

湍流系统中的阵发非完美位相同步和能量爆发^{*}

贺凯芬[†]

(北京师范大学低能核物理研究所 100875)

摘要 湍流现象广泛地存在于自然界的各个领域,关于湍流发生的机制成为一个多世纪以来人们不断探索但尚未完全解决的难题之一.在强湍状态下,系统不时地会突然聚集起巨大的能量,这对人类活动可能产生重大影响.作者利用一个典型的模型说明,在适当的参照系下,湍流波动可以等价地变换为在势阱中相互耦合的一组振子的运动,作为非线性系统自组织的结果,不同空间尺度的振子可以阵发地调节到非完美的位相同步,在同步发生的瞬间,虽然每个振子的位相和振幅的运动看起来仍很紊乱,但振子间的位相差却很小,并且它们的振幅几乎同时达到极大,引起系统整体能量爆发.

关键词 湍流,非完美位相同步,能量爆发

Intermittent imperfect phase synchronization and energy burst in a turbulent state

HE Kai-Fen[†]

(Institute of Low Energy Nuclear Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract As a result of self-organization due to its nonlinearity, a turbulent system can develop a collective imperfect phase synchronization that occurs intermittently among different spatial scales of the fluctuations relative to the unstable steady wave. The synchronization induces bursts in the total wave energy, and the interspike intervals display a power law distribution.

Key words turbulence, intermittent imperfect phase synchronization, energy burst

在物理、化学、生物等自然界各个领域中都可以观察到湍流运动.湍流系统经常出现能量爆发事件,太阳耀斑就是一个例子.观测表明,耀斑强度及爆发时间间隔等呈幂率分布.有人提出这个现象可归因于自组织临界性(SOC),就像沙堆模型中显示的那样,当沙子(能量)堆积到临界状态时雪崩突然发生,产生一个爆发事件.可惜按SOC理论得到的能量爆发事件的分布不遵循幂率规律.后来用太阳的湍流模型计算才得到了幂率分布,因此认为太阳耀斑是非线性等离子体湍流运动的结果^[1].但是,这些研究并没有从动力学的深层次上阐明能量爆发的原因.

为回答能量爆发的机制问题,首先让我们看一下湍流运动(这里指的是强湍)的特点.湍流不同于噪声,在湍流中会频繁地产生和湮灭一些类似孤子

的结构,有人^[2]曾用“孤子气”(soliton gas)模型讨论等离子体湍流.我们知道,一个真正的孤立波或孤子中不同波长的分波和谐地运动,形成光滑的波包,即它们的运动是相干的.因此可以推测,在湍流的不同空间尺度之间的运动并非完全不相干,它们可能会阵发地出现一定程度的相干,形成大大小小的类孤子结构.另外,通常在空间有规的波动中,能量在高波数模式处迅速降低,而湍流的能量分布随波数 k 的变化有幂率规律 $\sim k^{-\alpha}$ (α 为常数),表明其长波模式的能量会通过某种方式传递到短波模式.

^{*} 国家重点基础研究发展计划专项经费、国家自然科学基金(批准号:19975006)和教育部博士点专项科研基金(批准号:20010027005)资助项目

2003-08-10收到初稿,2003-10-24修回

[†] E-mail: kfhe@bnu.edu.cn

这向我们提示,在湍流态不同尺度的运动之间的联系,较之空间有规的波动可能更为紧密.这些现象说明,只有研究不同尺度的运动及其相关,才能揭示湍流现象的本质以及湍流中经常出现的能量爆发的原因.

近年来,关于混沌振子的相同步研究提示了探索湍流机制的一个新思路.两个或多个非线性振子耦合时,尽管每个振子的运动可以是混沌的,但它们的位相却可能调节到完全同步、延迟同步等状态^[3].在耦合的 Lorenz 系统中还发现了非完美的位相同步^[4],这时两个振子的位相差飘忽不定,但维持在一个小范围内($< 2\pi$)调整,时而还发生滑移(位相差穿越 2π).

