

# 介观物理基础和近期发展几个方面的简单介绍\*

马中水<sup>†</sup>

(北京大学物理学院 北京 100871)

**摘要** 低维和介观物理系统的研究是当前凝聚态理论的一个重要方向. 文章将从回顾介观物理中的几个基本概念开始, 就近年来在量子点、二维电子气和介观物理系统中的电子关联效应等几个方面的研究, 简略地介绍介观物理的新发展和机遇.

**关键词** 介观物理, 量子相干, 电子关联, 量子输运, 低维电子系统

## Fundamentals and recent progress of mesoscopic Physics

MA Zhong-Shui<sup>†</sup>

(School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract** Low dimensional and mesoscopic systems represent a major field of condensed matter physics. We first review some fundamental concepts and principles in mesoscopic physics, then describe recent progress in the study of quantum dots, two-dimensional gases, and electronic correlations in such systems. Some open questions are also pointed out.

**Keywords** mesoscopic physics, quantum coherence, electron correlation, quantum transport, low dimensional system

我的朋友曾对我讲述一个关于他家孩子的故事. 平时这个小朋友总是为《麦兜的故事》中所讲述的故事津津乐道. 有一天, 小朋友从幼儿园回到家后, 顽皮地问我朋友: “猜猜有什么‘米’不能吃?”, 朋友当时脑海中想到的, 无非是自己家中厨房里边边角角、角角落落、落落边边所能翻出来的那点东西. 在确信他会回答“莫有”后, 小朋友开心地对他说: “是纳米!”. 他听完之后, 在感到好笑之余, 也感到有些震撼. 给予他震撼的是当今科技理念在人们的日常生活中普及广泛的程度. 正如我们许多成年人不知道谢立文笔下那个左眼上有胎记的麦兜, 到底有什么魅力让孩子们着迷一样, 小朋友当然也很难理解小数点后面一串零下的“米”(  $10^{-9}$  米)意味着什么, 但是, “纳米”( nm)作为一个尺度概念的量, 无疑已经让尺度的理念, 实实在在地融入到我们现实生活中来.

当今冠以“纳米”的技术, 很大程度上是起源于

信息技术( information technology, 指以计算机为基础能采集、储存、处理、管理和传输信息的技术)市场需求下, 推动半导体工业器件集成化的发展. 伴随着制造业的进步和超低温的实现, 在实验室里人们已能够构造出尺度比物理学意义上典型退相干长度还小的“宏观”样品, 使得在这类小尺度构型中发现了许多与载流子相位相干性有关的新奇现象. 与之呼应, “纳米结构”技术已经使得人造半导体器件达到 100nm, 甚至更小. 我们且抛开持续减小器件尺度为大众生活带来的优越性, 就物质结构上来讲, 系统尺度被缩小到典型相位相干尺度内时, 量子相干性使得所观测到的物理性质呈现出显著的量子力学效应. 因此, 介观物理客体架构, 乃至纳米结构, 为我们

\* 经作者和出版者同意, 本文转载自《物理双月刊》2006年28卷5期(10月)752页

<http://psroc.phys.ntu.edu.tw/bimonth/index.php>

<sup>†</sup> Email: mazes@phy.pku.edu.cn

提供了一个难得能研究新奇和基本量子物理现象的场所。

为了说明介观物理系统相位相干性在这些新奇量子现象中的作用,本文将简单地从系统尺度受限系统中的量子现象回顾介观物理中的几个基本概念。然后,从量子点、二维电子气、介观物理系统中的电子关联效应等几个近年来活跃的方面,简略地介绍介观物理系统的新发展。文中所述的内容将沿着这样一条线路展开:量子相干性、电导涨落、相位相干区内弹道输运、扩展态与局域态的相互作用在介观系统中的表现、电子-电子相互作用和电子关联行为。因此,并不一定是依历史发展的顺序。此外,文中所涉及的内容是众多在介观物理领域物理学家的研究成果,本文编者只是按照自己的体会和理解,对近年来在介观物理研究中的一少部分发展进行了整理和引述。学识的浅薄限制了本文撰写包罗整个介观,乃至纳米体系的发展思路和理论体系。如果读者能从中找到自己的兴趣点,并对介观量子现象激发出期待深刻了解的愿望,本文编者将感到万分荣幸。为了反映发展过程中具代表性的实验结果,本文中尽可能地选用原始或综述文献中的图表来演示。为此,本文编者首先要诚挚地感谢这些辛勤工作的物理学家,为我们展现了这样一个新颖的理论体系。

## 1 介观物理中的基本概念

“介观(mesoscopic)”一词第一次是由 van Kampen<sup>[1]</sup> 1976年在他关于随机过程的文章中提到的。直观地讲,介观系统是指尺度介于微观和宏观尺度之间的系统,它可以看成是尺度缩小的宏观物体。它的标志特征在于其物理可观测性质中明确地呈现出量子相位相干的效应。因此,从物理意义上讲,尺度与相位相干长度接近的电子系统就是介观的。研究这类尺度缩小的宏观物体中量子相干性引起的物理问题,便形成了所谓“介观物理”的学科。

### 1.1 介观系统的量子力学属性

从物理特征来讲,尽管介观系统和宏观系统都包含大量的原子和分子,但宏观系统可以用材料的平均特性来描述。与之相反,鉴于介观系统其物理结构的小尺度特点,围绕物理可观测测量平均特征的涨落显得更为重要。与微观体系一样,介观系统所遵从的物理规律依然是以量子力学为基础。规律与尺度特征的结合,使得它的物理属性表现出既不属于原

子尺度,也不是宏观大块系统的行为,而是有着其独特和新奇的特性。低维、纳米结构和量子点等器件的介观结构,能够明显地表现出量子干涉和有序所导致的涨落现象,以及多体受限系统中的电子强相互作用等基本物理属性<sup>[2]</sup>。

谈到量子相位相干效应,我们不得不回到量子力学。当系统的尺度达到与粒子的德布罗意(de Broglie)波长可比拟的尺度时,粒子展现出波动-粒子二象属性。它的坐标和动量,及能量和时间将满足测不准原理。牛顿经典轨道的描述对微观粒子已经不再适用。它的特征必须在量子理论框架中由状态波函数来描述,其中波函数的相位是对粒子量子相干的表征。依据其波动性,它将满足“叠加”原理。量子力学中,波的“叠加”意味着波的两个波幅相加,这是不同于通常意义下的“混合”或“相加”。量子“叠加”性在“介观系统”的量子相位相干涨落效应中是非常重要的,它将明确地呈现于观测到的物理性质中。例如,我们可以观测到电子的干涉和衍射现象。一般情况下,波函数的相位是时间和坐标的函数。粒子的量子行为会因增大系统尺度、大量粒子的热运动、以及被杂质的散射等因素被破坏掉,其结果使粒子量子相干性消失。然而,我们必须注意到这样一个事实:降低温度,会使对应的退相干时间增长。关于这点我们下面还会讨论到。

