

# 低维量子磁性和量子海森伯反铁磁体之有效场论<sup>\*</sup>

戴建辉<sup>†</sup>

(浙江大学浙江近代物理中心 杭州 310027)

张为民

(台湾国立成功大学物理系 台南 70101)

**摘要** 文章对低维量子磁性的基本问题和相关研究进展作了简单评述,强调了量子非线性 Sigma 模型在研究量子海森伯反铁磁体的低能物理方面所起的作用以及理论本身存在的疑难问题,并简单介绍了作者最近提出的克服这些疑难问题的一个新建议.

**关键词** 低维量子磁性,量子海森伯反铁磁体,有效量子场论

## Low dimensional quantum magnetism and the effective field theory of quantum Heisenberg antiferromagnets

DAI Jian-Hui<sup>†</sup>

(Zhejiang Institute of Modern Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

ZHANG Wei-Min

(Department of Physics, National Cheng Kung University, Tainan 70101)

**Abstract** High precision numerical results have challenged the quantum non-linear sigma model as a unification theory of quantum Heisenberg antiferromagnets. A recent suggestion which leads to a new effective quantum field theory and resolves the conundrum of the old one is briefly discussed.

**Keywords** low-dimensional quantum magnetism, quantum Heisenberg antiferromagnets, effective quantum field theory

具有准一维和准二维尺度的低维关联电子系统是当前凝聚态物理的研究前沿. 其中,包括铜氧化物高温超导体在内的有关低维磁性材料在低温下表现出来的各种复杂的磁学性质尤为令人关注,它们会出现不同的磁有序态、磁无序态以及各种临界状态,并且会随着一些物理条件如温度、压强、磁场以及掺杂浓度的改变而发生转变. 根据这些材料的低维特征以及这些复杂现象大多出现在极低温度下的事实,我们可以想象在这些现象的背后,空间的维数和量子力学测不准原理扮演了极其重要的角色. 但是近二十年来,如何从微观角度来理解和认识这些复杂的低维量子磁性依然是凝聚态物理和理论物理中的挑战性课题.

研究量子磁性的一个最简单的物理模型是量子

反铁磁海森伯自旋格点模型,它把实际复杂的材料抽象成为由自旋数值相同的磁性离子排列成的一个有规则的自旋系统,并只考虑最近邻磁性离子之间的反铁磁交换,同时还假定这种相互作用在实际空间中是均匀的,在自旋的内禀空间中是各向同性的. 如此简单的模型具有十分重要的理论价值:一方面它抓住了磁性最基本的属性——对称性和量子效应,另一方面它可以方便地推广到一些更复杂的情形,如引进空间或几何阻挫,二聚化,各向异性,有规

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10275055)、教育部博士点基金(批准号:J20050335118)、台湾自然科学基金(批准号:93-2112-M-006-019)资助项目  
2005-12-20 收到

<sup>†</sup> 通讯联系人. Email: dlaijh@zimp.zju.edu.cn

则或无规则掺杂等等。但是,由于实际系统中磁性离子的数目是一个天文数字,从数学上完全求解这一看上去非常简单的量子力学模型几乎是不可能的。那么,物理学家是如何研究这种多体量子系统的呢?

首先,物理学家并不奢求寻找这一模型的所有状态,因为模型本身毕竟只是实际情况的近似而已。相反,最需要知道只是系统基态的磁性及各种低能元激发,它们与实际观测到的低温奇异磁性直接相关。其次,人们可以暂时忽略自旋的量子力学特征,把它看成经典磁性粒子,由此得到相应的经典反铁磁海森伯格点模型,其基态和低能元激发的特征是独特的,可以用传统的自旋波理论来准确研究。根据自旋波理论,经典海森伯反铁磁体的基态是具有奈耳(Néel)序的反铁磁态,即任何两个相邻离子自旋的方向总是反向排列的,同时,低能元激发总是自旋数值为1的磁振子(magnon),代表从基态出发改变其中一个自旋的方向而得到一个低能激发态。当然,经典的奈耳序在高温下会因为热力学涨落效应而破坏,但随着温度降低,它总是越来越稳定。自旋波理论在自旋数值为无穷大时是一个严格的理论,但自旋波的存在并不依赖于自旋的数值。实际上,经典海森伯反铁磁体的这些特征并不随自旋的数值和空间的维数而改变。由此可见,量子磁性理论必须回答一个最基本的问题,即量子力学中测不准原理带来的量子涨落是如何改变经典的奈耳磁序和磁振子元激发的?