我们的工作^[5]将位相同步研究推广到了非线性波动系统,发现在湍流状态下,能量爆发与系统不同尺度的运动之间阵发出现的非完美位相同步密切相关.文章采用非线性漂移波的一个模型,周期边界条件,在一定参数范围内方程的解随时间和空间变化都显得非常随机,其能量谱还遵循幂率规律,表现出湍流的特征^[6].研究表明,这个湍流解是从一个不稳定的定态波发展而来的.图1给出了确定参数下系统解的一个例子,虚线是定态波解 $\phi_0(x-ut)$,它具有像孤立波那样的光滑结构,假如没有扰动的话,它将以确定的群速度 u 和不变的形状运动.在跟随 $\phi_0(x-ut)$ 运动的坐标系中观察,即作变换 $\zeta = x - ut$, $\tau = t$, $\phi_0(\zeta)$ 是一个与时间 τ 无关的周期结构.在图1的例子中, $\phi_0(\zeta)$ 的结构在受到扰动时是不稳定的,这个不稳定性最终发展成为图中实线表示的湍流解 $\phi(x,t)$.因此在这种情况下, $\phi_0(\zeta)$ 只是理论上存在的一个解,它可以从数学上求出来,实验上一般测不到,我们将它记为 $\phi_0^*(\zeta)$,其中星号表明不稳定.实际上所能观测到的只是湍流解 $\phi(x,t)$,它是实现了的解.作为类比,想象在针尖上顶一个光滑圆球,我们知道确实存在这样一个平衡态,但这个状态不稳定,由于扰动不可避免,这个状态不能实现.不过对 $\phi_0^*(\zeta)$ 的不稳定性而言,更合适的比喻是位于马鞍形状势阱的平衡点处的小球,它的稳定性质依赖于扰动施加的方向,在两个特定方向上小球对微扰是稳定的,它可以回复到平衡态,在另两个方向上,小球是不稳定的,无穷小的扰动都会使它离开平衡态不能返回.具体考虑 $\phi_0^*(\zeta)$ 受到扰动时初始微扰 $\delta\phi(\zeta,0)$ 随时间的演化 $\delta\phi(\zeta,\tau)$,这时 $\phi_0^*(\zeta)$ 就好像一个周期势,影响 $\delta\phi(\zeta,\tau)$ 的运动.让我们限制在 $\delta\phi$ 幅度不大其非线性可以忽略的情

形.因为 $\delta\phi(\zeta,\tau)$ 依赖于空间变量 ζ ,它包含不同尺度的傅里叶模式,用这些模式支起一个空间,研究表明,由于周期势 $\phi_0^*(\zeta)$ 的影响,在这个模式空间中,沿两个特定方向的扰动会被稳定化,沿另外两个方向扰动不稳定,其振幅单调地指数增长.因而平衡点 $\delta\phi=0$ [即定态波解 $\phi_0^*(\zeta)$]是模式空间中的一个鞍点.文献[4]说明,非线性系统存在鞍点时,有一个特征时间尺度没有上界,使得振子耦合时位相同步变得非完美.在我们的系统中,从 $\phi_0^*(\zeta)$ 的稳定性分析也得到不稳定模式的特征频率为0,即特征时间尺度为无穷大.这就是为什么 $\phi_0^*(\zeta)$ 失稳时扰动振幅单调增长的原因,否则它就会振荡地增长.下面将看到由于存在鞍点,这个系统也可以出现类似非完美位相同步的现象.

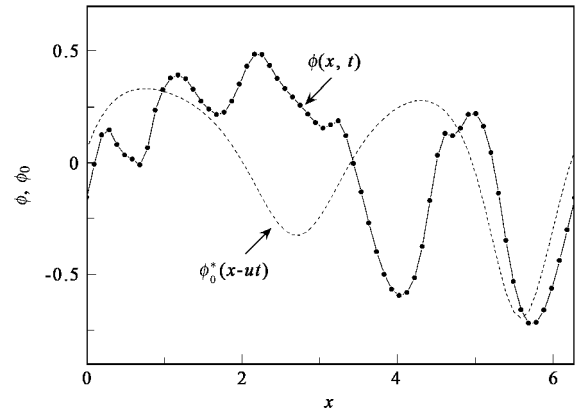


图1 从驱动/阻尼非线性漂移波方程得到的湍流波解 $\phi(x,t)$ (实线),它是从鞍型不稳定定态波解 $\phi_0^*(x-ut)$ (虚线)发展而来的,图中所示为给定时间下的波形

