

一个关于分形的教学实验 ——对大学物理实验课程创新的探索*

王胜[†] 郝俊敏 沈文昊 孙翠娥

(北京大学物理学院 北京 100871)

摘要 设计了一个分形(粘性指进)的教学实验,让学生通过动手操作和计算机模拟得出各种粘性指进分形图形,并测量分形维数.从而使他们对目前活跃、有特色的科学概念——分形有所认识,有所学习.

关键词 分形,粘性指进,分形维数,计算机模拟

An introduction to fractals for experimental physics courses

WANG Sheng[†] HAO Jun-Min SHEN Wen-Hao SUN Cui-E

(School of Physics, Peking University, BeiJing 100871, China)

Abstract An experiment on fractals for undergraduates has been designed in which students can obtain various viscous fingering fractal patterns through hands-on operation and computer simulation. They can also measure the fractal dimensions of these patterns and thus grasp the basic ideas of this interesting phenomenon.

Keywords fractal, viscous fingering, fractal dimension, computer simulation

为使基础物理实验课与近期科学发展相结合,我们尝试把目前较活跃、有特色的新学科和一些新的物理概念引入教学实验中,使学生能开拓视野、启迪思维、提高兴趣.

目前,非线性科学正改变着人们对世界原有的看法,形成一种新颖的自然观.分形(fractal)是其中一个活跃的分支,它的概念和方法已被众多科学领域竞相引入,让学生对分形有初步的了解和学习是非常必要的,因此我们选择分形物理中的粘性指进现象作为这一教学实验内容.

1 基本物理概念

分形(fractal)一词由Mandelbrot在20世纪70年代首先引入^[1].它的原意是不规则的、分数的、支离破碎的(物体),它和不规则形状的几何图形有关.发展到今天,它已成为研究自然界和社会活动中不规则事物的规律性的科学.

分形的第一个特征是局部和整体有某种方式的自相似性.即对于分形,它的局部和整体,其形态、复杂程度、不规则性等各种特性均不发生变化.这种自

相似性广泛存在于自然界及社会活动的许多体系、现象和过程中.如星云分布,河流与水系,凝聚体的形状,人体的血管系统,股票的变动等等.分形的第二个特性是非整数维数.在经典的欧几里德空间中,我们熟悉的一维、二维……等经验维数都是整数.而分形,不论从局部或是整体来看都是极其不规则的,一般不能用传统的几何语言来描述.为此数学家豪斯道夫从测量角度重新引入维数D的定义,维数D可以是整数,也可以是分数.通常把维数是分数的物体称为分形,称D为分数维数.分形图形一般非常复杂,其复杂程度可以用分数维去量化.它是目前刻划分形特征的重要参量.

粘性指进是物理中一个典型的分形现象.在压力作用下低粘性流体驱赶高粘性流体时,形成树枝状的分叉流动.两种流体之间的界面具有不规则分形特性.这就是粘性指进(viscous fingering)现象.这种现象普遍存在于力学、物理学、化学以及石油、化工、水利等领域中.

* 2004-12-27收到初稿,2005-03-31修回

† 通讯联系人. Email: wsheng@pku.edu.cn

2 实验装置、做法及结果¹⁾

粘性指进现象通常用间隙很小的两块平行板间的二维流动来研究. 国内外不少学者都采用 Hele - Shaw Cell 装置(简称 H - S 盒)^[4]. 我们为了实验教学的方便,对它做了改进和简化.

本实验采用三种装置:开放式的、方形的简化 H - S 盒,平板 H - S 盒及双平板盒. 以下简介后两种.

平板 H - S 盒由两块面积相同的透明有机玻璃板组成,上板中心打孔,并安一塑料嘴,平放于下板之上. 实物见图 1. 实验时,平板 H - S 盒水平放置,在塑料嘴上套一细软乳胶管或塑料管. 用注射器针管从软管处先注入高粘性流体,再注入低粘性流体来进行驱替,就可以看到粘性指进现象. 为使图像清晰,适当采用有颜色流体.