### 1.2 特征长度

基于量子相位相干效应起作用的范围和程度,原理上由以下几个特征长度,能够定性地分析粒子的量子行为。(1)费米面(Fermi surface)附近的电子德布罗意波长 $\lambda_F = 2\pi/k_F$ ,简称费米波长,它能够刻画粒子的量子涨落。当系统的尺度接近费米波长时,粒子的量子涨落非常强;而当尺度远大于费米波长时,粒子的量子涨落相对较弱。这时,它的量子相干性很容易受到破坏。(2)粒子的平均自由程(mean free path)。它表征着占据初始动量本征态的粒子被散射到其他动量本征态前,粒子所走过的平均距离。换句话说,也就是表征粒子动量的弛豫。平均自由程 $l$ 与粒子的弛豫时间(relaxation time) $\tau$ 关系为 $l = (h/m_0\lambda_F)\tau$ 。后者的物理意义是电子处于某个动量本征态的平均时间,即处在某一动量本征态的电子在被散射到另一动量本征态前所逗留的平均时间。(3)相位相干长度 $L_\phi$ (phase coherence length或dephasing length)。它所指的是,占据某一个本征态的粒子,在完全失去相位相干性之前所传播的平均

距离. 相位相干长度反映了粒子动力学保持相位相干性的最大范围. 当系统处在扩散区时  $L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$ , 而处在弹道区时, 我们有  $L_\phi = v_F\tau_\phi$ . 足够低温下, 电子的相位相干长度可达到几个微米. 当超过相位相干长度  $L_\phi$  时, 无序环境中的输运性质可以简单地用准经典的理论来处理, 比如玻尔兹曼 ( Boltzmann ) 理论. 但是, 在小于  $L_\phi$  的尺度内, 电子自由度的量子相位相干性将影响其动力学的本质.

上述所谈到的三个特征长度并非与材料和外界的条件无关. 通常金属和半导体中均存在着形如缺陷、晶格的不完整性、晶粒边界、空位和掺杂等因素引起的不规则性. 电子将与这类不规则的晶格势能相互作用, 从而导致上述特征长度随材料的不同也不尽相同. 而且, 它们也随着系统的温度变化和是否有外磁场的情况而改变.

为了能够让我们大致对特征长度的数量级有个较明确地认识, 下面就三维情形举几个例子, 并给出较为典型的数据. 考虑三维自由电子模型, 费米波矢可用电子密度表示成  $k_F = (3\pi^2 n_e)^{1/3}$ . 对金属, 比如金  $n_e \approx 6 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ , 可以算出  $k_F \approx 1.2 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}$ . 所以  $\lambda_F$  约为 0.5nm. 然而, 半导体中载流子密度要低六个数量级 ( $n \approx 6 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ ), 这时费米波长  $\lambda_F$  达到 50nm. 因此, 半导体中电子的费米波长大约是金属中的 100 倍. 同样, 利用电导与电子的弹性平均自由程关系式  $\sigma = k_F^2 e^2 l / 3\pi^2 \hbar$ , 弹性平均自由程可表示成  $l = 3\pi^2 \hbar / k_F^2 e^2 \rho$ , 其中  $\rho$  表示电阻率. 在 4K 左右的低温下, 金薄膜/线的电阻大约为  $5 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ , 由此可估算出弹性平均自由程为 16nm. 对于某些金属合金, 电阻率会更高. 此时的平均自由程会降低一个数量级. 对于半导体 GaAs, 低温时电子的平均自由程约为  $1 \mu\text{m}$  或更长, 而 Si - MOSFET 中的平均自由程为  $0.1 \mu\text{m}$ , 甚至还要短. 前面我们已经谈到过, 电子的退相干性依赖于温度、无序的程度、材料自身结构, 等等. 低温 ( 1 K 或更低温 ) 下, 除极少数几种情形所测到的退相干长度达到近十微米, 大多数金属和金属合金所测量到的退相干长度大约在  $0.1 \mu\text{m}$  到  $1 \mu\text{m}$  之间. 然而在相同的温度范围, 半导体测到的退相干长度可达到几个微米. 更为详细的介绍可参阅文献 [ 3 ]. 在介观物理系统的研究中, 系统处在扩散区或弹道区和准弹道区时的传输性质, 更让我们感兴趣. 因而并没有许多实验被设计来测量局域化长度 ( localization length ). 在弱无序或弹道区, 局域化长度远远比退相干长度长. 最近, 在掺杂 GaAs

半导体系统对由弱局域到强局域接跨的研究中, Gershenson 等人发现局域化长度可达几微米甚至更长一些 [ 4 ].

### 1.3 能态密度和受限系统中的输运信道

介观系统的尺度受限和维 ( 度 ) 数的降低, 往往是通过在空间上某方向加以限制来实现的. 从维数上看, 极限受限的构型就变成一个低维系统. 为此, 我们需要对能态密度和系统维数之间的关系有所了解. 事实上, 不同维度的系统, 其能带中不同能量的本征态, 对传导和对平均可观测量贡献的程度也不尽相同. 另外, 它还涉及到介观受限系统中电子输运的信道 ( channel ) 问题 [ 3-5 ].

能态密度是指单位能量宽度内离散的本征能级数目. 如考虑自旋简并性, 能态密度定义为  $\rho(E) = 2 \sum_k \delta(E - E_k)$ . 然而, 对于磁性材料, 自旋简并被解除, 相对应的自旋极化的能态密度  $\rho_\uparrow(E)$  和  $\rho_\downarrow(E)$  必须区别开来考虑. 通过简单的数学运算, 自旋简并的能态密度可表示成在准能量表面上的面积分形式:  $\rho(E) = 2(2\pi)^{-1} V \int_{E=E_k} d\Omega_k |\nabla_k E_k|^{-1}$ . 假定  $E_k$  只依赖  $k$  的函数, 例如准自由粒子,  $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m_e^*$ , 我们可以证明, 能态密度在二维情形时是一个常数, 在三维时正比于  $\sqrt{E}$ , 而在一维情形是反比于  $\sqrt{E}$ . 因此, 在一维中能带底部附近的那些态, 起着比二维和三维情形下更为重要的作用. 但是在三维系统中, 正比于  $\sqrt{E}$  的能态密度关系, 说明平均可观测量主要由那些来自较高能量的态所决定. 众所周知, 我们是生活在三维空间的, 当谈到低于三维的空间时, 往往是指系统在某些维度的自由度被“限制”. 考虑边长为  $L$  的正立方体系统, 我们知道三维时的能态密度可写成:  $\rho_{3D}(E) = (2m_e^* L^2 / \sqrt{4\pi^4 \hbar^2})^{3/2} \sqrt{E}$ . 二维系统是指两边是真空的固体薄膜层. 对电子来讲, 层外的势能很高, 使得电子运动被严格地限制在二维的薄层中. 从物理学的角度看, 限制是由边界条件来实现的, 边界条件将导致能量上的“尺度 - 量子化”. 假设在上面的正立方体系统中, 沿  $z$  方向限制出一片薄层, 离散能级  $E_{n_z}$  由量子数  $n_z$  标定, 对应的能态密度可求得为  $\rho_{2D}(E) = (m_e^* L^2 / \pi \hbar^2) \sum_{n_z} \delta(E - E_{n_z})$ . 类似地, 细线的离散能级  $E_{n_x n_y}$  由沿  $x$  和  $y$  方向两方向受限给出的量子数由  $n_x$  和  $n_y$  标定, 对应的能态密度为  $\rho_{1D}(E) =$