让我们在 $\zeta = x - ut$, $\tau = t$ 坐标系下来讨论湍流波在不同空间尺度上的运动,即“坐”在定态波 $\phi_0^*(\zeta)$ 上观察扰动的演化.令 $\phi(\zeta,\tau) \equiv \phi_0^*(\zeta) + \delta\phi(\zeta,\tau)$,展开扰动波 $\delta\phi(\zeta,\tau)$ 为不同尺度的振子之和, $\delta\phi(\zeta,\tau) = \sum_k b_k(\tau) \cos[k\zeta + \alpha_k(\tau)]$.如果不再作小振幅限制, $\delta\phi(\zeta,\tau)$ 的非线性变化必须计入,这时每个振子(b_k, α_k)的运动除受到周期势 $\phi_0^*(\zeta)$ 的影响外,它们之间也会发生耦合.这样我们就将湍流波动转化为在势阱中耦合振子的运动.

在湍流状态下,每个振子的运动都是混沌的,通过耦合,这一组振子 $\{b_k, \alpha_k\}$ 却可以呈现一种特殊的同步现象,我们称之为开关(on-off)集体非完美位相同步.对长波模式的研究表明,在开态时,振子的位相 $\{\alpha_k\}$ 调节到大体同步,且它们的振幅 $\{b_k\}$ 差不多同时达到极大.与此同时,振子还调节到与势阱 $\phi_0^*(\zeta)$

相互作用能量较高的位置,引起系统整体能量爆发. 振子间的这种合作状态在持续几个特征周期时间后消失,在关态时,振子的位相失谐并可能发生滑移,相应地,总能量在相对低的水平上振荡. 关态一般持续时间比开态长,直到振子再次调节到非完美同步的开态. 图 2(a)给出了系统能量的涨落 δE , 图 2(b)–(d)是振子间的位相差 $\Delta\alpha_{1k} \equiv \alpha_1 - \alpha_k$ 的演化 ($k=2, 3, 4$), 已取 2π 主值. 从图中明显看出 δE 阵发地出现高而较宽的尖峰, 在尖峰出现的同时, $\Delta\alpha_{1k}$ 被锁在 0 或 π 附近调整, 这对应非完美位相同步的开态. 在两个能量尖峰之间是同步的关态, 振子位相之间有滑移发生, 振子振幅的变化也不再同步, 总能量在较低水平上振荡. 如果图 1 中不对位相差取 2π 主值, $\Delta\alpha_{1k}(\tau)$ 将是一些阶梯状的曲线, 不同 k 值的曲线中的台阶(开态)在时间上对应, 而相邻台阶之间(关态)位相差随时间迅速增加.

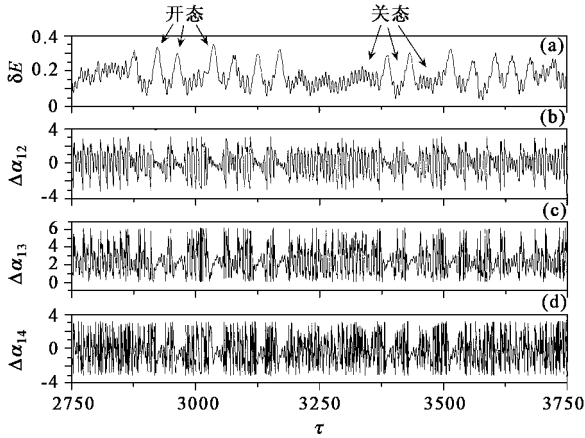


图 2 (a) 波能量的涨落 (b)–(d) 位相差 $\Delta\alpha_{1k}$ 随时间的演化 ($k=2, 3, 4$), 位相以弧度为单位, 已取 2π 主值

