] Johnson N F, Hui P M, Jonson R *et al*. Phys. Rev. Lett., 1999, 82: 3360
[6] Challet D, Zhang Y C. Physica A, 1998, 256: 514
[7] D'hulst R, Rodgers G J. Physica A, 1999, 270: 514
[8] D'hulst R, Rodgers G J. cond-nat/9908481, 1999
[9] Challet D, Marsili M. Phys. Rev. E, 1999, 60: R6271
[10] Zhen D F, Wang B H. Physica A, 2001, 301: 560
[11] Quan H J, Wang B H, Hui P M. Physica A, 2002, 312: 619
[12] Quan H J, Wang B H, Hui P M *et al*. Physica A, 2003, 321: 300
[13] Hart M, Jefferies P, Johnson N F *et al*. Physica A, 2001, 298: 537
[14] Eguiluz V M, Zimmermann M G. Phys. Rev. Lett., 2000, 85: 5659
[15] Zheng D F, Hui P M, Johnson N F. cond-mat/0105474
[16] D'Hulst R, Rodgers G J. Physica A, 2000, 280: 554
[17] Xie Y B, Wang B H, Quan H J *et al*. Phys Rev E, 2002, 65(4): 046130
[18] Zheng D F, Rodgers G J, Hui P M *et al*. Physica A, 2002, 303(1—2): 176
[19] 邓文基. 物理学报, 2002, 51(6): 1171 [Deng W J. Acta Physica Scinica, 2002, 51(6): 1171(in Chinese)]
[20] 谢惠民. 复杂性与动力系统. 上海: 上海科技教育出版社, 1994. 151—158 [Xie H M. Complexity and Dynamical System. Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House, 1994. 151—158(in Chinese)]
[21] 应尚军, 魏一鸣, 范英等. 系统工程学报, 2001, 16: 382 [Ying S J, Wei Y M, Fan Y *et al*. Journal of Systems Engineering, 2001, 16: 382(in Chinese)]
[22] Wei Y M, Ying S J, Fan Y *et al*. Physica A, 2003, 325: 507
[23] Gallucci S, Bouchaud J P, Potters M. Physica A, 1998, 259: 449
[24] Kondon I. International Journal of Theoretical and Applied Finance, 2000, 3: 537
[25] Challet D, Marsili M. Phys. Rev. E, 1999, 60: R6271
[26] Newman M E J. J. Stat. Phys., 2000, 101: 819
[27] Watts D J, Strogatz S H. Nature, 1998, 393: 440
[28] Elgazzar A S. Physica A, 2003, 324: 402
[29] Elgazzar A S. Physica A, 2002, 303: 543
[30] 田颖杰, 李南, 江可申. 世界经济研究, 2001, 6: 83 [Tian Y J, Li N, Jiang K S. Study of World Economics, 2001, 6: 83(in Chinese)]

· 物理新闻与动态 ·

$NaZn_{13}$ 和 AlB_2 结构的三维纳米晶超晶格

固态化合物的性质,由其化学组分以及结构决定.例如,具有立方对称性 $NaZn_{13}$ 结构的 La-Fe-Co-Si 合金具有大的室温磁熵变[详见胡凤霞,沈保根,孙继荣等. 2002, 31(3): 139];具有六方对称性 AlB_2 结构的 MgB_2 是新近发现的 T_c 高达 39K 的金属间化合物超导体[详见闻海虎. 2003, 32(5): 325].

所谓三维纳米晶超晶格,是指由纳米晶粒(而不是单个原子)构成的晶体结构.例如,由 11nm 的 $\gamma-Fe_2O_3$ 纳米晶粒和 6nm 的 PbSe 纳米晶粒构建成的 $NaZn_{13}$ 结构或 AlB_2 结构.这种介观尺度的三维结构不可能由自然产生,只能通过人工微结构技术获得.

最近,来自 IBM 华生研究中心的 Redl F X 等人使用胶体化学技术(控制 PbSe 和 $\gamma-Fe_2O_3$ 晶粒微球的尺寸、浓度以及晶体淀积速率),成功地制成了以上述纳米晶粒为组元的三维 AB_{13} 和 AB_2 超晶格,超晶格的结构已被透射电镜和电子衍射实验验证. PbSe 晶粒是半导体量子点,它的光吸收以及发光特性强烈地依赖于晶粒的尺寸. $\gamma-Fe_2O_3$ 对 650nm 以上的长波光是透明的,并且它的纳米晶粒在室温表现为超顺磁性.这样两种晶粒构成的配位混合材料(metamaterials)将具有人们期望的可调控的光学和磁学特性.

在上述纳米'砖块'的基础上,通过调整晶粒之间的距离和化学处理,人们将可能微调晶粒之间的相互作用,进而加工出具有独特集成特性的新材料. Redl 等的结果让人们看到了希望:随着有关技术的进一步发展,材料对磁、电、光和机械激励的响应将可以被有效地调控.

(中国科学院理化技术研究所 戴闻 编译自 Nature, 2003, 423: 968)