# 声子晶体中第二能带的回波负折射\*

亮 卢明辉 冯 刘小平1 陈延彬2 陈亚峰<sup>1,†</sup> 毛-薇3 盗 **剑**<sup>4</sup> 朱永元」 闵乃本<sup>1</sup> 祝世宁」 (1 南京大学固体微结构物理国家重点实验室 南京 210093) (2 密歇根大学材料科学与工程系 美国 密歇根州 48109) (3 南京大学声学研究所 南京 210093) (4 复旦大学表面物理国家重点实验室 上海 200433)

摘 要 文章从理论和实验上研究了二维三角晶格声子晶体第二能带具有回波(backward – wave)效应的负折射现 象. Bragg 散射将第二能带等频线(equifrequency surface)分成两类,它们分别凹向简约布里渊区(BZ)的 K 点和 Γ 点, 并由此导致了两种不同的回波负折射现象.理论和实验证明,这两类负折射的角度与声波的频率以及入射角的变化 关系截然不同,同时在第二能带中,不仅存在回波负折射,还存在回波正折射.这两种折射所具有的回波效应都可以 用于通过位相补偿效应来突破衍射极限.上述现象和左手材料中以及声子晶体第一能带中的折射现象是不相同的, 揭示了声子晶体,第二能带具有更丰富的物理现象.

关键词 人工微结构晶体 ,负折射 ,声子晶体 ,回波效应

# Acoustic backward-wave negative refraction in the second band of a sonic crystal

LU Ming-Hui<sup>1</sup>FENG Liang <sup>1</sup>LIU Xiao-Ping<sup>1</sup>CHEN Yan-Bin<sup>2</sup>CHEN Yan-Feng<sup>1</sup>,<sup>†</sup>MAO Yi-Wei<sup>3</sup>ZI Jian <sup>4</sup>ZHU Yong-Yuan<sup>1</sup>ZHU Shi-Ning<sup>1</sup>MING Nai-Ben <sup>1</sup>

(1 National Laboratory of Solid State Microstructures, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

(2 Department of Materials Science and Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan 48109, USA)

(3 Institute of Acoustics , Nanjing University , Nanjing 210093 , China )

( 4 National Laboratory of Surface Physics , Fudan University , Shanghai 200433 , China )

**Abstract** Acoustic negative refraction with backward-wave (BW) effects have been both theoretically and experimentally established in the second band of a two-dimensional (2D) triangular sonic crystal. Intense Bragg scattering results in extreme deformation of the second band equifrequency surface (EFS) into two classes : one around the K point and the other around the  $\Gamma$  point of the reduced Brillouin zone. The two classes can both lead to BW negative refraction but with reverse negative refraction dependence on frequency and incident angle. Not only BW negative refraction but also BW positive refraction can be present at equifrequency surfaces around the K point , so it is possible to enhance the resolution of acoustic waves beyond the diffraction limit regardless of refraction. This has no analogy in either left-handed materials or the first band of sonic crystals. These characteristics make refraction in the second band quite unique.

Keywords artificial microstructure crystal , negative refraction , sonic crystal , backward-wave effect

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划(批准号 2001 CB610404 )和国家杰出青年科学基金(批准号 50225204 )资助项目 2006 - 02 - 28 收到初稿 2006 - 04 - 07 修回

<sup>†</sup> 通讯联系人. Email .yfchen@ nju. edu. cn

1 引言

1968 年 Veselago 提出了一种同时具有负介电 常数和负磁导率的材料,并将之称为左手材料 (LHM)<sup>11</sup>.光在该材料中传播时,遵从麦克斯韦方 程,该方程的平面波解为

