

# 基于局域操作下的两量子比特混态 纠缠蒸馏实验研究\*

王志伟<sup>†</sup> 周祥发 黄运锋 张永生 任希锋 郭光灿

(中国科学院量子信息重点实验室 中国科学技术大学 合肥 230026)

**摘要** 最大纠缠态在量子信息传输和处理过程中是最重要的资源之一,因此从退化的纠缠态中提炼出最大纠缠态一直是量子信息基础研究中的一个重要课题.根据 Verstraete F 等人在 *Phys. Rev. A* 2001, 64 :010101(R) 上提出的有效的方法,文章作者在实验上证明了基于局域操作下的两种形式的两量子比特混态纠缠蒸馏最佳协议.从原则上讲,文章的实验也可以容易地应用于任意两量子比特部分混合态的纠缠蒸馏.此外,作者还对经过蒸馏的第一类混合量子态进行 Clauser - Horne - Shimmony - Holt (CHSH) 不等式的检测,以验证它的“隐藏非局域性”.

**关键词** 量子信息, 纠缠蒸馏, CHSH 不等式

1

## Experimental entanglement distillation of two-qubit mixed states under local operations

WANG Zhi-Wei<sup>†</sup> ZHOU Xiang-Fa HUANG Yun-Feng ZHANG Yong-Sheng  
REN Xi-Feng GUO Guang-Can

(Key Laboratory of Quantum Information, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

**Abstract** We experimentally demonstrate optimal entanglement distillation from two forms of two-qubit mixed states under local filtering operations according to the constructive method introduced by Verstraete *et al.* [*Phys. Rev. A*, 2001, 64 :010101(R)]. In principle, our set-up can be easily applied to distill entanglement from arbitrary two-qubit partially mixed states. We also test the violation of the Clauser - Horne - Shimmony - Holt inequality for the distilled state from the first form of mixed state to show its “hidden non-locality”.

**Keywords** quantum information, entanglement distillation, Clauser - Horne - Shimmony - Holt inequality

纠缠在量子信息处理过程中<sup>[1-3]</sup>扮演着重要的作用,例如,量子隐形传态<sup>[4]</sup>、有效量子计算<sup>[5]</sup>、还有纠缠辅助量子密码<sup>[6]</sup>。总的来说,这些应用需求最大纠缠量子态。但是,由于消相干和耗散,实际的量子态一般是部分纠缠的。为了解决这个问题,纠缠浓缩就必不可少,物理学家们提出了各式各样的纠缠浓缩协议<sup>[7-11]</sup>。在实验上,Kwiat 等人利用部分起偏器<sup>[12]</sup>执行了基于非最大纠缠纯态和一种特殊类型的两量子比特混态的纠缠蒸馏。此后,基于最大纠缠混态(MEMS)的纠缠浓缩也利用类似的方法得到实现<sup>[13]</sup>。

总的来说,存在两种纠缠浓缩协议:一种需要对多份拷贝的量子态进行联合操作,另一种是对单份拷贝进行局域操作。后者在实际的操作中具有特殊意义,因为通常情况下,执行联合操作在技术上非常困难。正因如此,尽管基于一些特定形式的量子态纠缠蒸馏已经在实验上实现,但探索利用局域操作和

\* 国家重点基础研究发展计划(批准号 2001CB309300),国家自然科学基金(批准号 10304017,10404027,60121503),教育部新世纪优秀人才基金,中科院知识创新工程资助项目

2006-06-21 收到初稿,2006-06-23 修回

<sup>†</sup> 通讯联系人,Email: sdzwwz@mail.ustc.edu.cn

经典通信的任意两量子比特混态的最佳纠缠蒸馏协议还是有重要的意义. Kent 等人从理论上证明了基于普通两量子比特混态纠缠蒸馏得到的最佳的量子态是贝尔对角态<sup>[10]</sup>. 此后, Verstraete 等人创造性地给出了利用局域操作对于任意两量子比特混态的最佳纠缠蒸馏协议<sup>[14]</sup>. 在这篇研究快讯中, 我们在实验上证明了基于局域操作下的两种形式的两量子比特混态纠缠蒸馏最佳协议. 这种最佳的局域操作可以根据 Verstraete 等人的文章计算得出<sup>[14]</sup>. 并且从原则上, 我们的实验也可以应用于任意两量子比特部分混合态的纠缠蒸馏.

