

# 湍流热对流中的动力学和传热研究\*

郝恒东 孙超 夏克青†

(香港中文大学物理系 香港)

**摘要** 文章介绍了湍流热对流中流动结构和动力学的实验研究. 本文作者通过流动示标和粒子成像测速系统(PIV)的测量,清晰地揭示了对流系统的三维流动结构,发现大尺度环流的角向运动在不同的时间尺度上有不同的表现. 通过统计分析,本文作者进一步发现大尺度环流方位角的变化具有布朗棘齿的特性,并且从实验上证明在湍流热对流系统中不同的流动模式的确可以得到不同的传热效率.

**关键词** 湍流, 对流, 流动结构, 传热

## Flow dynamics and heat transport in turbulent thermal convection

XI Heng-Dong SUN Chao XIA Ke-Qing†

(Department of Physics, The Chinese University of Hong Kong, Shatin, Hong Kong, China)

**Abstract** An experimental study of flow structure and dynamics and their relationship with the heat transport in turbulent thermal convection is reported. It is shown that the instantaneous large-scale flow structure in a cylindrical convection cell consists of an elliptical circulatory roll and two smaller counter-rotating rolls. As the quasi-2D instantaneous flow structure rotates azimuthally, it generates a time-averaged 3D flow pattern featuring two toroidal rings near the top and bottom plates respectively. It is found that the apparently stochastic azimuthal motion of the flow structure, which generates a net rotation on average, has the characters of a Brownian ratchet. We also provide convincing evidence that a particular value of the heat transport efficiency  $Nu$  can be associated with a specific internal flow mode of the system.

**Keywords** turbulence, convection, flow structure, heat transport

对流现象不仅在日常生活中很常见,同时也是自然界中很普遍的现象,比如:引起天气、气候变化的大气环流、海洋环流,引起大陆板块漂移的地幔对流,决定地磁场产生和变化的外地核对流. 湍流热对流研究不但可以深化人们对星际、海洋、大气、地球中对流现象的认识,而且还可以对工程中的传热问题给出指导. 从基础研究的角度来讲,湍流问题被认为是最后一个尚未解决的经典物理问题,而 Rayleigh - Bénard (RB) 系统被认为是研究湍流的几个最简单的模型之一. 所谓 RB 系统就是在一个封闭的容器内,加热下底板,冷却上底板,保持上下底板的温度差恒定. 当上下底板的温差超过临界值,下(上)底板附近的流体元被下(上)底板加热膨胀(冷却收缩),流体元密度减小(增大),由于浮力的作用而上升(下降),形成的一种蘑菇状的流动结构,叫作热(冷)羽流(plume),详见参考文献 [1].

众多羽流通过自组织形成了大尺度环流,大尺度环流是一个近似二维的带状结构,这个大尺度环流带具有一定的宽度,大约为直径的一半. 在这个系统中,判别流动状态的参数为 Rayleigh 数( $Ra$ ),其定义为  $Ra = \alpha g L^3 \Delta T / (\nu \kappa)$ ,其中  $g$  为重力加速度,  $L$  为对流槽的高度,  $\Delta T$  为对流槽上下底板的温差,  $\alpha$ ,  $\nu$ ,  $\kappa$  分别为流体的热膨胀系数、粘滞系数和热扩散系数. 参数 Nusselt 数( $Nu$ )表征对流传热的效率,为通过对流槽的实际热通量( $J$ )与热传导的热通量( $\chi \Delta T / L$ )的比值,即  $Nu = J / (\chi \Delta T / L)$ . 还有一个对实验有重要影响的参数是 Prandtl ( $Pr$ ) 数,  $Pr = \nu / \kappa$ ,它跟流体本身的性质有关,决定系统中粘性