$$k \times E = \frac{\omega}{c} \mu H , \qquad (1)$$

$$k \times H = -\frac{\omega}{c} \varepsilon E , \qquad (2)$$

$$S = \frac{c}{4\pi} E \times H. \tag{3}$$

由(1),(2)式可以看出,电场强度和磁场强度 以及波矢 k 三个矢量构成了左手坐标系. 由(3)式 可以得出 伴随这种左手性 波的波矢方向和能流传 播方向(玻印廷矢量方向)相反,这种效应称为回波 (backward – wave)效应(在各向异性的光子晶体或 声子晶体中 回波效应可以理解为虽然能流方向和 波矢方向不是共线的,但是当能流方向是指向前时, 波矢方向总是指向后方的).在满足边界条件的情 况下 折射束和入射束能流方向处于法线的同侧 出 现负折射. Pendry 等人提出了由共振劈裂环以及金 属线阵列构成的双负左手材料<sup>[2-4]</sup> Smith 等人在此 基础上在实验上实现了微波频段的回波负折射 (BWNR)<sup>5-7</sup>]. 通过 BWNR,回波效应将导致位相补 偿 因而由左手材料构成的透镜可以实现近场倏逝 波(evanescent wave)的放大和传输波的聚焦,实现 突破衍射极限的亚波长成像[8-11].

最近,在光子晶体中也实现了负折 射<sup>[12,13,15-18]</sup>.但是和左手材料不同,在光子晶体中, 负折射的产生强烈地依赖于能带色散关系.由于所 处能带的不同,会出现两种负折射效应,其中之一是 指在第一能带中由于强 Bragg 散射导致的负折 射<sup>[12,13]</sup>,它并不具有有效的负折射率,仅仅存在负 折射现象.这种由非圆形色散关系引起的负折射效 应,在正常的双折射晶体也会出现. Chen 等人提出 了对于单轴双折射晶体,在光轴和界面法线存在夹 角的情况下,入射角满足一定角度范围时,也会出现 负折射<sup>[14]</sup>.这种折射仍然遵循右手特性,并不具有 负的波矢和回波效应.而另外一种是指在光子晶体 高能带中,类似于左手材料中的具有回波效应的负 折射<sup>[15-17]</sup>,它同时具有负折射和有效的负折射率. 凭借回波效应引起的相位补偿,可以通过光子晶体 构成"超透镜",实现近场倏逝波的放大<sup>[18]</sup>,已经利 用光子晶体实现了红外频段电磁波的'超透镜'<sup>[19]</sup>.

类比于光子晶体,很自然地考虑基于声子晶体 的声学透镜<sup>[20,21]</sup>. 虽然对于声子晶体没有相应的左 手坐标系,但是人们仍然期望能够得到声波的 BWNR,由此实现声学近场倏逝波的放大. 正如光子 晶体中的左手电磁学一样,BWNR 同样也存在于声 子晶体中,相应地得到有效的负折射率<sup>[21,22]</sup>. 对于 BWNR,以往的文献主要讨论<sup>[15—19,21,22]</sup>某些高对称 方向( $\Gamma - M$ 或者 $\Gamma - K$ )的群速度方向和波矢方向 反平行,因此折射情况可以由有效折射率定出. 但是 除了有效折射率之外,光子晶体或者声子晶体中任 意方向的波的 BWNR 并没有被讨论过,这促使我们 考虑更一般情况下的波的 BWNR 效应,找出它们和 频率、入射角度的依赖关系. 沿任意方向传播的波, 即在简约布里渊区内的 BWNR 效应揭示了比最低 能带的负折射更一般、更有趣、更复杂的物理现象.

### 2 实验和理论分析

#### 2.1 实验装置

本实验中的声子晶体是一个由钢柱和空气背景 构成的二维三角声子晶体,其晶格参数为4.5mm, 钢柱的半径是1.0mm,长250mm.水平方向沿 $\Gamma - K$ 方向排列,共99 层,而垂直方向沿 $\Gamma - M$ 方向,一共 有20 层( $\rho_{\text{steel}} = 7800 \text{kg/m}^3 \rho_{\text{air}} = 1.21 \text{kg/m}^3 c_{\text{steel}} = 6100 \text{m/s} \rho_{\text{air}} = 344.5 \text{m/s}$ ,其中空气中的声速是在 20°C 下测得的).