针对通常的两量子比特混态, 我们假定存在两个分离的部分, Alice 和 Bob, 他们各自拥有一个子系统, 并且只允许执行局域操作和经典通信. 具体地说, Alice 和 Bob 只能执行局域么正变换和局域过滤操作. 那么我们关心的就是利用局域操作是否能够增加这个系统的纠缠度并且能增加到什么程度. 这个问题很有意义, 因为在现实世界中, 量子通信信道都不是理想的. 通常情况下, Alice 和 Bob 不能直接地共享最大纠缠态.

从理论上来说, 通过引入实线性参数, 我们可以把两量子比特密度矩阵用泡利算符展开, 即  $\rho = \frac{1}{4} \sum_{i,j=0}^3 R_{ij} \sigma_i \otimes \sigma_j$ . 局域操作作用在  $\rho$  上具有这样的形式  $\rho \rightarrow (A \otimes B) \rho (A \otimes B)^\dagger$ , 相当于密度矩阵左右各乘一个正规洛伦兹变换, 然后再在  $R$  表象里进行归一化. 已经得到的最佳纠缠纯化协议有如下两种情况: 如果  $R_{ij}$  通过正规洛伦兹变换可以对角化, 我们可以从输入态中以有限的几率得到贝尔对角态, 并

且它具有最大的纠缠和最大可能的 CHSH 不等式违背<sup>[15,16]</sup>; 当  $R_{ij}$  不能被对角化, 初始态是可以准蒸馏的. 在极端情况下, 输入态可以渐进地变化为秩更低的贝尔对角态, 但是成功的几率无限接近零.

在实验上, 为了证明这种最佳纠缠蒸馏协议, 我们的注意力集中在可以被对角化的混合态. 为了实验上的方便, 我们设计了两种类型的两量子比特混态. 实验过程如下.

一块 0.59mm 厚的 BBO 晶体被波长为 351.1nm 的氩离子激光抽运 (见图 1). 在自发参量下转换过程中, 可以产生一个非最大纠缠态  $a |HH\rangle + b |VV\rangle$ <sup>[17]</sup>. 经过 BBO 晶体, 产生的光子对经过两个特定基上的相位耗散信道. 在我们的实验里, 这种相位耗散信道由石英片构成. 对于第一种形式的混合态, 我们选取石英片光轴方向和水平方向成 45°. 相位耗散信道的消相干程度由石英的厚度和干涉滤波片的带宽决定<sup>[18]</sup>. 在实验中, 我们选取  $a = 0.23$ ,  $b = 0.97$ ,  $p = 0.013$ . 根据计算, Alice 和 Bob 所需的局域操作分别为  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.49 \end{pmatrix}$  和  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.49 \end{pmatrix}$ . 对于 Alice, 局域操作可以通过在她的路径中插入倾斜的载波片来实现 (大约倾斜 73°), 这种构造对水平偏振的透过率为 92%, 对垂直偏振的透过率为 22%. 对于 Bob, 需要的操作是一个过滤操作和一个单量子比特的么正操作. 他仅需要在他的载波片后放置一个其光轴方向和垂直方向夹角为 45°的半波片. 我们也可以用 Mach-Zehnder 干涉仪来实现这种局域的过滤操作<sup>[19]</sup>, 但是它对相位稳定性和干涉可见度有很高的要求.