$\sqrt{2m_e^* L^2 4\pi^2 \hbar^2} \sum_{n_x, n_y} 1/\sqrt{E - E_{n_x, n_y}}$ . 按能态密度的定义不难知, 零维系统的能态密度就是对系统可能的离散本征能量个数求和, 即  $\rho_{0D}(E) = 2 \sum_n \delta(E - E_n)$ . 图 1 演示了能态密度在各种维数下的形式. 由图可见, 在总能量固定时, 不同的  $n_z$  (二维) 和  $(n_x, n_y)$  (一维) 重复前一组态的能态分布. 在电子输运中,  $n_z$  和  $(n_x, n_y)$  的取值范围, 决定了在固定能量下参与导电的通道个数  $N_c$ , 也就是通道数.

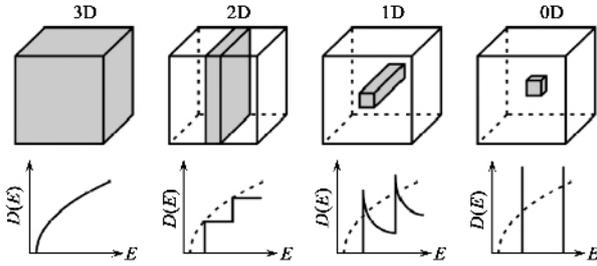


图 1 各种维数下的能态密度示意图<sup>[6]</sup>

### 1.4 介观体系的特征效应

通过上面的讨论, 我们对受限系统的能态密度有了一定的认识. 接下来我们来看看介观物理体系的特征效应. 它们包括: Aharonov - Bohm 振荡<sup>[7]</sup>、普适电导涨落<sup>[9]</sup>和弱局域化等等. 这些效应反映了介观体系与宏观体系本质上的差别.

1957 年 Landauer<sup>[10]</sup> 认识到量子力学在小尺度起着重要的作用, 并给出与两个电子库相连接的相位相干的导体电导公式. 此后, 该电导公式又被 Buttiker<sup>[11]</sup> 发展, 被称之为 Landauer - Buttiker 公式. 对与理想电极连接的介观金属导体, 其电导可表示为  $G = (2e^2/h) \sum_n N_c T_n$ , 其中  $T_n$  是  $N_c \times N_c$  透射矩阵  $t$  和它的复共轭之积  $t \cdot t^\dagger$  的本征值. 导体可看成透射几率为  $T_n$  的  $N_c$  个相互独立透射信道的平行电路. 该公式的意义在于把电子通过导体的量子力学透射性质, 与它的电导直接联系起来. Landauer - Buttiker 公式在研究介观系统的量子输运中有着非常重要的地位. 特别是当今对纳米线、原子线和分子器件中的电子输运等方面都有着广泛的应用. 通常, 在截面积为  $A$  的典型金属线中,  $N_c$  是一个很大的数:  $N_c \sim A/\lambda_F^2$ . 由于金属的费米波长  $\lambda_F \sim 1 \text{ \AA}$ , 所以宽为  $1 \mu\text{m}$ , 厚为  $100 \text{ nm}$  的金属线,  $N_c \sim 10^7$ . 尽管对半导体情形  $N_c$  的值要小点, 但依然是  $N_c \gg 1$ . 有兴趣的读者可参阅文献 [3-5].

20 世纪 80 年代, 很多人对小尺度构型中的相

干特性进行了研究<sup>[7-9]</sup>. 电子相位相干性的一个最直接结果, 是当正常金属环的介观结构置放在垂直它平面的磁场中时, 可以观测到电导是磁通量的函数, 并以磁通量子为周期的变化行为, 见图 2. 在低温下, 当相位相干长度长过环的周长时, 电子在环内沿不同路径传输时是保持相位相干的. 任意电子通过其中一臂与同一电子通过另一臂之间会发生干涉, 这就像光的双缝干涉一样. 电子通过环的两臂过程中, 除了两臂的本征位相差  $\phi_0$  外, 必须考虑磁场效应导致的相位差  $\phi_B = (2\pi e/h)\Phi$  (其中  $\Phi$  表示穿过环的磁通量  $\Phi = \oint \mathbf{d} \cdot \mathbf{A}$  (矢势沿环的闭合路径积分)). 由此可得电导正比于  $\cos(\phi_0 + \phi_B)$ . 所以, 电导是磁通量  $\Phi$  的周期振荡函数, 周期为  $h/e$ . 这被称为电导的 Aharonov - Bohm 振荡.

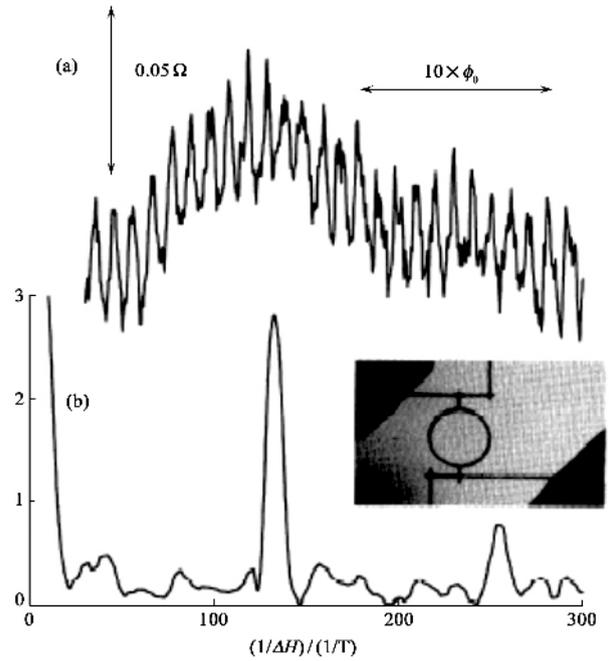


图 2 置于磁场下介观环的电导 Aharonov - Bohm 振荡<sup>[8]</sup>

前面我们已经说的, 介观系统依然包含大量的粒子. 系统中的各种随机性, 使得被观测的量随外场涨落. 尽管涨落有着指纹特征 (fingerprint), 但它们的统计性质是普适的. 也就是说, 对一大类不同的介观系统, 从性质上讲它们是“相同”的. 这使得它们本质上能够由少数几个共同的参数来刻画. 就拿电子的局域性来说, 量子相干性表现出的有趣现象, 是使原本为金属性质的系统, 在达到介观尺度时由于系统的局域化会变成绝缘体. 不同于由热涨落引起的相变, 这种局域 - 非局域转变, 是量子涨落驱使的临界现象. 局域相 - 非局域相是由电导临界值决定

的临界点所隔开的. 因此, 标度可变的电导扮演着类似通常相变中温度的角色.

