

# 转动冷原子研究的前沿介绍\*

赵博<sup>†</sup> 陈增兵

(中国科学技术大学近代物理系 合肥 230027)

**摘要** 环流的宏观量子化是超流体最引人瞩目的性质之一. 1995 年玻色-爱因斯坦凝聚的实现为超流提供了一个新的研究对象, 使得人们对转动的超流体进行深入的研究. 实验上在 BEC 中产生了涡旋激发, 并进一步观测到了涡旋晶格. 理论研究表明当冷原子的转速进一步增大, 涡旋晶格会融解成一种新的强关联系统——量子霍尔液体. 文章主要介绍近年在转动冷原子方向上理论和实验的进展.

**关键词** 玻色-爱因斯坦凝聚, 超流, 涡旋, 量子霍尔效应

## Progress of studies on rotating ultracold atoms

ZHAO Bo<sup>†</sup> CHEN Zeng-Bing

(Modern Physics Department, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract** The macroscopic quantization of circulating current is an attractive property of superfluids. The realization of Bose-Einstein condensation (BEC) offers us a new testing ground, in which we can explore superfluids thoroughly. Vortex line excitation and even vortex lattices have been experimentally observed. When the angular velocity is further increased, the vortex lattice in BEC will melt into a new strongly correlated system, a quantum Hall liquid. We review the progress of both theoretical and experiment research on rotating cold atoms.

**Key words** Bose-Einstein condensation, superfluid, vortex, quantum Hall effect

1924 年, London 指出液氦的超流转变是由于低温下液氦中发生了玻色-爱因斯坦凝聚(BEC), 1947 年 Landau 给出了液氦的激发谱, Bogoliubov 利用玻色凝聚的假设处理弱相互作用玻色气体问题得到了玻色液体的激发谱<sup>[1-3]</sup>. 超流体一个引入瞩目的性质就是它对转动的响应. 1949 年, Onsager 引入了涡旋(vortex)的概念来解释超流体对转动的响应. 绕涡旋的环流是宏观量子化的<sup>[4]</sup>.

$$\int \mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{l} = n \frac{2\pi\hbar}{m} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

其中  $\mathbf{v}_s$  为超流体流速. 1961 年环流量子化由 Vinen 在实验上给予验证, 但由于液氦是强关联液体, 超流成份相对较少, 理论处理比较困难, 理论预言与实验结果不易做进一步的比较<sup>[5]</sup>.

1995 年玻色-爱因斯坦凝聚的实验实现, 使得以前只能在液氦中进行研究的超流现象可以直接在束缚低温碱金属原子中进行研究<sup>[6]</sup>. 液氦与冷碱金

属原子的 BEC 有很大的不同: 液氦是均匀的液体, 束缚原子的 BEC 存在于一个束缚势中; 液氦中发生玻色凝聚的成份相当少, 约 10% 左右, 而原子气体中发生玻色凝聚的成份高达 99%; 冷原子气体纯净, 稀薄, 其相互作用可以用散射长度来近似描述, 液氦是强相互作用液体, 浓度高, 氦原子相互作用非常复杂, 不利于实验与理论作比较. 还有一点比较重要的是原子气体的内部自由度宜于操控, 有利于对旋量 BEC 进行研究<sup>[7]</sup>.

### 1 转动原子体系中的涡旋

类似于液氦的转动水桶实验, 利用变形的束缚势可以将 BEC 气体转动起来, 在以角速度为  $\Omega$  的转

\* 国家自然科学基金(批准号:10104014)资助项目

2004-07-06 收到初稿, 2004-11-17 修回

<sup>†</sup> 通讯联系人. Email: ydzhang@ustc.edu.cn

动坐标系下, BEC 气体满足 Gross - Pitaevskii ( GP ) 方程

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(x) + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} |\psi|^2 - L\Omega \right) \psi(x,t),$$

其中  $V(x)$  为三维谐振子势,  $L$  为总角动量. BEC 气体在转动坐标系形成的稳定结构可以通过 GP 方程的定态得到. Butts 和 Rokhsar 通过对固定角动量下二维系统的变分数值求解, 首先在 BEC 中预言了涡旋的存在 (见图 1), 他们还指出当转速进一步增大, BEC 中会形成类似于第二类超导体中 Abrikosov - Lattice 的涡旋晶格<sup>[8]</sup>. 他们的结果清楚的表明转动的 BEC 气体中会出现涡旋, 围绕着涡旋的环流呈宏观量子化, 体系的基态不再具有转动对称性, 而是呈现  $p$  重对称性  $p=2, 3, 4, \dots$