整个实验装置如图 1 所示,声波沿垂直方向  $\Gamma$ – *M* 传播,所以声子晶体和空气的界面法线方向为  $\Gamma$  – *M*. 声子晶体放置在两个换能器(美国 Airmar 公 司 AT50 型换能器,其中心频率为 50 kHz )之间,前 端一个作为发射器,后端一个作为接收器.用信号发 生器(型号为美国 Agilent 公司的 33120A 型 )通过 发射器发出一个脉冲个数为 50 的高斯脉冲波束作 为入射波.为了消除大的角度发散,采用一个 100mm 长,15mm 厚的海绵卷成一个内半径为 15mm 的吸波导管,放在发射器和声子晶体之间.这样通过 把大角度的波束吸收掉,可以得到一个比较理想的 高斯波束.而接收器则固定在一个角度计上,角度计 可沿声子晶体的侧向( $\Gamma$  – *K* 方向)移动.为了消除 近场效应的影响,探测装置距离声子晶体 10cm 以 上.需要注意,发射器及接收器和声子晶体入射界面 的法线所成的角度相一致. 透射信号通过时间分辨 率为2.5ns的示波器来采集,最强信号的位置被当 作是声波的折射束的出射位置. 如果折射束和入射 束居于入射法线的同侧或异侧,则分别对应于负折 射和正折射. 实验中声波的频率范围从 45.5kHz 到 56kHz.



图 1 用于测量二维声子晶体超声波透射强度的实验示意图,包括两个换能器,一个吸波波导管,一个信号发生器,一个示波器. 插图矩形框内所示的是一系列钢柱插成的二维三角声子晶体, 它放置在两个换能器之间,声子晶体的表面法线为*Γ*-*M*方向

#### 2.2 理论分析

声子晶体中的 BWNR 效应可以通过声子能带 结构和等频线(EFS)来理解. 我们采用平面波和多 重散射的方法计算了二维三角声子晶体的能带结 构,如图 2(a)所示. 从图中可以看出,在声子晶体第 二能带中, $\Gamma$ 点的频率比其他点的频率都要高,即等 频线的梯度方向(如图 2(b)所示)是指向 $\Gamma$ 点的, 也就是说  $p_g \cdot k < 0$ . 由于群速度方向总是向前(正) 的,所以波矢方向总是向后(负)的,这就是回波 (BW)效应. 波矢为负,则存在相应的有效负折射率  $n_{\rm eff} = k_{\rm SC}/k_{\rm air}$ .

在第二能带中,除了几个高对称方向( $\Gamma - M$ 或  $\Gamma - K$ )外,声子晶体内的折射关系是很难参考文献 [20]所用方法用有效折射率来确定的.在布里渊区 内部,最好用声子晶体等频线来确定波的折射方向. 如图 2(b)所示,当声波以 30°入射角从空气入射进 声子晶体时,由于 BW 效应,原本指向右下方的前向 波矢,在声子晶体中变为指向左边,因为只有在等频 线的左半边才能找到对应点.为了保证沿声子晶体 的界面方向( $\Gamma - K$ )波矢一致,这个对应点应该处 于声子晶体的等频线的左下部分,表示具有负的波 矢,而等频线在该点的梯度方向就是群速度方向,也 就是折射方向,它指向右上方.这时入射线和折射线 处于入射界面法线 *Г – М*的同一侧,表明这时出现 了回波负折射(BWNR).

#### 2.3 折射角对频率和入射角的关系

在二维三角声子晶体的第二能带中,由于边界 的强 Bragg 散射,将布里渊区内部的原本连续的等 频线分成两种:一种是变化剧烈的,凹向 *K* 点的等 频线:另一种是变化较缓慢的,凹向 *Γ* 点的等频线. 这两种等频线由于它们各自不同的频率依赖关系会 导致两种不同特征的 BWNR,它们与频率和入射角 的关系截然不同.