\* 香港特区研究资助局(Hong Kong Research Grants Council 批准号 CUHK403003)资助项目

2005-09-16 收到

† 通讯联系人. Email: Kxia@phy.cuhk.edu.hk

边界层和温度边界层的尺度比例,一般说来,当  $Pr$  数较大时(对应一般气体,水等液体),粘性边界层较温度边界层要厚,而对于  $Pr$  数较小的流体(比如水银、液态钠等液态金属),温度边界层较粘性边界层要厚.  $RB$  系统中的一个中心问题就是湍流是如何输运热量的. 早期的理论和实验研究给出关系式  $Nu \sim Ra^\beta$ . 而对于指数  $\beta$ ,各种理论模型和实验以及数值模拟给出的值均接近  $1/3$ ,在  $Ra$  特别高的时候,理论预测则为  $1/2$ <sup>[21]</sup>,而在不同的  $Ra$  数和  $Pr$  数范围  $\beta$  也不同. 在 20 世纪 80 年代末和 90 年代初芝加哥大学 Libchaber 领导的研究小组以低温氦气为介质对  $RB$  对流问题进行了深入细致的研究<sup>[3]</sup>,依据瞬时温度信号特征和  $Nu \sim Ra$  关系曲线,他们将  $RB$  湍流热对流分为软湍流( $Ra = 5 \times 10^5 - 4 \times 10^7$ )及硬湍流( $Ra > 4 \times 10^7$ ),这个划分,是对  $RB$  对流问题研究的重要贡献. 他们得到两者的界限为  $Ra \sim 4 \times 10^7$ ,在软湍流状态下, $Nu \sim Ra^{1/3}$  关系式成立,在对流槽的中心处温度的几率密度函数(probability density function, PDF)分布为高斯分布. 与软湍流状态不同,在硬湍流情况下, $Nu$  数与  $Ra$  数的关系为  $Nu \sim Ra^{0.282}$ ,其后 Shraiman 和 Siggia<sup>[4]</sup>从理论上得到硬湍流状态下  $Nu \sim Ra^{2/7}$ ,与实验结果吻合得相当好. 此外,硬湍流情况下对流槽的中心处温度的 PDF 分布为指数分布. 之后,研究工作者的注意力集中到关于  $RB$  硬湍流对流的研究,研究内容包括对流速度场和温度场统计量和宏观量的测量、流动结构的显示以及对大尺度环流结构的控制等<sup>[5,6]</sup>. 近来,很多的实验在很高的  $Ra$  数下得到的  $\beta$  接近  $1/3$ ,而没有趋于  $1/2$  的迹象.

最近,有实验工作者报道,在完全相同的对流槽中多次测量得出的  $Nu$  数分布在两个或多个区间,他们将其归因于两种流动模式的相互转变<sup>[7,8]</sup>,而没有给出明确的解释. 如前所述, $RB$  对流系统中有一个显著特点——存在一个大尺度的环流. 自从大尺度环流被发现以来<sup>[9]</sup>,人们对它的各个方面都做了深刻的研究,比如:大尺度环流的产生、流动模式、角向转动、流向逆转<sup>[10-14]</sup>. 然而,大尺度环流的三维流动结构、瞬时场与平均场的关系,大尺度环流面方向变化的统计性质,以及流场与传热的关系还不清楚. 最近本文作者通过流动显示和速度测量和传热测量,从实验上给出了比较清晰的物理图像<sup>[15]</sup>.

有很多的实验技术可以用来研究  $RB$  对流中的流动模式,比如:阴影法<sup>[1]</sup>、液晶显色法<sup>[16]</sup>、PIV 测

速法<sup>[11]</sup>、激光多普勒测速法(LDV)<sup>[10]</sup>,再加上最近发明的在边界层测量中取得极大成功的双光束非相干光散射法<sup>[17]</sup>. 以上实验手段的应用,使得人们对  $RB$  系统中的动力学有了更进一步的认识. 然而也存在以下一些问题:阴影法和液晶显色法反映的主要是温度场的性质;LDV 是单点测量,很难描述大尺度环流面的运动;PIV 对存储空间要求太高. 为了研究大尺度环流面长时间运动的统计性质,我们自制了一个流动示标来研究对流槽中的流场,如图 1(a)插图所示. 流动示标可以悬浮在水中,自由的跟随流体的平均流动,从而显示大尺度环流面的方位角. 两个这样的流动示标分别置放于上下底板附近,用于显示上下底板附近的流动,我们用 8 个 CCD 来记录流动示标的运动,上下各 4 个,每个 CCD 覆盖  $90^\circ$  方位角. 这些 CCD 采集到的图片用来计算流动示标的方向角,也就是大尺度环流的方位角  $\phi(t)$ . 上下底板两个流动示标的方向证明大尺度环流是一个单一的环流结构. 我们还发现两个流动示标的角运动方向和相位相同,显示出大尺度环流是以一个整体作角向运动. 由于两个流动示标提供相同的信息,以下我们只给出下底板流动示标的方位角随时间的变化以及它的统计性质.