关于这个问题的一个最初的也是最重要的研究成果之一是所谓的MW定理,或MWHC定理,它被Mermin, Wagner, Hohenberg, Coleman等人在凝聚态和量子场论两个不同的研究领域重复发现<sup>[1]</sup>。这个定理指出,在具有连续对称性和平移不变性的量子系统中,量子涨落随着空间维数和自旋数值的减少而增强,以至于在二维系统中,只有在绝对零度时才存在奈耳序,而在一维系统中,量子涨落更强,这种奈耳序即使在绝对零度也不可能存在。

关于量子磁性基本问题的另一个重要结果来自于一维自旋为1/2的量子海森伯反铁磁链的严格解。历史上,早在20世纪30年代初,著名物理学家Bethe就给出了一维自旋为1/2的量子海森伯模型的严格波函数形式<sup>[2]</sup>,只是这种波函数过于复杂,直到70年代,人们才确定其反铁磁情形下的低能激发谱和自旋关联函数的特征<sup>[3]</sup>。到80年代初,人们终于发现这种反铁磁低能谱实际上对应于一对不同于通常磁振子的新型元激发,即自旋数值为1/2的自旋子(spinoon)<sup>[4]</sup>。这样的一对自旋子在相互靠近时

可以结合成一个自旋数值为1的磁振子,但一般情况下它们可以分开,在链上任意运动,从而可以用实验的方法予以探测。这种类似于基本粒子理论中夸克禁闭和渐进自由的现象已经在一些准一维材料的实验中被发现。遗憾的是,Bethe的严格解并不适用于其他自旋数值和空间维数的量子海森伯模型。

关于量子磁性基本问题的第三个重要结果是1983年Haldane提出的量子海森伯反铁磁体的有效量子场论模型,即量子非线性Sigma模型,及由此而得到的Haldane猜想<sup>[5]</sup>。根据经典反铁磁海森伯模型具有奈耳序的事实,Haldane用路径积分的方法考察量子效应对奈耳序的修正,并把反铁磁海森伯格点模型连续化为一个量子场论中的非线性Sigma模型。为了得到这样的场论模型,Haldane在推导过程中采用了一个重要的假定,即自旋的数值要足够大,以至于反铁磁海森伯格点模型在半经典的意义下能够严格求解。当然,场论模型中出现的几个重要参量如自旋波速度和有效相互作用常数都保留了自旋数值的依赖关系。同时,奈耳序的涨落不仅与空间有关,也与温度有关,使温度成为一个真正的动力学自由度,体现了这一模型的量子力学特征。不仅如此,Haldane的理论中还包含了一个与自旋数值成正比例的、纯粹由量子效应导致的拓扑学项,即所谓Berry相因子。Haldane发现,拓扑学项在自旋数值是半整数时将产生决定性的影响。他由此大胆猜测:所有自旋数值为半整数的一维系统的元激发都是没有能隙的,自旋之间的关联随着距离增加而缓慢衰减,所有自旋数值为整数的一维系统元激发都是有能隙的,自旋之间的关联随着距离增加而快速衰减。

在此,需要强调说明的是,上述结论在理论上终究只能是一个猜测,因为其前提条件是自旋的数值要足够大。但是,由于它突破了以往人们关于基态磁性和元激发的特征与自旋数值无关这一传统观念的束缚,从而在学术界引起了高度重视。在自旋数值较小的情形下,关于一维量子反铁磁链的Haldane猜想先后被许多其他解析和数值研究方法所验证,并在一些准一维磁性材料中得到证实。同时,由于MWHC定理,对于二维体系,拓扑学项不会改变基态的磁序(至于它对激发态的影响如何还存在争议,例如,是否会导致在二维系统中出现自旋子元激发还不清楚)。因此,没有拓扑学项的量子非线性Sigma模型直接描写了二维量子反铁磁体的低能物理性质。理论物理学家利用量子场论中的重整化群技术在三圈图近似下计算了自旋之间的反铁磁关联长度,由此得到的关联长度随温度变化的关系和用

其他近似方法得到的结果以及一些实验结果大致符合<sup>[6,7]</sup>。正因为这些原因,二十多年来,Haldane 提出的量子非线性 Sigma 模型被广泛接受为一个统一地描写量子海森伯反铁磁体的低能有效普适性理论。

然而,Haldane 理论是不是真的完美无缺呢?最近十多年来,随着计算机技术的提高,计算物理中各种高精度的计算方法得以实现,这些计算结果反过来成为理论预言的挑战。至今为止,数值密度矩阵重整化群和量子蒙特卡罗中的围路集团算法已经给出了一维和二维量子海森伯反铁磁模型令人信服的数值结果<sup>[8,9]</sup>。当我们认真地把它们和 Haldane 理论预言进行比较时,我们发现 Haldane 理论中存在着一系列令人尴尬的迷惑。首先,根据 Haldane 理论中最基本的大自旋假定,自旋数值越大,两者应当符合得越好。但实际情形正好相反,理论预言与自旋为 1/2 的量子海森伯反铁磁格点模型符合得非常好,随着自旋数值的增加,这种理论预言反而越来越差。其次,数值结果发现,关联长度的渐进标度行为均存在一个温度上限,但是,有效理论允许的温度范围并没有限制,即理论本身并不包含这样的温度上限。第三,一些物理量的数值计算结果,如自旋波速度和自旋能隙,均与理论预言出现系统性的偏差,即理论预言全部偏小,这不是有效理论本身所能解释的。那么,问题到底出在什么地方呢?