当频率低于 48.8kHz 时(M 点),等频线凹向 K 点 而且沿着 K 到 M 方向 频率逐渐变大. 所以对于 以 30°角入射的频率低于 48.8kHz 的声波,频率变 小,空气中的波矢 $k_{a}$ 首先在布里渊区边界K - M上 发现它在声子晶体等频线上的对应点 ,表示其折射 角为 – 90°. 而随着频率升高 ,等频线的曲率变小 ,变 得趋于平坦 使得对应点远离布里渊区边界 这导致 负折射角度变小;而当频率高于48.8kHz时,等频 线凹向 Г 点 越往中心频率越高. 随着频率的升高, 声子晶体等频线逐渐缩小 曲率也逐渐变大 因此导 致更大的负折射角. 当等频线足够小的时候 则可能 没有对应点存在,意味着此时折射角度为-90°,或 者说开始发生了全内反射(total internal reflection). 也就是说,存在一个截止频率,它对应的折射角为-90°. 在此,用来定义全角度负折射(AANR)的方法 也可以用在这里,可以定义一个单一高斯波束 BWNR 的频率范围. 在图 2(a)中,两条虚线所包含 的区域指出 ,以 30° 角入射的声波发生 BWNR 的频 率范围是从 45.0kHz-58.2kHz. 该入射波的色散曲 线 $f = \frac{1}{2\pi} \times \frac{ck_{air}}{\sin 30^{\circ}}$ ,分别从 *M* 点和 *Г* 点开始计算,它 在M - K和 $\Gamma - K$ 方向上分别和声子晶体的色散曲 线的交点 对应于发生 BWNR 效应的声波起始频率

对于 30°角入射的声波,在存在 BWNR 效应的 频率范围(45.0kHz—58.2kHz)内,负折射角和频率 紧密相关.实验结果如图 3 所示.图 3(b)为实验所 测的平均透射强度角度分布随频率的变化关系,和 理论计算的折射角和频率依赖关系基本吻合.负折 射角在 47.0kHz,达到其最小值,理论和实验结果分 别为 – 28.4°, – 32.0°.从45.0kHz 到 47.0kHz,负折 射角度越来越小,变化非常迅速,这是由于强 Bragg

(45.0kHz)和截止频率(58.2kHz).



图 2 声波负折射的示意图(a)声子晶体的能带结构. 在 45.0kHz 到 58.2kHz 之间标明了和法线  $\Gamma - M$  成 30° 角入射时发生负折 射的频率区域(b)在波矢空间中,频率为 47.0kHz(实线)和 53.0kHz(虚线)在空气和声子晶体中的等频线. 其中  $k_{sc}$ 和  $v_{g}$  分别是 声子晶体中相应的波矢和群速度

散射导致凹向 K 点的等频线发生剧烈变化而引起 的. 而从 47.0kHz 到 48.8kHz ,虽然等频线仍然凹向 K 点 ,但这是等频线从 K 点到 Γ 点的过渡区域 ,因 此变化趋势变缓 ,但等频线随频率升高曲率仍逐渐 变大 ,导致了更大的负折射角. 从 48.8kHz 到 58. 2kHz ,Bragg 散射作用使得凹向 Γ 点的等频线的曲 率随频率升高逐渐变大(在近 Γ 点 ,等频线的曲率 变化还是比较剧烈的),因此负折射角度也随着频 率升高而缓慢变大. 正是由于两种不同的等频线的 存在 ,使得在 BWNR 的频率范围内 ,负折射角度随 频率 的 色 散 关 系 并 不 是 单 调 的 ,这 和 以 往 报 道<sup>[12,19,20]</sup>第一能带中的负折射现象相比显得更加复 杂.

BWNR 和声波的入射角也是紧密相关的. 对于 上述两种 BWNR, 折射角随声波入射角度的色散关 系也恰好相反. 图 2( c)同样可以用来描述固定频率 时,负折射角和入射角的关系. 对于等频线凹向 K 点的频率 47. 0kHz 来说,存在两个方向带隙:一个 对应于入射角度从 0°到 21.4°,另外一个对应于从 38.6°到 90°. 只有当入射角度在 21.4°到 38.6°之 间时,才可以在声子晶体等频线上发现和空气中波 矢 k<sub>air</sub>的对应点. 在初始入射角为 21.4°时,首先是 在布里渊区边界 K – M 上出现对应点,相应折射角 为 – 90°. 随着入射角度的变大,折射从负变到正,在 入射角为 38.6°时,达到最大的正折射角 30°. 而对