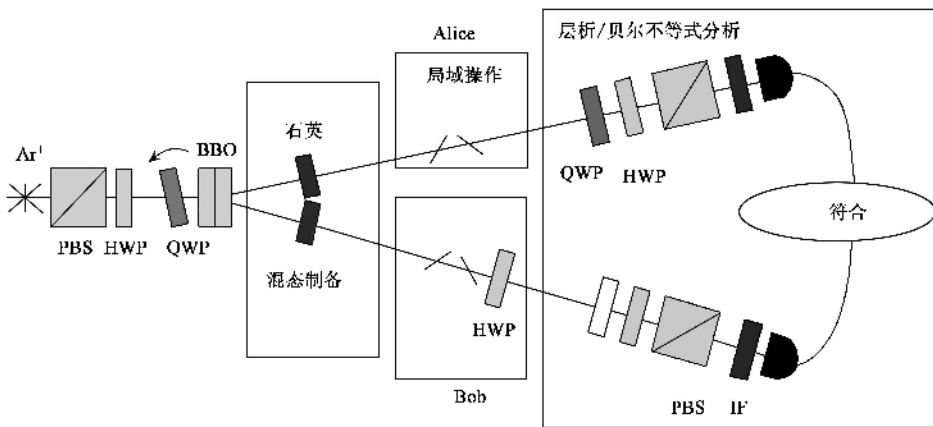


图 1 实验装置图 (PBS 为偏振分束器, HWP 为 1/2 波片, QWP 为 1/4 波片, IF 为干涉滤波片)

为了得到蒸馏后量子态的形式,我们运用量子层析的办法<sup>[17,20]</sup>.借助于每路一个1/4波片、半波片和一个检偏器,光子的偏振可以在任意基上被检测.

我们运用 concurrence<sup>[21]</sup>来描述两子系的纠缠度.蒸馏前后的纠缠度分别是  $0.248 \pm 0.021$  和  $0.672 \pm 0.044$ .我们得到的蒸馏后的量子态和理论上的贝尔对角态的保真度是 0.82.通过数据可以表明,借助于局域操作,我们可以有效地提高两子系的纠缠度.实验的误差主要来源于初始态的制备(保真度为 94%)并且在强过滤操作下,初始态微小变化对最后量子态都会产生很大的影响.

我们通过检测 CHSH 不等式证明了“隐藏非局域性”的存在.在 CHSH 不等式中,存在一个  $|S|$ ,它的数值是四种偏振关联几率的结合.如果  $|S| > 2$ ,我们只能用量子力学来解释这种关联.在实验上,用来做量子层析的装置也可以用来检验 CHSH 不等式.通过归一化程序<sup>[22]</sup>,我们测到了蒸馏前后的  $|S|$  的数值分别为  $1.853 \pm 0.011$  和  $2.175 \pm 0.024$ ,而后的理论值是 2.192,实验结果和理论符合得很好,并且我们得到了 7 个标准偏差的不等式违背.在这个纠缠蒸馏过程中,Alice 和 Bob 只运用了局域操作和经典通信.就像 Kwiat 等人所指出的那样,这种非局域性验证依赖于“条件几率”.我们用局域操作以较小几率选取了一个子系综,而正是这个子系综才体现了非局域的关联.这个思想很类似于纠缠蒸馏,我们可以增加子系综的纠缠度但不能增加整个系综的纠缠度<sup>[23]</sup>.

接下来考虑针对第二种类型的混合态的纠缠蒸馏.我们选取相位耗散信道作用于  $\{H, V\}$  基上.对这种类型的混合态,需要的局域操作仅仅是 Bob 的一个单边过滤操作  $\begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ .我们考虑  $a = 0.44$ ,  $\rho = 0.52$ ,  $b = 0.063$ .在局域操作下,未态的纠缠度也能得到显著的提高.当  $a = 0.44$ ,纠缠度从  $0.552 \pm 0.017$  增加到  $0.641 \pm 0.022$ ,蒸馏前后的量子态和理论上的态保真度分别为 98% 和 96%;当  $a = 0.52$ ,纠缠度从  $0.559 \pm 0.017$  增加到  $0.666 \pm 0.021$ ,蒸馏前后的量子态和理论上的态保真度均为 97%.

结论:我们在实验上证明了基于局域操作下的在  $R$  表象可对角化的两种类型的两量子比特混合态纠缠蒸馏.针对第一种类型,局域操作涉及到双边的过滤操作.而对第二种类型,仅仅需要单边的过滤操作.实际上,我们可以把这种方法推广到任意的两量子比特部分混合态.由此可见,主要的实验难度集中在

任意两量子比特混合态的制备.

