利用暗本征态的绝热演化实现非几何条件相位移动：一种实现量子计算的新方法*

郑 仕 标†

（福州大学电子科学与应用物理系 福州 350002）

摘 要 利用绝热演化,文章提出一种新的方法以实现量子相位门. 这种相位移动既非源于动力学过程,也非源于几何操纵. 它来源于暗态本身的演化. 基于绝热演化的优点,这种量子逻辑门对实验参量的起伏不敏感. 与几何相位门相比,这种相位门更简单,并且保真度可得到进一步提高. 文章对这种相位门做一简述.

关键词 暗本征态,绝热演化,量子计算

Nongeometric conditional phase shift via adiabatic evolution of dark eigenstate: a new approach to quantum computation

ZHENG Shi-Biao†

(*Department of Electronic Science and Applied Physics*, *Fuzhou University*, *Fuzhou* 350002, *China*)

Abstract We propose a new approach to quantum phase gates via adiabatic evolution. The conditional phase shift is of neither dynamical nor geometric origin; it arises from the adiabatic evolution of the dark state itself. Taking advantage of the adiabatic passage, this kind of quantum logic gate is robust against moderate fluctuations of experimental parameters. Compared with geometric phase gates, the procedure is simple and the fidelity may be improved. A brief introduction to these quantum phase gate is given.

Keywords dark eigenstate, adiabatic evolution, quantum computation

近年来,量子计算机引起人们极大的关注. 量子计算机基于量子力学基本原理并且具有比经典计算机更强大的计算功能[1]. 大数的因子分解是许多密码系统的基础. 要解决这一问题,经典计算机要花的时间是以指数增加的,而量子计算机所花的时间是以多项式增加的[2]. 此外,要从一杂乱的系统中搜寻一个目标,量子计算机比经典计算机要快得多[3]. 基于这些优点,人们对于量子信息处理器的实际实现给予了很多关注.

量子计算机的基本部件是两个量子比特的门[4]. 到目前为止,人们提出了两种类型的两比特相位门. 一种是基于动力学相位移动,它与体系的能量相关. 另一种是基于几何操纵 驱动量子比特做依赖于量子比特态的适当的循环演化,以获得几何相位[5]. 在几何操纵结束后,体系的哈密顿与初始时刻相同,因而能量本征态也与初始时刻相同. 但系统将获得一个依赖于循环演化闭合路径所包围的立体角大小的伴随相位(几何相位). 与动力学相位相比,几何相位对一些小的误差不敏感因而具有实际优点. 人们已利用离子阱[6]等系统提出了构造绝热几何门的方案.

最近我们基于绝热演化提出了一种新型的量子相位[7]. 在演化过程中,量子系统始终处于本征值为 0 的能量本征态(即暗态),因而没有任何的动力学相位移动. 哈密顿也不必沿一条适当的闭合路径

* 霍英东教育基金(批准号:81008)、国家重点基础研究发展计划(批准号:2001CB309300)和国家自然科学基金(批准号:60008003 和 10225421)资助项目

2005-09-05 收到初稿,2005-12-05 修回

† Email:sbzheng@pub5.fz.fj.cn

改变以获得所要求的立体角.在操作结束后,体系的哈密顿与初始时刻不相同,使暗态与初始时刻相比有一相位移动.这种相位既非动力学相位,也非 Berry 几何相位.我们可认为它源于暗态本身在绝热演化前后的差别,而不像动力学相位和 Berry 几何相位那样是伴随能量本征态的演化而附加的相位.对于两粒子系统,只有当两个粒子处于特定态时,系统才做相应的绝热演化,从而产生相应的相位移动,对应一个量子相位门操作.据我们所知,这是利用暗态本身的绝热演化,而不要求系统沿参量空间的适当闭合路径演化,以获得所要求立体角,实现量子逻辑门的第一个方案.由于利用绝热演化,这种量子逻辑门对实验参量的起伏是不敏感的.与几何相位门相比,它不要求参量扫过所要求的立体角,因而过程被简化,并且几何相位门在获得立体角时所产生的误差也被避免了.这个思想将为量子计算开辟一个新的前景.下面我们对这种相位门做一简单介绍.

考虑一个两粒子系统.粒子有四个态 $|e\rangle$,$|g\rangle$,$|e'\rangle$,$|g'\rangle$.第一个量子比特的量子信息记录在态 $|e_1\rangle$和 $|g_1\rangle$,而第二个量子比特的量子信息则记录在 $|g_2\rangle$和 $|g_2'\rangle$.这两个量子比特耦合到第三个子系统中.第三个子系统的态为 $|0\rangle$和 $|1\rangle$.操作过程分为两部分 在第一阶段,整个系统的哈密顿为

$$H_1=\lambda_1|e_1 0\rangle\langle g_1 1|-\lambda_2|e_2 0\rangle\langle g_2 1|-\lambda_3|e_2' 0\rangle\langle g_2' 1|+\mathrm{H.c.}. \tag{1}$$

在子空间 $\{|e_1\rangle|g_2\rangle|0\rangle,|g_1\rangle|e_2\rangle|0\rangle,|g_1\rangle|g_2\rangle|1\rangle\}$ 中系统的暗态为

$$|D_1\rangle=\cos\theta|e_1\rangle|g_2\rangle|0\rangle+\sin\theta|g_1\rangle|e_2\rangle|0\rangle, \tag{2}$$