图 1(a)给出  $\Gamma = 0.5$  的对流槽中方位角  $\phi(t)$  在 277 小时内的变化(对流槽保持水平,  $Ra = 5.3 \times 10^{10}$ ,  $Pr = 5.3$ ). 由图可知,在短时间尺度上,方位角的方向和幅度变化是无序的. 然而在 10 个小时左右的时间尺度上来看,大尺度环流的角向运动有一个净的转动. 在本实验中,这个净转动是反时针方向的,图中的虚线是  $\phi(t)$  的线性拟合,表示大尺度环流是随时间线性地转动的. 为了更好地理解这个现象,我们用  $\phi(t)$  减去拟合的直线,得到去趋势的  $\phi(t)$  表示为  $\tilde{\phi}(t)$ . 我们考察  $\tilde{\phi}(t)$  的平方平均角位移,定义为  $(\delta\tilde{\phi}(\tau))^2$ ,其中  $\delta\tilde{\phi}(\tau) = \tilde{\phi}(t+\tau) - \tilde{\phi}(t)$ . 图 1(b)给出平方平均角位移随  $\tau$  的变化,显示它随  $\tau$  指数变化,且指数为 1. 为了从统计上描述大尺度环流角向运动的快慢,我们计算了大尺度环流在一定的时间内转过的平均角度,表示为  $(\delta\phi(\tau))^2$ ,其中  $\delta\phi(\tau) = \phi(t+\tau) - \phi(t)$ ,如图 1(c)所示. 平均平方角位移  $(\delta\tilde{\phi}(\tau))^2$  随时间间隔  $\tau$  呈指数关系,且指数为 1,再加上  $\tilde{\phi}(t)$  呈近似高斯分布,这些都是布朗运动的特性. 以上说明大尺度环流的角向运动具有布

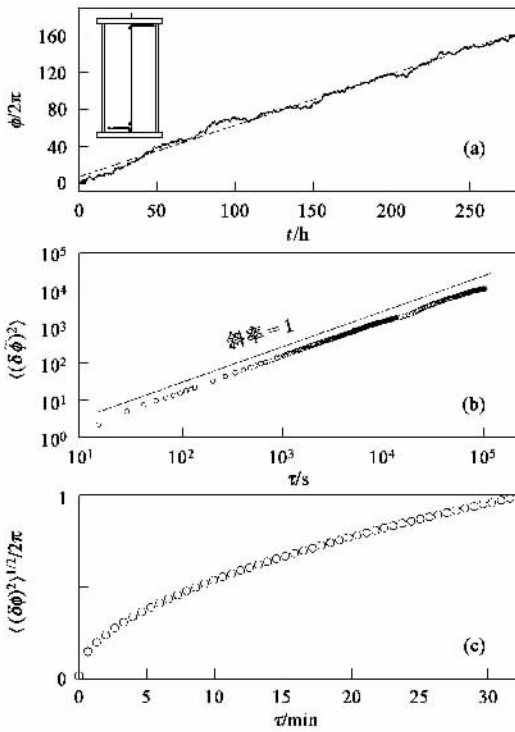


图1 (a)大尺度环流面的方位角的时间序列  $\phi(t)$ , 虚线为其线性拟合, 左上角插图实验装置; (b)去趋势后的平方平均角位移  $(\delta\phi(\tau))^2$  随时间间隔的变化, (c)平均角位移随时间间隔的变化

朗棘齿(Brownian Ratchet)的特性, 既具有布朗运动的统计性质, 又有平均的净位移. 在这个系统中, 大尺度环流是由浮力来驱动的, 而浮力永远在竖直方向, 不可能引起大尺度环流面的角向运动, 而有可能引起角向运动的科里奥利力又很小(为浮力的百万分之五), 不足以产生明显的角向运动. 这样, 产生布朗棘齿效应的原因可能不是科里奥利力本身. 一个可能的原因是由于科里奥利力与湍流的相互作用, 形成了一个不对称的势场来“整流”随机湍流运动. Feynman 在他的讲义中详细地描述了布朗棘齿的概念<sup>[18]</sup>. 最近的研究表明, 布朗棘齿效应是生物系统中分子、离子分离和运输的一种主要机制. 这种效应也存在于凝聚态系统中<sup>[19]</sup>. 虽然利用布朗棘齿效应制作的分离或运输粒子的器件离实用还有一段距离, 但其重要性已经显而易见<sup>[20]</sup>. 这是第一次在湍流系统这样的宏观体系中发现布朗棘齿效应, 虽然现在还不能确定在我们的系统中产生棘齿效应的势场是什么.