事实上, 在达到介观尺度时, 尺度在相位相干长度内的导体的电导, 不能像宏观导体的电导那样, 仅仅由材料的常数来描写. 通常, 对于一个导体来讲, 从它的尺度  $L$  与导体中电子的费米波长  $\lambda_F$ 、平均自由程  $l$  和相位相干长度  $L_\phi$  之间的相对关系, 可以大致分为扩散区、量子涨落区(包括弹道区和电导普适涨落区)和局域化区. 它们分别对应于电导可以用经典理论描述、单电子行为显著和涨落幅度恒定(量级为  $e^2/h$ )与系统表现为绝缘体等几个大的粗框架.

为了对这种划分有一个较为直观的感觉, 我们来看一片截面为  $W$ , 长度为  $L$ , 且上面有个洞的导体的导电性质. 我们将从量子涨落随系统尺度变化的角度, 考察  $L, \lambda_F, l$  和  $L_\phi$  之间各种相对关系对导体导电性质的影响. 假设有一磁通  $\Phi$  穿过洞. 由于磁通并没有直接穿过洞以外的区域, 电子不会感受到洛伦兹(Lorentz)力. 但是, 正如前面谈到的 Aharonov-Bohm 效应, 磁通透过相位  $\exp(-i2\pi\Phi/\Phi_0)$  进入到量子力学的传播子. 所以, 电导将是磁通  $\Phi$  的周期函数.

(1) 对  $\lambda_F \ll \sqrt{W} < l < L_\phi$  情形. 假定  $L \gg L_\phi$ . 研究发现, 改变磁通并不影响电导, 此即电导对 Aharonov-Bohm 相位不敏感. 它可以写成  $G = \sigma(W/L)$ , 其中  $\sigma = e^2 n l \lambda_F / h$ . 由此我们有  $G = (e^2/h) \chi(W/\lambda_F^2) \chi(n\lambda_F^3) \chi(L/L)$ . 截面  $W$  可拥有的传播通道数为  $N_c = W/\lambda_F^2$ . 利用  $n\lambda_F^3 \approx 1$ , 可得到  $G \approx (e^2/h)g$ , 其中  $g = \xi/L, \xi = N_c l$ . 这样一来, 从量子力学对经典电导的解释中就给出一个长度量  $\xi$ . 这说明经典电导不要求  $L \gg L_\phi$ , 而且要求  $\xi \gg L$ . 因而经典情形对应于  $\lambda_F \ll l < L_\phi \ll \xi$  的尺度关系.

(2) 将系统的长度  $L$  减小到约等于或小于相位相干长度  $L_\phi$  时, 但保持其他量不变. 此时, 整个系统保持相位相干性. 由于这时不同路径间的干涉不容忽略, 其量子相位相干性, 会以电导为磁通函数涨落形式呈现. 实验发现在低温下, 小的金属样品的电导平均值依然是经典值. 而且, 它是以磁通量子为周期的变化. 与前面所谈到的 Aharonov-Bohm 电导同样的道理, 由于电子在线内传输可走不同路径, 其中环绕磁通洞的路径要求有一个附加相位因子  $\exp(-i2\pi\Phi/\Phi_0)$ , 所以导致  $g(\Phi)$  的周期性. 但是, 电导作为磁场的函数还会呈现非周期的涨落. 观察到的涨落有如下特征 (a) 涨落不是由于热噪声引起的, 而

是与时间无关的非周期涨落. (b) 涨落是样品特有的, 每一特定的样品有其自身特有的涨落图样. 而且, 对于给定的样品, 在保持宏观条件不变的情况下, 其涨落图样是可以重现的. 因此, 样品的涨落图样被称为样品的指纹. (c) 涨落幅度与电导的平均值无关, 其涨落幅度的量级为  $e^2/h$ . 这是介观导体的特殊性质——电导普适涨落. 理论研究还表明, 只要样品具有介观尺度, 并处于金属区, 就会出现电导普适涨落. 它的幅度与样品的材料、尺寸、无序程度无关. 与样品的形状和空间维度只有微弱的关系. 量子涨落区由  $\lambda_F \ll l \ll L < L_\phi \ll \xi$  来刻画.

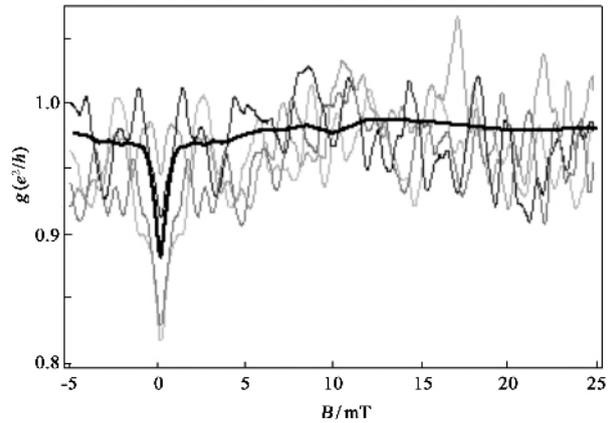


图3 普适电导涨落(粗黑线是平均电导值)

从物理上看, 普适电导涨落来源于介观体系中的量子干涉效应. 根据 Landauer 理论, 电导正比于总透射几率<sup>[10, 11]</sup>. 从样品一边到另一边的透射几率幅是各种通过样品相应费曼路径的几率幅之和. 在金属区, 电子通过样品时经历多次与杂质的散射, 其费曼路径是无规律行走式的“准经典”轨道, 不同的费曼路径之间的相位差是不规则的, 导致随机干涉效应(stochastic interference), 从而使电导呈现出非周期的不规则涨落. 依据经典统计力学,  $d$  维度宏观系统的物理量  $F$  的相对涨落定义为:  $(\Delta F)^2 / F^2 \sim (L_c/L)^d$ , 其中  $\Delta F = F - \langle F \rangle$ ,  $L_c$  是某一关联长度. 这表明  $F$  的相对涨落随系统的尺度增大 ( $L \rightarrow \infty$ ) 而趋于零. 让电导为  $F$ . 欧姆定律给出  $G = \sigma L^{d-2}$ . 我们用它来检验普适电导涨落. 利用  $(\Delta G)^2 \sim (e^2/h)^2$ , 当  $d=2$  时, 上式给出的电导相对涨落与  $L$  无关. 但是, 当  $d=1$  时, 电导的相对涨落出现随  $L$  的增加而增加的结果. 这显然是与经典的自平均违背. 因此, 普适电导涨落不可能用经典的电导涨落来解释. Lee 和 Stone 以及 Altshuler<sup>[8]</sup> 等人用微扰的方法, 研究了普适电导涨落. 他们计算了