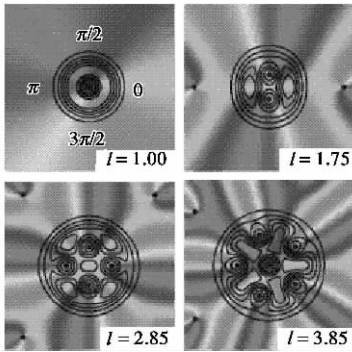


图 1 Butts 等人预言的涡旋晶格<sup>[8]</sup>

García - Ripoll 等人发现一定条件下系统基态的可以具有弯曲的涡旋线, 并给出了弯曲涡旋线的图样<sup>[9]</sup>. Stringari 给出了转动 BEC 的相图<sup>[10]</sup>, Mizushima 等人利用 Bogoliubov - Popov 近似考虑了热激发原子的影响, 对相图做出了修正<sup>[11]</sup>.

伴随着理论的进展, 对转动 BEC 的实验研究也取得了巨大的成功. 实验上已经有几种不同的方法在冷原子中产生涡旋. 一种方法是利用激光直接驱动凝聚体的位相, 在 BEC 中产生环流. JILA 小组首次利用这种方法在两种成份的 BEC 内观测到了涡旋激发<sup>[12]</sup>. 另一种方法类似于液氦的转动水桶实验, 在束缚势上加一个转动的非对称势, 转动的非对称势起到了超流氦中转动水桶的作用, 在 BEC 中激发涡旋. 巴黎的 ENS 小组利用这种方法在单一成分<sup>87</sup>Rb 的中观测到了涡旋结构<sup>[13]</sup>. 后来又发展了利用拓扑相给凝聚体波函数加入位相, 利用转动局域扰动激发涡旋等多种方法<sup>[14, 15]</sup>. 现在很多小组都能产生  $10^2$  量级涡旋线的涡旋晶格 (见图 2), 涡旋晶

格的实验实现证实了 Butts 和 Rokhsar 的预言. ENS 小组观测到了弯曲的涡旋线 (见图 3), 与 García - Ripoll 的理论预言一致<sup>[16]</sup>. JILA 小组最近观测到了涡旋晶格扰动之后的演化, 由何天伦等人从 GP 方程给出了解释<sup>[17, 18]</sup>.

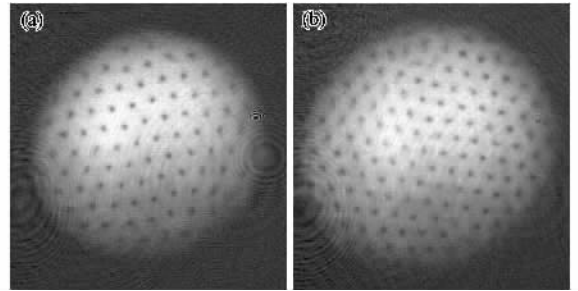


图 2 MIT 小组观测到的涡旋晶格<sup>[15]</sup>

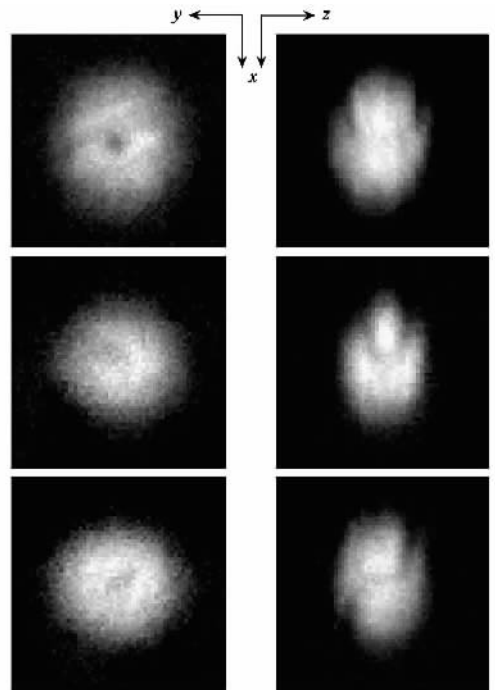


图 3 ENS 小组观测的弯曲涡旋线<sup>[16]</sup>

## 2 冷原子体系的量子霍尔效应

理论上的研究表明, 转速进一步增加至接近于束缚频率, 涡旋晶格的图象及 GP 方程的描述对转动冷原子体系不再适用, 涡旋晶格会融解成不可压缩的液体——量子霍尔液体. Wilkin 等人首先考虑了这一问题, 从体系的微观哈密顿量出发进行研究, 并给出了单一涡旋解的微观波函数<sup>[19]</sup>. 如果沿  $z$  方向的束缚频率很高, 沿  $z$  方向很难激发, 冷原子体系可以看成是一个准二维系统. 若相互作用强度比较弱, 则不会激发径向自由度, 也不会改变系统的总角动