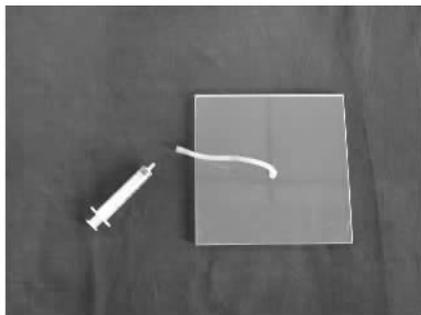


图1 平板 H - S 盒

双平板盒不采用 H - S 盒,而用不开孔的两块透明有机玻璃平板. 先在板中间填入粘性流体,然后将上板从一侧掀开,借助大气压将空气压入,也可得到粘性指进图样.

将照相机固定于实验装置上方,用来记录指进形成图像或图像演化过程.

学生可以用这些装置(操作非常容易)自主灵活搭配选择各种不同流体做实验(如甘油、机油、蓖麻油、胶水、酒精、墨水、糖水、油漆、空气、洗涤剂.....). 观察到不同的粘性指进分形图像.

用以上装置做出的粘指图样举例如下:图 2 为水(低粘性流体)驱赶甘油(高粘性流体),图 3 为水驱赶胶水,图 4 为空气驱赶胶水. 所测分形维数为 1.74 ~ 1.95.

3 测量实验图形的分形维数

将实验所照相片放大(当堂课可用已洗印放大

好的照片),用已准备好的一系列不同尺寸的网格分别覆盖在照片的分形图形上,然后用盒计数法^[2]测量分形维数 D . 另外可将图片输入计算机,用软件 photoshop 处理杂、噪物,然后采用一系列尺寸不断增大的方框覆盖到分形图形上,用 Sandbox 法^[2]在计算机上测分形维数 D . 在图 4 中可见到测试方框.

4 实验图形的计算机模拟

本实验的另一部分是计算机模拟. 由于计算机模拟现已成为与理论、实验并列的第三分支,它也是理解自然规律的一种有效研究手段,因此有必要让低年级学生在实验中接触和认识有关内容.

模拟程序由实验室提供,先给学生讲清模拟思路,然后学生可以改变模拟参数得到不同的模拟图形,并可和实验图形作比较.

粘性指进的数值模拟分确定性模拟和随机模拟两类,我们采用随机模拟^[5].

模拟原理及思路如下:

粘性指进现象是低粘性流体驱替高粘性流体时产生的. 在通常的实验研究中(如在 H - S 盒中)经简化可得出粘性指进符合以压力为变量的拉普拉斯(Laplace)方程. 即 $\nabla^2 p = 0$ (p 为压力). 因而它属于拉普拉斯分形.

由于粘性指进和 DLA(diffusion - limited aggregation)模型所遵从的方程在形式上相同,都属于拉普拉斯分形. 故在粘性指进随机模拟时可与 DLA 模型相比拟而做^[3]. DLA 模型是一种具有普适性的生长模型,它可以模型自然界许多非平衡生长过程.

但粘性指进与 DLA 模型也有区别. 真实的粘性指进同时受表面张力、压差力的影响. 压差力通过远边界处随机产生的粒子的无规随机行走在 DLA 过程中就体现出来. 称这种粒子为远程子. 为了表征表面张力作用,设计另外一种粒子,从凝聚体表面脱离,再随机行走又粘到凝聚体上. 称它为近程子.

在粘性指进现象中,存在这两种机制,远程子代表压差力作用. 它使表面尖锐,它表现的是无序、随机的效应,代表着不平衡、不稳定的非线性特征. 近程子反映表面张力作用. 它使表面平滑,它表现的是有序、平均效应,代表着平衡、稳定的特征. 它们对立统一于同一实验现象中,在这两种趋势不断改变时,就可以模拟出各种不同的粘性指进图形,例如图 5.