其中 $\cos\theta=\lambda_2/\sqrt{\lambda_1^2+\lambda_2^2}$,$\sin\theta=\lambda_1/\sqrt{\lambda_1^2+\lambda_2^2}$.而在子空间 $\{|e_1\rangle|g_2'\rangle|0\rangle,|g_1\rangle|e_2'\rangle|0\rangle,|g_1\rangle|g_2'\rangle|1\rangle\}$ 中系统的暗态为

$$|D_1'\rangle=\cos\theta'|e_1\rangle|g_2'\rangle|0\rangle+\sin\theta'|g_1\rangle|e_2'\rangle|0\rangle, \tag{3}$$

其中 $\cos\theta'=\lambda_3/\sqrt{\lambda_1^2+\lambda_3^2}$,$\sin\theta'=\lambda_1/\sqrt{\lambda_1^2+\lambda_3^2}$.我们绝热地将 θ 和 θ' 从 0 改变到 $\pi/2$,使 $|e_1\rangle|g_2\rangle|0\rangle$ 绝热地演化到 $|g_1\rangle|e_2\rangle|0\rangle$,而 $|e_1\rangle|g_2'\rangle|0\rangle$ 则绝热地演化到 $|g_1\rangle|e_2'\rangle|0\rangle$.

在第二阶段,系统的哈密顿为

$$H_2=\lambda_1|e_1 0\rangle\langle g_1 1|-\lambda_2|e_2 0\rangle\langle g_2 1|+\lambda_3|e_2' 0\rangle\langle g_2' 1|+\mathrm{H.c.}. \tag{4}$$

在这种情况下,在子空间 $\{|e_1\rangle|g_2\rangle|0\rangle,|g_1\rangle|e_2\rangle|0\rangle,|g_1\rangle|g_2\rangle|1\rangle\}$ 中,系统的暗态仍由(2)式决定.而在子空间 $\{|e_1\rangle|g_2'\rangle|0\rangle,|g_1\rangle|e_2'\rangle|0\rangle,|g_1\rangle|g_2'\rangle|1\rangle\}$ 中暗态为

$$|D_2'\rangle=-\cos\theta'|e_1\rangle|g_2'\rangle|0\rangle+\sin\theta'|g_1\rangle|e_2'\rangle|0\rangle. \tag{5}$$

我们现在绝热地将 θ 和 θ' 从 $\pi/2$ 改变到 0.根据(2)式,态 $|g_1\rangle|e_2\rangle|0\rangle$ 将绝热地演化到 $|e_1\rangle|g_2\rangle|0\rangle$.而根据(5)式,态 $|g_1\rangle|e_2'\rangle|0\rangle$ 绝热地演化到 $-|e_1\rangle|g_2'\rangle|0\rangle$.在这两个阶段,第一个子空间中的暗态沿相同的路径演化,最终回到初态而不产生任何相位移动.由于 $|e_2'\rangle|0\rangle$ 与 $|g_2'\rangle|1\rangle$ 之间的耦合系数在两个阶段的不同设定,在第二子空间中的暗态则沿着不同的路径演化,产生一个条件相位移动.由于我们在参量空间中没有扫过立体角,因而没有产生 Berry 几何相位[7].另一方面,态$|g_1\rangle|g_2\rangle|0\rangle$和$|g_1\rangle|g_2'\rangle|0\rangle$不受哈密顿 H_1 和 H_2的影响.因而,当且仅当系统处于态 $|e_1\rangle|g_2'\rangle$时产生一个 π 的相位移动.这对应两个量子比特间的相位门.这种条件相位移动既非来源于基于本征能的动力学相位,也非来源于 Berry 相位,它来源于暗态本身的演化.

我们再进一步讨论如何绝热地改变 θ 和 θ' 以及绝热演化在提高门的保真度方面所起的作用.初始时,我们打开耦合$|e_2\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_2\rangle|1\rangle$和 $|e_2'\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_2'\rangle|1\rangle$.此时,耦合$|e_1\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_1\rangle|1\rangle$是关闭的,因而 $\lambda_1=0$,即 $\theta=\theta'=0$.然后我们绝热地增加耦合$|e_1\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_1\rangle|1\rangle$,同时减少耦合 $|e_2\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_2\rangle|1\rangle$和 $|e_2'\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_2'\rangle|1\rangle$直到它们被关闭,即 $\lambda_2=\lambda_3=0$,使 θ 和 θ' 变化到 $\pi/2$.最后,我们绝热地增加耦合$|e_2\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_2\rangle|1\rangle$和$|e_2'\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_2'\rangle|1\rangle$,并且减少耦合$|e_1\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_1\rangle|1\rangle$,直到它被关闭,即 $\lambda_1=0$,使 θ 和 θ' 变化到 0.这种操纵对实验参量的起伏是不敏感的.假设我们期待 λ_1 在第一阶段结束为 λ_e,但由于起伏它实际上为 $\lambda_e+\Delta\lambda_e$.此时,耦合$|e_2\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_2\rangle|1\rangle$和 $|e_2'\rangle|0\rangle\leftrightarrow|g_2'\rangle|1\rangle$已被关闭,因而条件 $\theta=\theta'=\pi/2$ 仍然得到满足,所以态演化不受影响.这种量子逻辑门可在离子阱等系统中得到实现.

参 考 文 献

[1] Deutsch D, Jozsa R. Pro. R. Soc. Lond. A, 1992, 439: 553

[2] Shor P W. In: Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science. Alamitos: IEEE Computer Society, Los 1994. 116

[3] Grover L K. Phys. Rev. Lett., 1997, 79: 325

[4] Sleator T, Weinfurter H. Phys. Rev. Lett., 1995, 74: 4087

[5] Berry M V. Proc. R. Soc. Lond. A, 1984, 392: 45

[6] Duan L M, Cirac J I, Zoller P. Science, 2001, 292: 1695

[7] Zheng S B. Phys. Rev. Lett., 2005, 95: 080502