大尺度环流的另一个引人注意的特点是它的环流面的方向变化在不同的对流槽中有不同的统计表现. 最近我们研究发现, 在  $\Gamma = 1$  的对流槽中, 大

尺度环流的物理角度  $\alpha(t)$  接近高斯分布(其中  $\alpha(t) = \phi(t) - 2n\pi$ , 根据定义  $\beta$  在  $0$  和  $2\pi$  之间变化), 也就是说, 大尺度环流面在一个特殊的方向停留更多的时间(然而几次不同的实验得到的特殊方向不同, 所以关于特殊方向的问题有待进一步研究). 与之不同的是, 在  $\Gamma = 0.5$  的对流槽中, 大尺度环流的物理角度  $\alpha(t)$  接近等值分布, 即大尺度环流在  $0^\circ$  到  $360^\circ$  各个方向上停留的几率均等. 大尺度环流的角向运动在两种不同横纵比的对流槽中的不同表现与我们的直观想象有很大区别, 生活中的对流现象告诉我们, 对流的流动模式应该是轴对称的(烧开水的锅中, 热水从中间上升, 冷水从四周下来补充), 然而在如此简单的两个系统中都有不同的表现, 也进一步说明了湍流问题的复杂性.

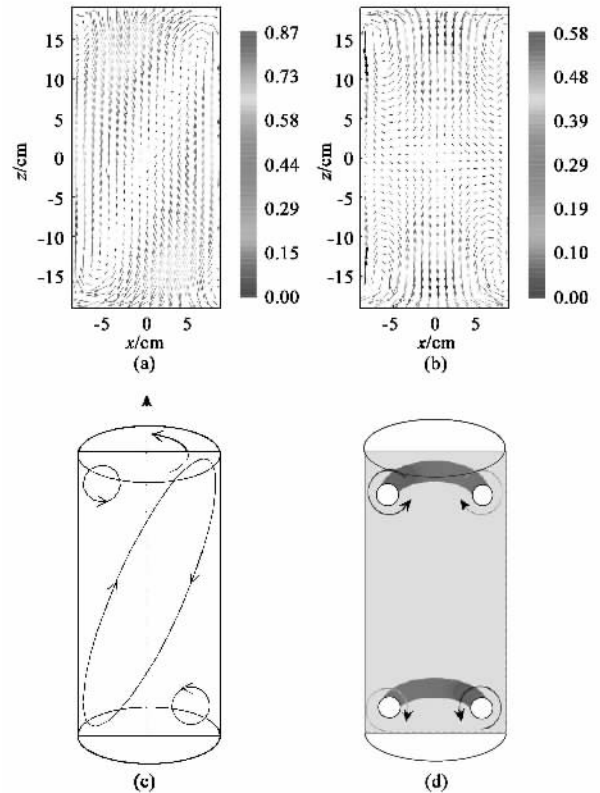


图2 (a)(b)对流槽倾斜  $2^\circ$  时和水平时分别测得的时间平均速度场 (c)(d)与上排相对应的示意图

为了定量地了解大尺度环流的动力学特性, 我们利用 PIV 系统进行了二维速度测量, 获得了竖直面(经过对流槽的中轴线)的速度场. 为了避免圆柱形对流槽产生的屈光效应, 我们在圆柱形对流槽外套了一个方形的有机玻璃盒子, 里面注满水. 我们保持对流槽水平, 发现互成  $90^\circ$  的两个中轴面上测得的二维平均速度场几乎完全一样, 这意味着在

$\Gamma = 0.5$  的对流槽中,当对流槽保持水平时,平均速度场是角向对称的.互成  $90^\circ$  的两个面的速度场都存在的 4 个小环流表明,瞬时场有两个圆环存在于上下底板附近,图 2(b) 给出其中一个面(标记为  $xz$  面,与之成  $90^\circ$  的面为  $yz$  面)的结果.为了研究这种流动结构是如何由瞬时场(见本期封面)产生的,我们将对流槽倾斜  $2^\circ$ ,这样大尺度环流面就会被锁定在过倾斜点的那个中轴面附近.图 2(a) 给出这个面的平均速度场,可以看出,流场由 1 个大的椭圆和另 2 个对角上的 2 个小的反向流动的小圆组成.倾斜和水平 2 种情况下的二维速度场和流动显示表明,当对流槽水平时,在任何瞬时,大尺度环流在一个特定的方向,在大尺度环流面内流场包含一个大的椭圆和两个小圆,因为大尺度环流面的转动而产生了平均的流动模式.也就是说,转过  $180^\circ$  的大尺度环流就是转动前的镜像.如果将转动前的流场与转动  $180^\circ$  后的流场相加,大的椭圆将会被抵消,而 4 个角上的小圆则会保留下来,得到的结果与水平情况下的时间平均场一致.图 2(c) 和图 2(d) 的示意图清楚地显示了瞬时二维流场通过转动产生完全不同的三维流动结构.