关联函数： $F(\Delta\mu, \Delta B) = g(\mu, B)g(\mu + \Delta\mu, B + \Delta B) - g(\mu, B)^2$ ，其中  $g = (h/e^2)G$  为无量纲的电导。电导涨落的大小可表示为： $\sqrt{(\Delta G^2)} \sim (e^2/h)\sqrt{F(0, 0)}$ 。研究发现，在波函数满足相位相干的条件下， $F(0, 0)$  是数量级为一的普适量。它与样品的材料、尺寸、无序程度、电导平均值的大小均没有关系，只与样品形状及空间维数有微弱的依赖关系，于是得到： $\sqrt{(\Delta G^2)} \sim (e^2/h)$ 。这就从理论上证明了处在金属区的介观系统电导涨落是普适的。

(3) 当导线越来越细，小到  $\xi < L$  时  $g < 1$ 。涨落是从大  $g$  到  $g \approx 1$  都是单位量级。因而，在  $g < 1$  时，经典电导以指数形式衰减 ( $g \sim \exp(-L/\xi)$ ) 的行为取代与  $\xi$  的线性关系。从这个表达式，我们可以认识到  $\xi$  的物理涵义，它反映了电子传输超越多大的长度范围后会变得迟钝，所以它被称为局域化长度。量子局域化区是由  $\lambda_F \ll l \ll \xi < L < L_\phi$  来刻划。

为了理解无序和量子相干干涉对局域化后产生的直观后果，我们来分析在晴天和阴天我们对阳光通透的感觉。不用说，晴天时，我们会感觉到阳光充沛。在多云天气，尽管我们无法直接地看到太阳，但是依然有光，光强较弱。通常我们认为这是由形成云的细小水珠，散射由四面八方投向我们的扩散光。这种观点是认为光强通过无序介质的传播，可由简单的扩散过程来描述。当然，这种观点成功地解释了许多重要的现象。然而，这种观点忽视了光的干涉本质。干涉现象是波动现象中本征的性质之一。空间中同一点处两同相波 (in-phase wave) 叠加 (相长干涉 constructive interference) 使得强度增强。相反，当两异相波 (out-phase wave) 的交叠 (相消或破坏性干涉 destructive interference) 导致波的强度减弱。这里反映了一个重要的特性，即波动特性中的相干干涉。回过头来看，由于微观粒子的波动性，干涉效应在量子世界中扮演着一个非常重要的角色，特别是它对理解无序固体系统中的导电性是不可或缺的。

1958 年安德森 (Anderson) [12] 引入局域化，它意味着强的无序能够通过量子干涉，把电子抓在一个有限的区域，使得导体看起来好似绝缘体 [13-15]。1972 年，Thouless [16] 证明了任意量子系统都拥有一个基本的能量尺度，称为 Thouless 能  $E_T$ 。它是量子系统的量子本征态对边界条件变化敏感程度的量度。要特别指出的是，它可以定义为从周期性边界条件变成反周期性边界条件时所引起费米面电子态的能量改变。对局域的本征态系统 (如绝缘体)， $E_T$  为

零。这是因为波函数不能延展到边界，所以它们的能量与边界条件无关。假定费米面处的能级间距 (level spacing) 为  $\Delta\varepsilon$ ，它与  $E_T$  的比  $E_T/\Delta\varepsilon$  可以确定系统是金属 ( $E_T/\Delta\varepsilon > 1$ ) 还是绝缘体 ( $E_T/\Delta\varepsilon < 1$ )。Wegner [17] 在 1976 年提出介观导体的单参数标度理论。1979 年，Abrahams, Anderson, Licciardello 和 Ramakrishnan [18] 基于下面的假定给出了无序介观导体的标度理论。这个假定是：在比平均自由程大的尺度内，系统输运性质的测量对具体无序微观来源不敏感。因此，在他们的理论中引入了一个常数量  $W$ ，用来刻划无序的强度。一旦知道了给定系统尺度的电导，就能够从流量方程获得更大体系的电导。由无序介观导体的标度理论，能够给出类似临界现象中由无序诱导的从局域态到非局域态相的转变，它通常称为局域态-非局域相变 [19]。

区别于局域半径比系统尺度小的强无序情形，在低温下，由量子干涉对经典运输的修正效应被认为是弱局域问题。在弱局域情形，局域化长度比系统的尺度大。当然，在系统的介观属性 ( $L < L_\phi$ ) 下，增大系统的尺度将表现出强局域特性。弱局域效应可以由量子干涉引起的背散射增益来解释。它的意思是，两个相等几率幅之和的量子相干几率比对应两几率的非相干之和大。比如，电子在固体中扩散运动时，会以一定的概率返回它的出发点，其轨道的自交形成一个闭合圈 (图 5)。这种路径称之为闭合路径。由时间反演对称性，我们知道沿同一闭合路径的逆转也是经典运动方程的解，也就是说，两条路径是等几率的。假设所有散射为弹性散射，可证明电子受相同的杂质散射，从  $k_1$  态到  $k_2$  态和从  $k_2$  态到  $k_1$  态所附加的相位差是相同的。回归几率的半经典计算，可获得两圈相加的振幅。计算发现量子力学的回归几率是它的经典值两倍。因此，尽管巨大数量的电子扩散路径之电子分波间干涉趋向于相互抵消，但经过时间反演路径的电子波间干涉却相互增强。电子回到途中某一点几率的增加，意味着它跑出去又兜了回来。因此，参与导电的电子几率下降，并导致电导率的减小或电阻率的增加。这种对经典电导率的量子力学改正——弱局域化的物理图像，是量子力学波函数叠加原理导致在宏观可观察结果的独特范例。

弱局域化的出现隐含着量子电导小于它的经典值。我们来看三维情形 [22]。粒子的扩散过程是由与时间成正比的均方位移来刻划  $(\delta r)^2 \sim Dt$ ，其中  $D$  是扩散常数。粒子经过  $t$  时间达到位置  $r$  的几率遵

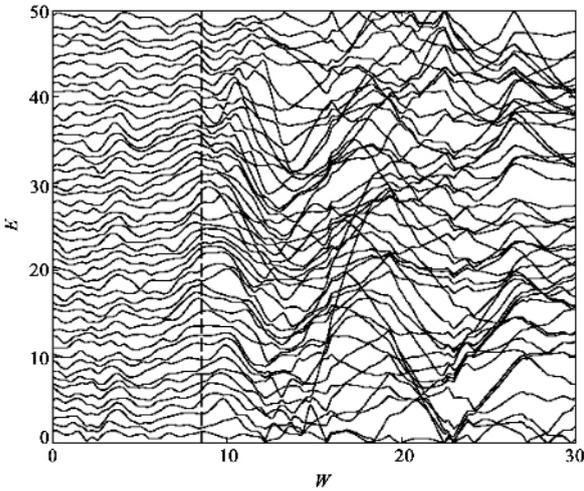


图4 含自旋-轨道耦合二维无序系统的能级随无序的变化<sup>[20]</sup>(金属-绝缘体相变发生在  $W_c = 8.55$ )

从高斯率:  $\rho(\mathbf{r}, t) = (4\pi Dt)^{-3/2} \exp(-\mathbf{r}^2/4Dt)$ . 所以回归几率正比于  $(Dt)^{-3/2}$ . 我们把线性尺度为  $L$  的系统分割成体积为  $\Omega_c = \lambda_F^3$  的元胞(单元). 经典的扩散路径通过系统缠绕一次的时间与扩散时间  $t_D = L^2/D$  是同量级的. 在这段时间内, 所划过的量子元胞数为  $N = v_F t_D \lambda_F^2 / \Omega_c$ . 这  $N$  个量子元胞中自交的元胞数, 可由时间在弛豫时间  $\tau$  和扩散时间  $t_D$  之间对所有回归几率的平均求得:  $\Delta N \sim N v_F \lambda_F^2 \int_{\tau}^{t_D} (Dt)^{-3/2} dt$ . 假定电导的相对改变正比于相对数, 我们可估算出电导的相对变化为  $\Delta\sigma/\sigma \sim -v_F \lambda_F^2 \int_{\tau}^{t_D} (Dt)^{-3/2} dt$ .