量,只改变体系基态简并度,这种近似即为电子霍尔效应的研究中的最低 Landau 能级近似 (LLL 近似)。在这一近似下,可以考虑总角动量固定的简并子空间,求解准二维的相互作用玻色子哈密顿量基态。这一方法在原子核研究中被称为  $Y_{\text{rast}}$  state 方法。Bertsch 等人对少量原子的哈密顿量对角化,发现当总角动量  $L \leq N$  时,基态存在解析解; $N$  粒子系统基态能量为  $E = N^2 - \left(1 + \frac{L}{2}\right)N$ <sup>[20]</sup>。Jackson, Smith 等人通过解析的方法求得了此基态解<sup>[21, 22]</sup>;当  $L = N$  时,原子系统的基态不再具有简单的解析形式,只能通过数值计算来寻找近似基态解。

GP 方程求解和 LLL 近似下对哈密顿量对角化的方法有明显不同,GP 方程给出的结果不再有转动对称性,而对角化方法给出的结果是角动量的本征态,具有转动对称性。GP 方程的正确性已经被许多实验所证实,LLL 近似下的理论预言尚未得到验证。Cooper 等人通过数值计算指出,当粒子数  $N$  增大时,会在不同角动量的本征态之间出现很多准简并的态,这预示着对称性会自发破缺,发生相变。进一步的研究指出,当转速比较低时,系统满足 GP 方程的描述,形成涡旋晶格,当转速进一步增大,系统发生相变,形成不可压缩的量子液体——量子霍尔液体<sup>[23]</sup>。

转动坐标系下,  $N$  粒子哈密顿量与强磁场下电子霍尔效应的哈密顿量相似。这两个系统的相似性,使得很多在电子霍尔效应中行之有效的可以借鉴过来。考虑束缚势为二维各向同性谐振子势,束缚频率为  $\omega_0$ ,在角速度  $\Omega$  转动坐标系下,系统微观哈密顿量为

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2 - \Omega \hat{z} \times r = \frac{(p - m\Omega \hat{z} \times r)^2}{2m} + \frac{1}{2}m[(\omega_0^2 - \Omega^2)(x^2 + y^2)]$$

上式表明,转动系统的哈密顿量与电荷为  $q^*$  的粒子在磁场  $B^* = \frac{\nabla \times (m\Omega \hat{z} \times r)}{q^*}$  下运动相似。当束缚频率  $\omega_0$  与转动角速度  $\Omega$  相等时,系统与强磁场下电子霍尔效应哈密顿量完全相同,类似于量子霍尔效应定义填充因子  $\nu = \frac{N}{A} \frac{2\pi\hbar}{2m\Omega} = \frac{N}{N_v}$ ,其中  $N_v$  为涡旋的个数,  $A$  为样品面积。考虑到接触相互作用,可以证明其基态为不可压缩 Laughlin 态,这表明在原子体系中会发生量子霍尔效应。Cooper 等人用周期边界条件对少量粒子的能隙  $\Delta$  进行了计算,发现在某些填充因子处,如  $\nu = 1/2, 1, 3/2, \dots$  系统有能隙,

体系基态为不可压缩的液体(见图 4)。当填充因子大于某一临界值,即转速低于某一临界值时,能隙消失,系统基态可以由 GP 方程来描述,其基态解是涡旋晶格。他们还将电子霍尔效应中不可压缩液体的基态波函数推广到原子体系中,对不可压缩液体的填充因子进行解释<sup>[23]</sup>。