另一方面,非完美的初始混合态制备也是实验误差的一个主要原因.但是在实际情况中,我们总是可以把利用量子层析得来的量子态作为输入态,然后再执行相应的局域操作.这样,实验的精度会进一步的提高.经过局域操作后,我们可以得到贝尔对角态,它具有最大的纠缠度和最大可能的 CHSH 不等式违背.我们在实验上获得了 7 个标准偏差的不等式违背,它有力地证明了“隐藏非局域性”的存在.近来人们发现,贝尔对角态可以用来执行广义的量子密钥分配协议<sup>[24]</sup>.

实验中所用的方法非常简单实用,因为仅仅需要局域操作并且能够有效地增加混合态的纠缠度<sup>[25]</sup>.这会对量子通信以及探索各式各样的量子信息处理过程有很大的帮助.

致谢 作者感谢孙方稳、项国勇的有益讨论.

## 参 考 文 献

- [ 1 ] 张永生,李传锋,郭光灿.物理,2000,29:740[ Zhang Y S, Li C F, Guo G C. Wuli( Physics ),2000,29:740( in chinese )]
- [ 2 ] 郭光灿.物理,2001,30:286[ guo G C. Wuli( Physics ),2001,30:286( in Chinese )]
- [ 3 ] 薛鹏,郭光灿.物理,2002,31:387[ Xue P, Guo G C. Wuli( Physics ),2002,31:387( in Chinese )]
- [ 4 ] Bennett C H *et al.* Phys. Rev. Lett.,1993,70:1895
- [ 5 ] Bennett C H, DiVincenzo D P. Nature,2000,404:247
- [ 6 ] Ekert A K. Phys. Rev. Lett.,1991,67:661
- [ 7 ] Bennett C H, Bernstein H J, Popescu S *et al.* Phys. Rev. A,1996,53:2046; Bennett C H *et al.* Phys. Rev. Lett.,1996,76:722
- [ 8 ] Gisin N. Phys. Lett. A,1996,210:151
- [ 9 ] Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R. Phys. Rev. Lett.,1997,78:574
- [ 10 ] Kent A, Linden N, Massar S. Phys. Rev. Lett.,1999,83:2656
- [ 11 ] Thew R T, Munro W J. Phys. Rev. A,2001,63:030302( R ); Thew R T, Munro W J. Phys. Rev. A,2001,64:022320
- [ 12 ] Kwiat P G, Barraza-Lopez S, Stefanov A *et al.* Nature,2001,409:1014
- [ 13 ] Peters N A, Altepeter J B, Branning D *et al.* Phys. Rev. Lett.,2004,92:133601
- [ 14 ] Verstraete F, Dehaene J, DeMoor B. Phys. Rev. A,2001,64:010101( R )
- [ 15 ] Verstraete F, Wolf M M. Phys. Rev. Lett.,2002,89:170401
- [ 16 ] Clauser J, Horne M, Shimony S *et al.* Phys. Rev. Lett.,1969,23:880
- [ 17 ] White A G *et al.* Phys. Rev. Lett.,1999,83:3103

[ 18 ] Berglund A G. e-print quant-ph/0010001 ;Zhang Y S ,Huang Y F ,Li C F *et al.* e-print quant - ph/0206166.

[ 19 ] Zhang C. Quantum Inf. Comput. 2004 ,4 :196

[ 20 ] James D F V ,Kwiat P G ,Munro W J *et al.* Phys. Rev. A , 2001 ,64 052312

[ 21 ] Hill S ,Wootters W K. Phys. Rev. Lett. ,1997 ,78 :5022 ; Wootters W K. Phys. Rev. Lett. ,1998 ,80 2245

[ 22 ] Aspect A ,Grangier P ,Roger G. Phys. Rev. Lett. ,1982 49 : 91

[ 23 ] Bennett C H ,Bernstein H J ,Popescu S *et al.* Phys. Rev. A , 1996 ,53 2046