综合以上(1)(2)和(3)的讨论, 我们了解到当  $L \gg L_\phi$  时, 可观测量表现出经典自平均行为. 为此, 可以把系统分割成长度为  $L_\phi$  的一些互不关联的小段, 涨落是依平方相加处理. 由此, 电导涨落是按  $(L_c/L)^{d/2}$  比例减小. 当  $L \approx L_\phi$  时, 介观金属系统表现出电导的普适涨落. 当  $L < L_\phi$  时, 由于载流子相干性, 电导是在整个  $L_\phi^d$  区域定义长程关联的函数.

### 1.5 局域-非局域相变的随机矩阵理论描述

由于它与杂质之间的多重散射, 无序系统中的电子表现出无规则的运动特征. 抛开系统中的无序和与杂质散射, 运动的规则和不规则让我们想到经典对应下的规则运动和混沌运动. 经典的混沌并不需要系统是无序的. 这里的“混沌”是指一类具有不可预测行为的确定性运动. 存在这类确定性的随机运动根本原因是邻近轨道的指数型分离, 此即混沌

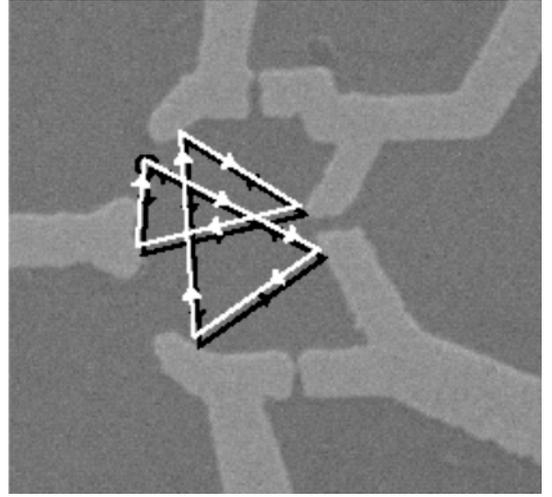


图5 量子点中电子的闭合路径示意图<sup>[21]</sup>

运动表现出指数型局部不稳定性. 这种不稳定性可由 Lyapunov 指数来描述, 它反映了运动对初值的敏感性.

例如, 粒子在二维环形球台和运动场型球台的反弹. 它们所对应的经典动力学分别是可积的和不可积的. 可积的系统是指除能量之外, 还有其他的守恒量. 系统的运动可以用这些守恒量来刻画. 相反, 不可积系统只有能量是守恒量. 二维运动场型球台系统是一个典型的不可积哈密顿(Hamiltonian)系统. 由于它只有不稳定轨道, 系统中几乎所有的轨道都是混沌轨道, 其运动不仅历经各态, 而且具有混合性. 因而, 这类哈密顿系统的混沌运动称作硬式混沌(hard chaos). 但是, 实际中绝大多数不可积的哈密顿系统积, 有稳定的规则运动, 也有不稳定的混沌运动. 混沌运动与稳定的规则运动并存的情形被称为软混沌(soft chaos). 由于相空间中规则区与混沌区交错并存的复杂结构, 使得哈密顿系统混沌运动的统计描述变得十分困难.

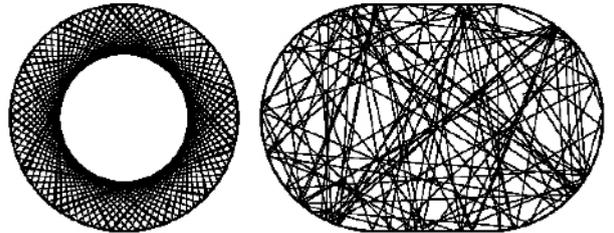


图6 粒子在二维环形球台和运动场型球台的反弹<sup>[23]</sup>

在涉及经典混沌的量子表现时, 我们会问与经典混沌系统对应的量子系统所具有的特征是什么呢? 经典系统中粒子的运动状态由其坐标和动量确定. 轨迹的指数型分离是纯经典的概念, 不适用于混

沌量子力学. 目前所使用的量子可积性定义, 是从经典可积性定义的形式推广而来. 它并没有明确地规定出量子可积系统的基本特征. 在量子力学中, 由于测不准原理, 运动遵循薛定谔方程, 单个量子系统的状态是用波函数描述. 这使得计算可积和不可积系统能谱的问题, 都变成了求解薛定谔方程本征值问题.

1973年, Percival<sup>[24]</sup>从量子系统的半经典极限性质出发, 将  $N$  自由度保守系统的量子能谱分解成规则谱和无规谱两部分. 它们分别反映系统在经典相空间中的规则运动和混沌运动. 规则谱中的量子态能够用对应守恒量的量子数标记. 而属于无规谱的量子态, 除能量以外, 不具有其他可辨认特征. 由于无规谱的能级分布没有明显的规律, 描述这种能谱的分布必须采用统计的方法. 尽管不同系统的能级分布规律各不相同, 但它们将显示一些普遍的统计规律特征, 其中的某些特征与系统是否有混沌有着密切关系. 然而, 通常平均能级密度, 与系统的混沌行为之间并不存在明显的关联. 我们可以简单地用运动场球台系统的量子能谱说明这点. 该系统的平均能量密度为  $\overline{\rho(E)} = (mA/2\pi\hbar^2) \sqrt{1 - L\sqrt{\hbar^2/2mE}/2A}$ , 其中  $A$  是球台场边界围的面积,  $L$  是边长. 它与边界形状无关, 因此, 由它并不能观察到规则和混沌运动的区别. 但是, 它是具有不规则谱的各态, 历经混沌运动的两自由度保守系统. 为了揭示混沌与能谱特征间的联系, 需要讨论能谱相对于其平均密度的涨落变化.