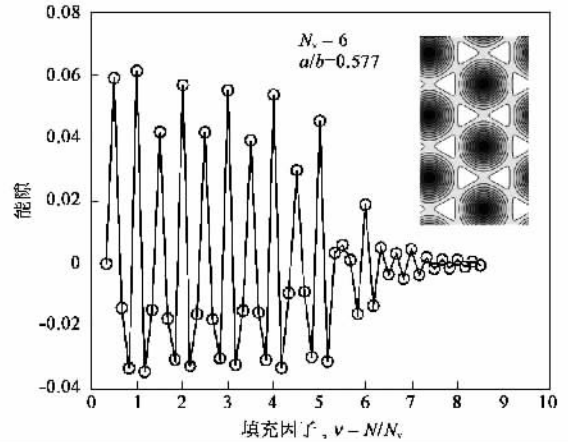


图 4 数值计算表明在某些填充因子处基态为不可压缩态(纵坐标为能隙),小图是 GP 方程的预言结果为涡旋晶格<sup>[23]</sup>

早在 1991 年谢心澄等人在研究电子的量子霍尔效应时,就在费米子和玻色子之间找到了一个映射,指出玻色子霍尔效应填充因子  $\nu_b$  和费米子霍尔效应的填充因子  $\nu_f$  之间满足关系  $\frac{1}{\nu_f} = \frac{1}{\nu_b} + 1$ ,并指出:当且仅当玻色子与费米子系统都有分数量子霍尔效应时,映射成立<sup>[24]</sup>。玻色-爱因斯坦凝聚的实现使得这种玻色子的霍尔效应的研究成为可能。

2001 年 Paredes 等人提出在  $\nu = \frac{1}{2}$  的 Laughlin 态上激发准粒子,并测量准激发的分数统计的方案<sup>[25]</sup>。Reijnders 等人考虑了带自旋的相互作用,给出了一系列新的填充因子<sup>[26]</sup>,Regnault 等人通过对球面上二维系统分析,给出了填充因子的 Jain 序列<sup>[27]</sup>。

BEC 的单体密度矩阵具有非对角长程序,不可压缩的量子液体不具备这种性质。由涡旋晶格到量子霍尔液体的转变发生相变,非对角长程序消失。Sinova 等人给出了一个判据,将原子密度分布与发生凝聚的原子的百分比联系起来,为实验观测提供了理论基础<sup>[28]</sup>。

原子体系量子霍尔效应的理论进展很多,但实验的要求比较高,不易实现。系统要处在最低 Landau 能级,相互作用不能太强,粒子数不能太多大约  $10^3$  量级,温度大约几个 nK,理论上还要求转动角速

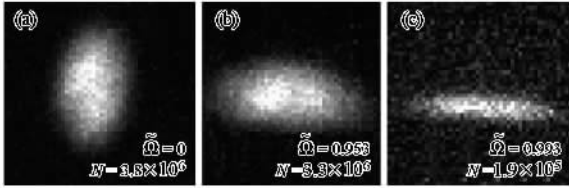


图5 JILA 实现的准二维转动 BEC<sup>[29]</sup>

度与束缚频率接近,为了激发准粒子并冷却准粒子,对温度要求更加苛刻<sup>[25]</sup>.最近在这个方向上实验也取得了很大的进展,JILA 小组实现了转动的准二维冷原子气体<sup>[29]</sup>(见图5);巴黎的 ENS 小组在束缚势上加上了一个很小的四次束缚势,使转动频率甚至超过束缚频率,从而达到临界状态<sup>[30]</sup>.但实验上还没有明确的结果表明体系达到了霍尔区.要想在实验上观测到原子体系的量子霍尔效应,理论和实验都还有很长的路要走.

参 考 文 献

[ 1 ] London F. Phys. Rev. ,1938 ,54 :947  
 [ 2 ] Landau L. J. Phys. ( Moscow ) ,1947 ,11 91  
 [ 3 ] Bogoliubov N N. J. Phys. ,1947 ,11 23  
 [ 4 ] Onsager L. Nuovo Cimento ,1949 ,suppl. 2 ,6 246  
 [ 5 ] Vinen W. Proc. R. Soc. A ,1961 ,260 :218  
 [ 6 ] Anderson M ,Fisher J ,Matthew M *et al.* Science ,1995 ,269 :198 ;Davis K ,Mews M ,Andrews M *et al.* Phys. Rev. Lett. ,1995 ,75 :3969  
 [ 7 ] Fetter A ,Svidzinsky A. J. Phys. C ,2001 ,13 :R135  
 [ 8 ] Butts D ,Rokhsar D. Nature ,1999 ,397 :237  
 [ 9 ] García-Ripoll J ,Pérez-García V. Phys. Rev. A ,2001 ,64 :053611  
 [ 10 ] Stringari S. Phys. Rev. Lett. ,1999 ,397 :327