1) 有关实验细节将另文发表

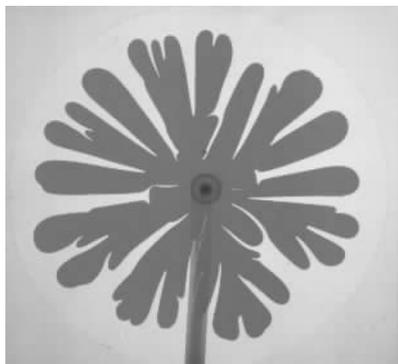


图2 实验图形一

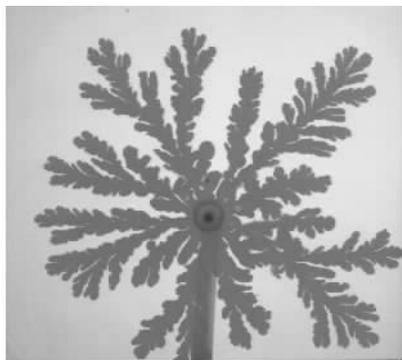


图3 实验图形二

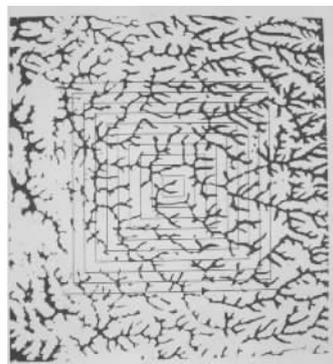


图4 实验图形三

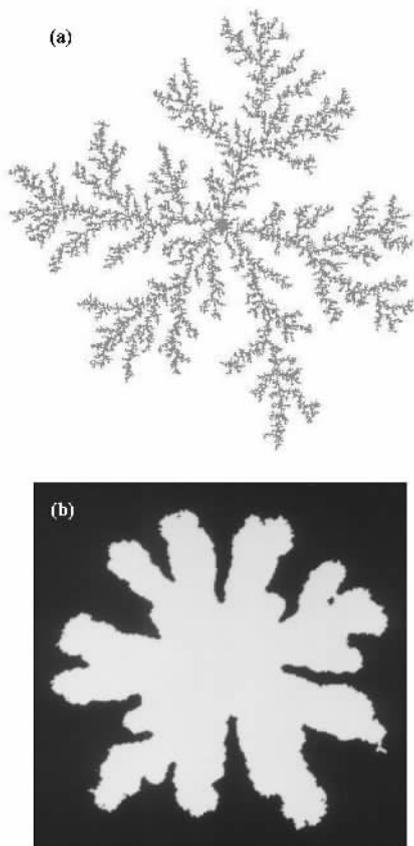


图5 (a)模拟图形一 (b)模拟图形二

这是一个活泼有趣的实验. 在实验中, 由于学生可以自主搭配多种流体材料, 亲手得出各种粘性指进分形图样. 又在计算机模拟中通过改变粒子的比例产生许多分形图形. 两类图形还可互相比较. 所以, 他们以强烈的兴趣积极的投入实验. 同时他们又学习了分形的概念和分数维的测量等知识. 学生感到他们和近期活跃在前沿的一些新领域、新概念一

下子拉近了距离, 去除了原有的神秘感.

作为教学课程, 这实验一方面有概念清楚, 设备简单, 内容新颖, 结果直观、形象的优点; 另一方面, 它贴近前沿学科, 又综合了实验和计算机模拟两种科学方法, 所以意义深刻. 最后, 它的教学内容深入浅出, 不仅可以引领学生入门, 还进一步为有兴趣的学生打开一个新的发展空间.

在课程改革过程中, 我们感到将科学前沿的一些近期成果设法引入基础物理实验教学, 是课程创新的一种较好的方式, 我们将进一步做这方面的工作.

致谢 本实验的设计与计算得到了北京大学物理学院黄昀教授的多方指导, 在此表示衷心的感谢.

参 考 文 献

- [1] 赵凯华, 朱照宣, 黄昀. 非线性物理导论. 北京: 北京大学非线性科学中心, 1992 [Zhao K H, Zhu Z X, Huang Y. Introduction of Nonlinear Physics. Beijing: Nonlinear Science Center of PKU (1992) (in Chinese)]
- [2] 孙霞, 吴自勤, 黄昀. 分形原理及其应用. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2003 [Sun X, Wu Z Q, Huang Y. Principles and Applications of Fractal. Hefei: Press of USTC (in Chinese)]
- [3] 唐松月. 粘性指进的实验和数值模拟. 北京: 北京大学硕士研究生学位论文, 1995 [Tang S Y. Experiment and Stochastic Simulation of Viscous Fingering. Beijing: Master's thesis of PKU (1995) (in Chinese)]
- [4] Szep J J. Phys. A, 1985, 18 L: 413
- [5] Liang S. Phys. Rev. A, 1986, 33(4) 2663
- [6] 王胜, 郝俊敏, 沈文昊等. 粘性指进的实验与模拟. 北京: 北京大学物理学院 (待发表) [Wang S, Hao J M, Shen W H et al. Experiment and Simulation of Viscous Fingering. Beijing, School of Physics, PKU (in Chinese)] (in press)