描述能谱涨落的一个重要统计量, 是能级间距的分布函数. 能级间距分布的具体形式, 取决于能谱上相邻能级间的关联特征. 如果能谱的能级排列是完全无规的, 各相邻能级间无关联, 所对应的能级间距的分布是泊松分布. 20世纪50年代, 人们在研究复杂核能谱的统计性质时, 发现核能谱中具有小间距的几率比泊松分布所要求的小, 意识到相邻能级间有某种“排斥”效应存在. Wigner 和 Dyson 从理论上认为不能把能量本征值看作随机变量, 并建立了随机矩阵理论<sup>[25]</sup>. 随机矩阵理论是把量子系统的哈密顿量  $\hat{H}$  的  $N \times N$  个矩阵元看作随机变数, 由它的几率分布  $P(\hat{H})d\hat{H}$  给出系统能谱的统计描述——系综密度分布. 随机矩阵理论中的系综密度分布  $P(\hat{H})$  的形式建立在两个基本假设上:  $P(\hat{H})$  的形式与基态的选取无关,  $\hat{H}$  的各矩阵元作为随机变量是相

互独立的. 由此可以推出哈密顿量  $\hat{H}$  的分布函数具有指数形式:  $P(\hat{H}) \propto \exp[-C \cdot \text{tr}\{\hat{H}^2\}]$ , 其中  $C$  是与能量标度有关的数. 由系综分布我们可以唯一地确定本征值  $\{E_i\}$  的几率分布函数  $P\{\{E_i\}\}$ . 通常的高斯系综 (Gaussian ensemble) 是指上式中的指数为  $C \cdot \text{tr}\{\hat{H}^2\} = cE^2$ , 其中参数  $C$  与能级间的平均间隔  $\Delta\bar{\epsilon}$  (spacing) 有关. 根据系统是否具有时间反演对称性, 它们可以被分成称为高斯正交 (orthogonal) 系综 (GOE) (哈密顿量是实对称矩阵) 和高斯么正 (归一) (unitary) 系综 (GUE) (哈密顿量是复厄米 - Hermitian - 矩阵) 两大类. 含自旋 - 轨道耦合的系统属第三类, 它是由辛 (symplectic) 系综 (GSE) 来描述. 利用由矩阵元到本征值变量代换的雅克比 (Jacobian) 行列式, 能够把分布表示成 Wigner - Dyson 猜测 (小能级间隔) 与泊松分布 (大能级间隔) 的普适组合形式, 即  $P\{\{E_k\}\} \propto \prod_{i>j} |E_i - E_j|^\beta \exp[-\sum_n V(E_n)]$ . 这里所谈的普适性是指能级的统计分布函数只依赖于  $\beta$  的取值对称类. 也就是说, 哈密顿量对称性所属的随机矩阵, 其所对应的普适类完全地决定了系统的能级统计: 高斯正交系综 ( $\beta=1$ )、高斯么正 (归一) 系综 ( $\beta=2$ )、辛系综 ( $\beta=4$ ). 几率分布函数  $P\{\{E_i\}\}$  包含了能级分布和能级间关联的全部信息. 让我们回过头来看雅克比因子  $\prod_{i>j} |E_i - E_j|^\beta$ , 它反映了对相邻能级产生一个有效排斥. 能级靠近时能级差  $E_i - E_j$  小, 相应的几率小, 说明不喜欢能级太靠近, 能级排斥是量子混沌系统所独有的. 可积系统的非关联谱中不会有这种能级排斥. 尽管上面我们仅仅用本征能谱  $\{E_j\}$  来说明混沌运动, 但事实上, 一个保守的哈密顿量子系统的混沌运动特征也可以在本征态中描述. 建议有兴趣的读者阅读文献 [15, 18, 26].

金属中电子态是扩展态, 这时能级排斥强. 其能级间隔的分布函数近似地遵从 Wigner - Dyson 猜测. 反过来, 在绝缘区, 由于电子被局域, 所以不期望有能级排斥, 相应的能级排斥被压制, 能级间隔的分布变成高斯型. 因而我们会很自然地产生这样一个问题: “当系统经历局域 - 非局域相变 (Anderson 相变) 时, 能级统计的性质是如何改变的?” 回答这个问题可以基于 Shklovskii 等人 1993 年的一个结论<sup>[27]</sup>. 他们证明了在发生 Anderson 相变处, 能级间隔分布变得与尺度无关. 这样就使得能够从接近

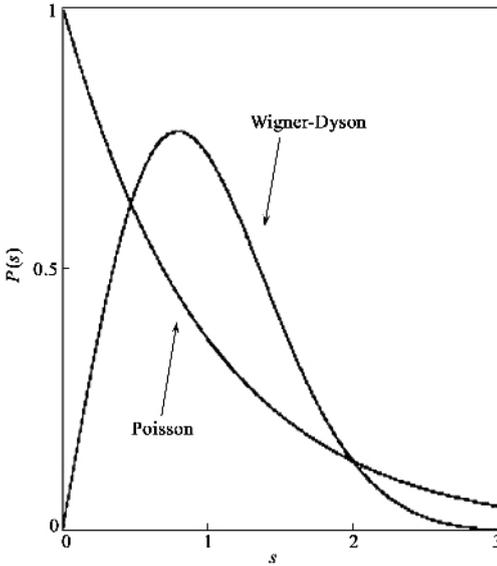
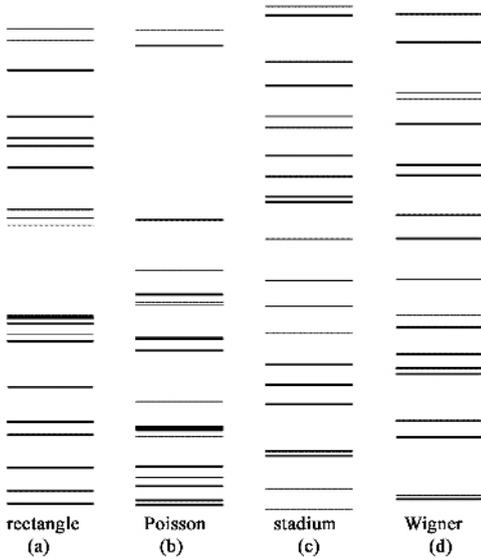


图7 泊松分布和 Wigner - Dyson 分布<sup>[22]</sup>

Anderson 相变时的能级间隔分布与尺度的依赖行为中获取局域化长度的临界指数. Evangelou 和 Hofstetter 等人<sup>[28]</sup>在分析临界点处的能级统计时发现, 尽管 Wigner - Dyson 猜测和高斯型的分布是与尺度无关, 但不同类系统的表现形式是不同的.