[ 11 ] Mizushima T ,Isoshima T ,Machida K. cond-mat/0104358  
 [ 12 ] Matthews M ,Anderson B ,Haljan P *et al.* Phys. Rev. Lett. ,1999 ,83 :2498  
 [ 13 ] Madison K ,Chevy F ,Wohlleben W *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2000 ,84 806  
 [ 14 ] Leanhardt A ,Görlitz A ,Chikkatur A *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2002 ,89 :190403  
 [ 15 ] Abo-Shaeer J ,Raman C ,Vogels J *et al.* Science ,2001 ,292 :476  
 [ 16 ] Rosenbusch P ,Bretin V ,Dalibard J. Phys. Rev. Lett. ,2002 ,89 :200403  
 [ 17 ] Engels P ,Coddington I ,Haljan P *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2002 ,89 :100403  
 [ 18 ] Muller E ,Ho T. Phys. Rev. A ,2003 ,67 :063602  
 [ 19 ] Wilkin N ,Gunn J ,Smith R. Phys. Rev. Lett. ,1998 ,80 :2265  
 [ 20 ] Bertsch G ,Paperborck T. Phys. Rev. Lett. ,1999 83 :5412  
 [ 21 ] Jackson A ,Kavoulakis G. Phys. Rev. Lett. ,2000 ,85 :2854  
 [ 22 ] Smith R ,Wilkin N. Phys. Rev. Lett. ,2000 ,62 061602  
 [ 23 ] Cooper N ,Wilkin N ,Gunn J. Phys. Rev. Lett. ,2001 ,87 :120405  
 [ 24 ] Xie X ,He S ,Das Sarma S. Phys. Rev. Lett. ,1991 ,66 :369  
 [ 25 ] Paredes B ,Fedichev P ,Cirac J *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2001 ,87 :010402  
 [ 26 ] Reijnders J ,Van Lankvelt F ,Schoutens K *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2002 ,89 :120401  
 [ 27 ] Regault N ,Jolicœur Th. Phys. Rev. Lett. ,2003 ,91 :030402  
 [ 28 ] Sinova J ,Hanna C ,Macdonald A. Phys. Rev. Lett. ,2003 ,90 :120401  
 [ 29 ] Schweikhard V ,Coddington I ,Engels P *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2004 ,92 :040404  
 [ 30 ] Bretin V ,Stock S ,Seurin Y *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2004 ,92 :050403

· 物理新闻和动态 ·

生命科学泰斗克里克握笔辞世

20 世纪生命科学领域最有成就的人物之一 ,DNA 双螺旋的发现者 ,1962 年诺贝尔生理和医学奖得主 ,著名分子生物学和神经科学专家弗朗西斯·克里克因患直肠癌长期医治无效 ,于 2004 年 7 月 28 日病逝 终年 88 岁.在他停止呼吸的数小时前 ,克里克还在执笔修改一篇关于 Salk’s Crick-Jacobs Center for Computational and Theoretical Biology 研究方向的文章.Salk’s Center 于 2004 年初建立 ,据这家研究机构的负责人 Murphy 说 ,克里克认为人脑中的屏状核 (claustrum) 区域对人类的意识产生可能起重要作用 ,但有关的理论已往很少有人涉及. Murphy 表示 ,克里克在临终前仍为其倾注精力的手稿 ,作为一份遗产 ,将对中心未来的研究方向产生重要影响.今后 ,中心将致力于有关脑功能的基因学、蛋白质以及神经网络研究.

克里克 1916 年出生于英国.1953 年他与詹姆斯·沃森合作发现了 DNA 双螺旋结构 ,并因此被授予诺贝尔奖.1957 年他提出“中心法则” :生命的遗传信息在于 DNA 中核苷酸的次序 ,它决定了蛋白质中各种氨基酸的排列顺序 ,并致力于破译碱基三连密码子与 20 种氨基酸之间的对应关系.20 世纪 70 年代中期 ,克里克的研究兴趣转移到脑科学——人类意识的生物学基础 ,进入位于美国加州的 Salk 生物科学研究所.1994 年 ,克里克以 78 岁的高龄出任 Salk 研究所所长职务.他认为 ,这是为后人铺路.他要以自己的努力使脑功能研究获得科学界的广泛认可.

克里克认为 ,不存在所谓的“灵魂” ,人类的喜怒哀乐、记忆、意识乃至雄心壮志都只不过是无数神经细胞与相关分子组合而成的某种行为.学术界普遍认为 ,克里克的一生是学术的一生 ,是为生命科学专注奉献的一生.2003 年 ,沃森的新书 *The Secret of Life* 出版 ,沃森将此书献给克里克——一直在科研第一线埋头苦干的老伙伴.沃森曾说过 :DNA 双螺旋的发现可以是没有沃森的克里克 ,不可能是没有克里克的沃森.

( 戴闻 编译自 Nature 2004 430 597 和 WWW. Nature. com/ nature/ focus/ crick )