图 3 负折射和频率的依赖关系 (a)与法线 Γ – M 成 30° 角入 射时 不同频率的声波的负折射角和频率的对应关系图 理论曲 线 线)和实验测量(实心点)相对应 (b)平均透射声强对频率 和折射角的分布图

于等频线凹向 / 点的频率 53.0kHz 来说 ,它在声子 晶体中的等频线比其在空气中的等频线小 ,因此会



图 4 47.0kH<sub>4</sub>(a)和 53.0kH<sub>4</sub>(b)两个频率的声波负折射角随 入射角度的变化曲线.其中的点表示测量值 线表示计算值.

出现全内反射,即当入射角度大于43.6°时不存在 折射束.而随着角度由0°逐渐增大到43.6°时,负 折射角度会单调地由0°变到-90°.为了证实这种 效应,在对频率为47.0kHz和53.0kHz时,通过改 变入射角度得到折射角随入射角的变化关系分别由 图4(a)和图4(b)给出.由图4可以看出,实验和理 论是符合比较好的.可以看出,这两种截然相反的折 射现象,赋予了任意方向的折射更加丰富的物理内 涵,这会导致一些更有趣的效应,比如回波正折射 (BWPR).



图5 声子晶体第一能带和第二能带的折射示意图,并相应地类 比于光子晶体

#### 2.4 光子晶体和声子晶体中折射效应的比较

存在于声子晶体第二能带中的具有 BW 效应的 负折射 和 LHM 中以及声子晶体第一能带中的负折 射相比,具有独特的性质.这种区别可以用图5来表 示. 在声子晶体第二能带中,凹向 $\Gamma$ 点的等频线所 对应频率的声波,它所固有的 BWNR 和 LHM 中的 负折射存在一定的相似性,即都存在由近似各向同 性的等频线导致的有效负折射率. 但是对于凹向 K 点的等频线 则会导致包括 BWNR 和 BWPR 这两种 回波效应,尤其是 BWPR 效应,是 LHM 和声子晶体 第一能带中所不具有的现象. 所有这些丰富的物理 效应 均归因于在三角晶体布里渊区边界的强 Bragg 散射作用导致的等频线的剧烈变形.因此,在声子晶 体第二能带中的 BWPR ,是它区别于在左手材料及 第一能带中的负折射的最重要的特征. 比较在光子 晶体第二能带中的类似效应 ,声子晶体中的 BWNR 和 BWPR 分别类比于光子晶体中的左手负折射和 左手正折射.由于 BW 效应会导致波在传播过程中 的相位补偿,则无论是 BWNR 还是 BWPR,在第二 能带中的近场倏逝波总是会被放大,从而突破声波 的衍射极限,提高其分辨率[11].

#### 3 结束语

总而言之,我们从理论和实验上研究了二维三 角晶格声子晶体第二能带中的折射现象:声子晶体 第二能带中负的波矢和负的相速度以及有效负折射 率,从而实现了具有 BW 效应的负折射.由于声波在 布里渊区边界受到强烈的 Bragg 散射作用,导致了 凹向 K 点和凹向 Γ 点两类不同的等频线.正是由于 第二能带中这两种等频线和频率的色散关系不一 样,引起了 BWNR 对频率、入射角度截然相反的依赖关系,而且在第二能带中,同时存在 BWNR 和 BWPR 效应.这一有趣的现象是区分它和 LHM 以及 声子晶体第一能带中的负折射现象的重要特征.由 于 BW 效应引起的位相补偿,提供了放大近场倏逝 波的方法,从而能够增强声波的分辨率,并有可能得 到突破衍射极限的亚波长成像.这些效应可以扩展 到光子晶体或者其他经典波在周期结构中的传播, 从而显示了广泛的应用前景.