定义 $C_\alpha^N(\tau) = \left| \prod_{k=1}^N \cos\alpha_k \right|$ 描写 N 个振子的位相相关. 图 3(a) 给出了能量涨落 δE 随时间的变化, 图 3(b) 给出了平均相关函数 C_α^4 随时间的演化, 它们的尖峰有很好的对应关系, 说明在能量爆发时, 4 个长波模式的位相几乎同步. 对应 $\delta E(\tau)$ 的一些较小的峰值处, $C_\alpha^4(\tau)$ 也出现相应的小峰. 计算 $C_\alpha^4(\tau)$ 峰间距为 τ_L 的几率分布 $P(\tau_L)$, 发现它遵循幂率规律. 显然 $P(\tau_L)$ 也反映了能量爆发事件时间间隔的几率分布. 这些结果有力地支持开关集体非完美位相同步是漂移波湍流出现能量爆发的内在动力学原因.

非线性系统有非常强的自我调节能力. 表面上湍流运动似乎无规律可循, 事实上它正是非线性波

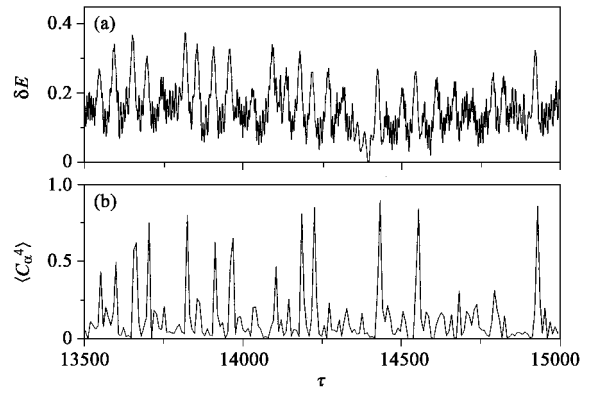


图 3 (a) δE 随时间的演化 (b) 相关函数 C_α^4 随时间的演化 (尖括号表示对特征周期做平均)

的一种特殊自组织形式: 耦合相互作用始终“力图”使振子同步, 并且不时成功地获得一定程度的同步, 这种同步的阵发性和非完美造成了湍流在表观上的随机特点.

在我们的系统中, 鞍点的存在对出现开关集体非完美位相同步起了重要但不是唯一的作用. 在湍流状态下, 扰动波 $\delta\phi(\zeta, \tau)$ 的主模式 ($k=1$) 的波峰相对于势阱可以自由地运动, 而在向湍流转变之前的空间有规律波动中尽管也有鞍点, 但主模式运动被势阱束缚, 我们指出, 束缚–自由转变对湍流自组织状态的出现也起了非常关键的作用.

从这些结果有理由推断, 在湍流中, 随机产生和湮灭的不同尺度的类孤子结构, 可归因于开态中振子间短暂的合作; 同时, 也可能正是通过反复的合作–失谐过程, 能量得以在大尺度和小尺度间转移, 形成了在不同尺度上的幂率分布. 除太阳耀斑外, 能量爆发事件在许多实际系统中都可以观察到, 如脑电波、降雨等, 在许多湍流系统中也已观察到幂率谱分布, 我们的工作对这类现象提供了一个可能的物理解释.

参 考 文 献

- [1] Boffetta G *et al.* Phys. Rev. Lett., 1999, 83 : 4662
- [2] Meiss J D, Horton W. Phys. Rev. Lett., 1982, 48 : 1362
- [3] Boccaletti S *et al.* Phys. Reports, 2002, 366 : 1
- [4] Zaks M A *et al.* Phys. Rev. Lett. 1999, 82 : 4228
- [5] He K F, Chian A. Phys. Rev. Lett. 2003 91 034102
- [6] He K F. Phys. Rev. Lett., 1998, 80 : 696; Phys. Rev. Lett., 2000, 84 : 3290