在我们最近的一项研究工作中<sup>[10]</sup>,我们认真分析了 Haldane 理论的上述困惑,认为量子非线性 Sigma 模型确实应当能够适用于自旋为 1/2 量子海森伯反铁磁格点模型,而 Haldane 原来的大自旋假定可能是不必要的,他在此假定下得到的有效场论忽略了一类特殊的量子效应,即在温度方向上的短程量子涨落,这种涨落类似于一般量子理论中的非绝热近似效应。另外,一个合理的有效理论本身应当包含一个前提条件,即使该理论能够成立的温度上限。为此,我们提出了一个修改 Haldane 理论的具体方案,即从相干态表象下配分函数最初的严格分离表达形式出发<sup>[11]</sup>,在路径积分之初就计入在通常有效场论中被忽略的在温度方向上的短程量子涨落,并因此引进一个温度标度。在此基础上,无需采用 Haldane 的大自旋假定,我们可以直接通过高斯积分去此短程量子涨落,并最终得到一个新的量子非线性 Sigma 模型。与原来的理论相比,新的理论对任何自旋数值都成立,并包含一个对应的温度上限,同时,自旋波速度和有效相互作用参数都有了系统性的增大,体现了短程量子涨落的贡献。对应每个自旋和空间

维数的温度上限,原则上可以通过一些自洽的方法予以确定。我们仔细比较了新的理论预言和数值计算结果,发现在理论成立的范围内,两者不仅在定性上符合,定量上也基本符合。因此,我们相信新的低能有效场论模型能够克服上述 Haldane 理论中出现的疑难。

值得指出的是上述修改方案强调了在温度方向上的短程量子涨落引起的重整化效应,符合 Wilson 最初的有效量子场论重整化的基本思想<sup>[12]</sup>。长期以来,在用广义相空间路径积分方法处理量子多体问题时,这种短程量子涨落并没有引起物理学家的足够重视<sup>[13]</sup>,故这一方案对一大类相关的多体量子统计物理问题具有普遍意义。鉴于量子非线性 Sigma 模型中的定量圈图计算至今尚局限在关联长度必须远大于温度倒数(即在重整化的经典有序区域)的前提下,我们的方案显得更加简洁有效。当然,新的理论在解释自旋数值变大而出现的理论偏差时还需要进一步考虑温度上限受到自旋波展开中的高阶效应的影响。除此之外,如何推广这种新的有效理论使之能够适用于比一般海森伯反铁磁格点模型更复杂、更实际的情形(如包含空间或几何阻挫,二聚化,各向异性,有规则或无规则掺杂等等)具有很大的吸引力,这应该是低维量子磁性理论今后的重要研究方向之一。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Mermin N D, Wagner H. Phys. Rev. Lett., 1966, 17 :1133 ; Hohenberg P C. Phys. Rev., 1967, 158 :383 ; Coleman S. Phys. Rev. B, 1975, 11 :2088
- [ 2 ] Bethe H. Z. Physik, 1931, 71 :205
- [ 3 ] des Cloizeaux J, Pearson J J. Phys. Rev., 1962, 128 :2131 ; Luther A, Peschel I. Phys. Rev. B, 1974, 9 :2911
- [ 4 ] Faddeev L D, Takhtajan L A. Phys. Lett. A, 1981, 85 :375
- [ 5 ] Haldane F D M. Phys. Rev. Lett., 1983, 50 :1153 ; Phys. Lett. A, 1983, 93 :464
- [ 6 ] Chakravarty S, Halperin B I, Nelson D R. Phys. Rev. Lett., 1989, 39 :2344
- [ 7 ] Hasenfratz P, Niedermayer F. Phys. Lett. B, 1991, 268 :231
- [ 8 ] White S R, Huse D A. Phys. Rev. B, 1993, 48 :3844 ; Hallberg K *et al.* Phys. Rev. Lett., 1996, 76 :4955 ; Qin S, Wang X, Yu L. Phys. Rev. B, 1997, 56 :R14251 ; Lou J *et al.* Phys. Rev. B, 2000, 62 :3786-3792
- [ 9 ] Beard B B *et al.* Phys. Rev. Lett., 1998, 80 :1742 ; Kim J-K, Troyer M. Phys. Rev. Lett., 1998, 80 :2705
- [ 10 ] Dai J, Zhang W M. Phys. Rev. Lett., 2005, 95 :167205
- [ 11 ] Zhang W M, Feng D H, Gilmore R. Rev. Mod. Phys., 1990, 62 :867
- [ 12 ] Wilson K G, Kogut J. Phys. Rep., 1974, 12C :75
- [ 13 ] Schulman L S. Techniques and Applications of Path Integration. New York : Wiley Press, 1981