[ 24 ] Kaszlikowski D *et al.* Phys. Rev. A ,2005 ,71 012309

[ 25 ] Wang Z W ,ZHOU X F ,Husng Y F *et al.* Phys. Rev. Lett. , 2006 ,96 220505



· 信息服务 ·

### 欢迎订阅 2007 年《大学物理》

《大学物理》是中国物理学会主办的、以高校物理教学研究为主要内容的学术性刊物,是中文核心期刊和中国科技论文统计源期刊。《大学物理》的办刊宗旨是:紧密结合我国高等院校物理教学实践,开展学术交流,报导研究成果,介绍物理学在技术领域和交叉学科的应用及物理学前沿进展,以提高我国高校物理教学质量和研究水平。主要栏目有教学研究、教学讨论、物理实验、教学改革、基础物理教学现代化问题、物理教育与科学素质培养、前沿综述、专论、物理·自然·技术·社会、物理学史等。本刊读者对象为高校物理教师、学生,中等学校物理教师和物理学工作者等。

本刊自创刊以来,始终坚持高标准、高质量的办刊原则,在这一原则的指导下,发表了许多高水平的论文。在这些论文中,有些澄清或纠正了某些国内外教材或文献中长期存在的混乱和错误;有些对扩展教师的知识面有重要的参考价值;有些论文的内容完全可以用来更新国内外教材的相应内容。在推广教学研究成果,促进我国高校物理教学改革和教学现代化的进程中,本刊做出了积极贡献,在一定程度上起到了导向的作用。25年来《大学物理》以严肃的科学作风和认真的工作态度,受到广大读者的信赖与好评,被读者誉为“研讨教学、解决疑难、交流学术、开阔眼界、启迪思维”的良师益友。为此,本刊被评为中国科协优秀学术期刊。

本刊每期为64页,大16开,国内由邮局发行,可在全国各地邮局订阅,邮发代号82-320,国外由中国国际图书贸易总公司发行,发行代号:M 679。国内定价:每期8.00元,全年96.00元。



· 物理新闻和动态 ·

### 一种处理乳层 X 射线图像的新方法

最近在美国 Orlando 市召开的美国医学物理会议上, Duke 大学的 G. Tourassi 博士和她的研究组制作了一个新的软件,它可以将乳层 X 射线图像的诊断提高到“秒级鉴定”的水平。众所周知,在网络上有一个 Google 搜索软件,当你将所需的字输入后,它就可以迅速地选出与此有关的信息, Duke 大学研究组的软件是在医学上用计算机程序快速地搜索与鉴别乳层 X 射线图像上有关胸部组织的一切可疑部分。

过去在临床和门诊时常用的设备是计算机辅助检测知识库(knowledge-based computer assisted detection, KB-CAD)系统,利用该系统中储存的乳层 X 射线图像数据与所要诊断的病例进行对比与分析,帮助医师诊断乳腺肿瘤的生长情况。当一个新的、不太清楚的病状出现时, KB-CAD 将会对此病例与知识库中的所有图像作对比,如果病例与乳腺肿瘤图像的数据非常接近时,就可以得出存在肿瘤的判断。但这种方法效率比较低,因为病例要与知识库中的所有资料作对比,特别是随着知识库内存的增长,这个缺点将越来越突出。

Duke 大学研究组的工作是将原有的 KB-CAD 设备与她们研制的类似于 Google 的搜索软件相结合,它将会自动选择那些与所要诊断病例相接近的图像数据来对比,来分析。选择的原则是利用“图像熵”概念来完成的。“图像熵”是反映图像中无序与复杂性程度的一个物理概念。若一个图像完全是黑色或白色的,则它的图像熵等于零;对于一张国际象棋黑白相间的棋盘,它的图像熵值也非常低,因为它的黑白像素是相等的。当一帧图像中多种像素的强度(即有不同的灰度)具有广泛的分布时,那么这帧图像就具有较高的图像熵。这就是 Duke 大学所研制的处理系统的核心。她们的系统可以将乳层 X 射线图像中正常组织与肿瘤细胞快速地区分,并进行对比分析。这是一项极具挑战意义的工作。当 KB-CAD 系统中存在着 2300 张乳层 X 射线图像的数据时, Duke 研究组的方法只要分析 600 张图像就能得出完全有用的信息,因此每进行一次诊断,就可节省四分之一的时间。研究组准备在明年内继续追踪研究这个新方法对临床应用的影响。

(云中客 摘自 美国医学物理协会会议论文集, Paper TU-D-330A-8, August 2006)