#### 参考文献

- [ 1 ] Veselago V G. Sov. Phys. Usp. , 1968 ,10 :509
- [2] Pendry J B , Holedn A J , Stewart W J et al. Phys. Rev. Lett. , 1996 ,76 :4773
- [3] Pendry J B, Holedn A J, Robbins D J et al. J. Phys. : Condens. Matter, 1998, 10:4785
- [4] Pendry J B , Holedn A J , Robbins D J et al. IEEE Trans. Microwave Theory Tech. , 1999 , 47 :2075
- [5] Smith D R, Padilla W J, Vier D C et al. Phys. Rev. Lett., 2000, 84:4184
- [6] Shelby R A , Smith D R , Nemat Nasser S C et al. Appl. Phys. Lett. 2001 , 78 :489
- [7] Shelby R A , Smith D R , Schultz S. Science , 2001 , 292 :77

- [ 8 ] Pendry J B. Phys. Rev. Lett. , 2000 , 85 : 3966
- [9] Houck A A, Brock J B, Chuang I L. Phys. Rev. Lett., 2003, 90:137401
- [10] Feng L , Liu X P , Lu M H et al. Phys. Lett. , A , 2004 , 332 :449
- [11] Luo C , Johnson S G , Joannopoulos J D et al. Phys. Rev. B , 2002 , 65 :201104 ( R )
- [12] Cubukcu E , Aydin K , Ozbay E et al. Nature , 2003 , 423 : 604
- [13] Notomi M. Phys. Rev. B , 2000 , 62 : 10696
- [14] Chen X L , He M , Du Y X et al. Phys. Rev. B , 2005 , 72 : 113111
- [ 15 ] Foteinopoulou S , Soukoulis C M. Phys. Rev. B , 2003 , 67 : 235107
- [16] Parimi P V , Lu W T , Vodo P et al. Phys. Rev. Lett. , 2004 , 92 :127401
- [ 17 ] Guven K , Aydin K , Alici K B et al. Phys. Rev. B ,2004 ,70 : 205105
- [18] Berrier A, Mulot M, Swillo M et al. Phys. Rev. Lett., 2004, 93:073902
- [19] Zhang X , Liu Z. Appl. Phys. Lett. , 2004 , 85 : 341
- [20] Yang S, Page J H, Liu Z et al. Phys. Rev. Lett. , 2004, 93: 024301
- [21] Page J H , Sukhovich A , Yang S. Phys. Stat. Sol. B , 2004 , 241 : 3454
- $\left[ \begin{array}{c} 22 \end{array} \right] \ \ Qiu \ C$  , Zhang X , Liu Z. Phys. Rev. B , 2005 , 71 :054302

•物理新闻和动态 •

## 原子钟怕热

1 秒钟时间的长短是用铯原子的跃迁频率定义的. 如今美国和澳大利亚的两组物理学家计算出, 铯原子 跃迁频率由于黑体辐射所发生的微小移动. 虽然此前也计算过这种移动,但是不同研究组所估计的移动的大 小相差约10%. 这就在原子钟的输出结果中造成相当大的不确定度.

1 秒钟定义为铯 – 133 原子中两个超精细能级之间 9192631770 个周期的辐射跃迁. 当前的铯原子钟的 精度达到 10<sup>-15</sup> 相当于 3 千万年中的误差小于 1 秒. 然而,如果由于黑体辐射引起的铯原子能级的微小移动 能够精确地测定,这一精度至少可以提高一个数量级. 虽然这种微小的移动可以通过将原子钟冷却到绝对零 度来完全消除,但是对于大多数应用来讲,这是不切实际的.

物理学家们发现,以前对于黑体辐射移动估算中的分歧,是由于没有考虑铯原子中的'中间连续态"的 缘故.

美国内华达大学 Derevianko 的小组将计算原子结构的第一原理方法与高精度的实验数据相结合,对于 黑体辐射系数的计算达到了 6×10<sup>-17</sup>的精度(见 Phys. Rev. Lett., 2006, 97, 040801).这一结果使室温下工 作的原子钟的精确度提高一个数量级.与此同时,澳大利亚新南威尔士大学 Flambaum 的小组使用第一原理 并应用普朗克的辐射规律以及微扰理论,计算铯原子的超精细结构的每一个能级的能量移动,得到了类似的 结果(见 Phys. Rev. Lett., 2006, 97, 040802).

(树华 编译自 Physics News Web 11 August 2006)