局部热通量的测量表明,热量主要是通过羽流在对流槽传递的<sup>[21]</sup>,大部分热羽流产生于大尺度环流所在的有限宽度带内.由于下底板有限导热率和有限比热的存在,一旦在下底板的某个部位有热羽流产生,当地的温度就会下降;需要等待一段时间,使得热量从别的地方补充过来,直到当地的温度到达一个临界值后,才会有另一次热羽流的产生.由此可知传热与大尺度环流面的转动时间尺度有关,从图 1(c)可知,在 120s 内,大尺度环流面已经转过了  $90^\circ$ ,这样大尺度环流面已经覆盖了和 120s 之前完全不同的区域,而在此系统中,底板的特征热扩散时间为 180s,这样,不需等待热量从别的地方补充,热羽流会从新的地方产生,所以,在有角向转动的大尺度环流的对流槽中,热羽流的产生频率会比在无角向转动(或有限角向转动)的大尺度环流的对流槽中快一些.由于倾斜对流槽会将大尺度环流锁定在一个固定的方位角垂直面内,因此倾斜对流槽会降低传热效率.为了检验这个观点,我们测量了对流槽水平和倾斜  $2^\circ$  两种情况下传热效率  $Nu$  数随  $Ra$  数的变化.结果显示,水平情况的  $Nu$  数的确要比倾斜情况的大,不同的  $Ra$  数, $Nu$  数的增幅有所不同,从 2% 到 5% 不等.据我们所知,这是不同流动模式可以产生不同传热效率的第一次直接实验

证.我们的实验有力的支持了 Roche 等的猜想—— $Nu$  数的二元化可以归结于不同流动模式之间的转化<sup>[6]</sup>.正如 Niemela 和 Sreenivasan 所认为的那样<sup>[7]</sup>,这些不同的流动模式是内禀的,而我们利用不同的水平度实现了不同内禀流动模式的转换.有很多流体力学工作者猜想内部流动状态的改变也许可以改变系统的整体特性,而我们从实验上第一次验证了内部流动状态的改变确实可以改变系统的整体特性,这一发现足以改变很多流体工作者的信条.

综上所述,通过流动显示和粒子成像测速系统(PIV)的测量,我们发现瞬时流动结构为一个椭圆和对角上两个转动方向与之相反的小圆.当上述二维瞬时流动结构沿角向转动时,就会形成三维的平均流动结构——分别位于对流槽的上下底板附近的两个螺旋管.我们还发现大尺度环流的角向运动虽然在短时间尺度上呈明显的无规则性,长时间尺度上呈平均的净转动效应.通过统计分析,我们进一步发现大尺度环流方向角的变化具有布朗棘齿的特性.通过倾斜对流槽而导致不同内禀流动模式,我们发现在湍流对流系统中不同的流动模式的确可以给出不同的整体传热效率.

## 参 考 文 献

- [1] Xi H D, Lam S, Xia K Q. *J. Fluid. Mech.*, 2004, 503: #7
- [2] Kraichnan R H. *Phys. Fluids.*, 1962, 5: 1374
- [3] Castaing B, Gunaratne G, Heslot F *et al.* *J. Fluid. Mech.*, 1989, 204: 1
- [4] Shraiman B I, Siggia E D. *Phys. Rev. A.*, 1990, 42: 3650
- [5] Siggia E D. *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 1994, 26: 137
- [6] Kadanoff L P. *Physics Today*, 2001, 54(8): 34
- [7] Roche P E, Castaing B, Chabaud B *et al.* *Europhys. Lett.*, 2002, 58: 693
- [8] Niemela J J, Sreenivasan K R. *J. Fluid. Mech.*, 2003, 481: 355
- [9] Krishnamurti R, Howard L N. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.*, 1981, 78: 1981
- [10] Qiu X L, Tong P. *Phys. Rev. E.*, 2001, 64: 036304
- [11] Sun C, Xia K Q, Tong P. *Phys. Rev. E.*, 2005, 72: 026302
- [12] Cioni S, Ciliberto S, Sommeria J. *J. Fluid. Mech.*, 1997, 335: 111
- [13] Brown E, Nikolaenko A, Ahlers G. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 95: 084503
- [14] Araujo F F, Grossmann S, Lohse D. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 95: 084502
- [15] Sun C, Xi H D, Xia K Q. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, 95: 074502
- [16] Du Y B, Tong P. *J. Fluid. Mech.*, 2000, 407: 57
- [17] Xin Y B, Xia K Q, Tong P. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, 77: 1266
- [18] Feynman R P, Leighton R B, Sands M. *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. 1, Reading MA: Addison-Wesley, 1966, chapter 46
- [19] Reimann P. *Physics Reports*, 2002, 361: 57
- [20] Astumian R D, Hanggi P. *Physics Today*, 2002, 55(11): 33
- [21] Shang X D, Qiu X L, Tong P *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, 90: 074501