上面我们讨论了封闭系统的混沌现象. 对于无界动力学系统的混沌表现为散射混沌运动. 存在着两类不同性质的经典散射运动: 规则散射和无规散射. 粒子通过与电极耦合的导体中的隧穿可看成为散射问题. 其散射态可以用随机矩阵理论来描述, 从而揭示电子在经典混沌系统的隧穿中, 其经典混沌的量子表现. 介观系统中的混沌动力学研究, 是开始于把随机矩阵理论应用到量子输运问题<sup>[29]</sup>. 对无界系统来讲, 比如说穿过微腔的输运问题, 我们需要考

虑与电极的耦合. 哈密顿量将由三部分组成,  $\hat{H}_{open} = \sum_a |\alpha\rangle E |\alpha\rangle + \sum_{ij} |i\rangle H_{ij} |j\rangle + \sum_{\alpha i} [ |i\rangle w_{i\alpha} \langle\alpha| + |\alpha\rangle w_{i\alpha}^* \langle i| ]$ , 其中矩阵  $w$  描写微腔中的  $|i\rangle$  态与电极中能量为  $E$  的散射态  $|\alpha\rangle$  间的耦合. 散射矩阵可由  $\hat{H}$  和  $w$  表示成  $S(E) = 1 - 2\pi i w^+ (E - H + i\pi w w^+)^{-1} w$ . 对于理想的无反射耦合, 散射矩阵的分布是 Dyson 环 (circular) 系综, 即  $p(S) = \text{常数}$ . 同样, 由散射矩阵是实对称矩阵, 还是么正 (归一) 矩阵可以把它区分为正交或么正 (归一) 系综.

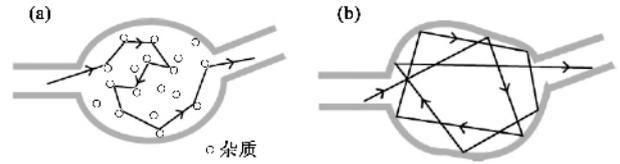


图8 无界动力学系统的散射混沌运动 (a)有杂质 (b)边界无规则<sup>[29]</sup>

随机矩阵理论现在已被广泛地应用于固态物理的许多问题中, 其中包括细小颗粒的能谱、介观系统的电导涨落、介观环的持续电流等方面<sup>[29]</sup>. 比如, 在量子霍尔效应 (Hall effect) 的能级统计研究中, 人们发现处在最低朗道 (Landau) 能级的电子, 以及破坏时间反演, 但保持自旋转动不变的无序系统中, 准粒子的能级间隔分布都遵从高斯么正 (归一) 系综<sup>[30]</sup>.

### 1.6 退相干问题

根据量子叠加原理, 叠加性要求取绝对值平方前要对所有路径的波幅相干地相加. 在经历非弹性过程, 或存在有其他不被与电子一起测量的动力学自由度相耦合时, 电子的相干性就要被破坏. 所谓被破坏, 就是讲几率趋向于变成等于平方振幅的非相干相加. 从而, 所观测到的就是宏观电子系统的经典行为. 因此, 非弹性过程, 或实验中与那些与其耦合而又不被测量的大量自由度, 是破坏相位相干的根源. 通常, 在足够低的温度, 电子相干运动可达到几个微米的尺度. 在尺度与相位相干长度可比拟的介观电子系统中, 电子运动充分地展现相位相干, 会出现弱局域化. 弱局域的强弱依赖于对求和  $p = | \sum_l A_l |^2$  有贡献的闭合路径数目和这些闭合路径的长度是否小于相位相干长度. 因此, 弱局域效应的幅度, 可以用来间接地推断出相位相干长度  $L_\phi$ , 或相位相干时间  $\tau_\phi$  ( $\tau_\phi$  是描述电子变得不相干所经历的时间<sup>[31]</sup>). 我们知道高

温时,退相干主要是由电子-声子相互作用引起的.但在低温时,由于声子被冻结,电子-声子相互作用很小.这时低维系统中的退相干主要机制是电子-电子散射.任意给定的电子将感受到其他所有电子产生的涨落电场,其结果使它的相位在某一段时间  $\tau_\phi$  后被搅乱.理论上预言低温时相干时间  $\tau_\phi$  按  $\tau_\phi^{-1} \propto T^\beta$  趋于无穷,其中  $\beta$  是某个正数.但是早期林志忠等人<sup>[3]</sup>和最近 Webb 等人<sup>[31]</sup>的实验结果显示,在  $T \rightarrow 0$  的极限下,非常多金属和半导体样品中的  $\tau_\phi^{-1}$  趋向某个饱和值.是什么机制导致  $T \rightarrow 0$  极限下的这一饱和现象,是当今低维退相干物理研究中仍在争论和探索的热门问题之一.

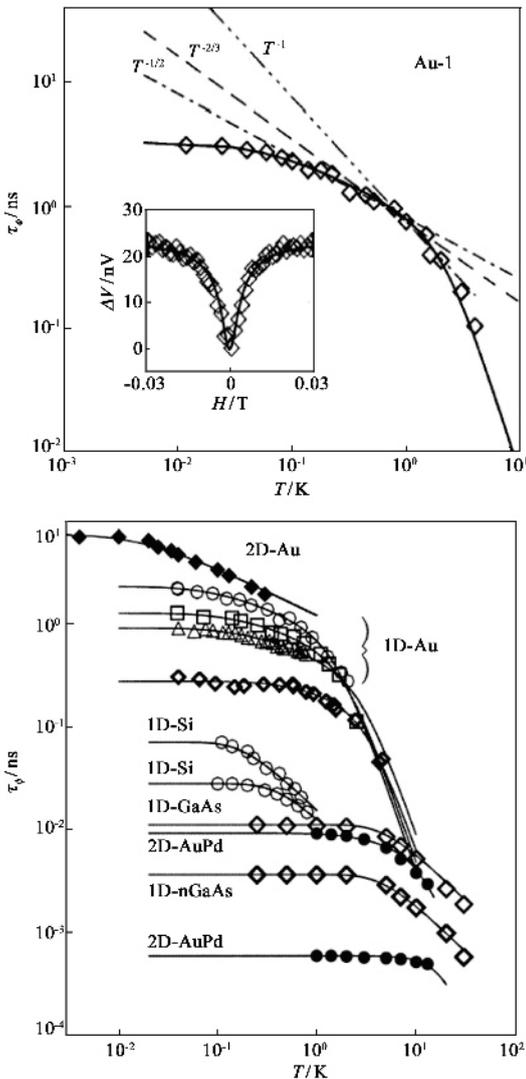


图9 相位相干时间  $\tau_\phi$  随温度的变化<sup>[32]</sup>

## 2 介观系统中电输运几个例子

在前一部分中,我们通过比较系统尺度和相干

长度的相对大小,简单地介绍了介观物理中 Aharonov-Bohm 效应、量子涨落和弱局域等几个重要概念.然而,我们知道平均自由程是描述载流子在传输中下次被碰撞的长度量.当系统的尺度  $L$  小于或与载流子弹性散射平均自由程  $l$  可比拟时,这时杂质散射可以忽略.载流子进入导体就好像进入到弹道一样.因此,系统称为处在弹道(ballistic)区.下面我们几个具体例子来说明处在弹道区的介观系统中的电输运行为.

### 2.1 量子化电导(量子点接触)

我们想象一个由两电子库(reservoir)间的金属节流孔组成的系统,它可被看成是 Sharvin 在 1965 年提出的点接触<sup>[33]</sup>(quantum point contact, QPC).实验室中人们现在利用力学的方法,能够以可控的方式制备出单个原子的接触结.在量子点接触研究中的突破是 1988 年的一个实验.实验发现二维电子气上做出的点接触的电导是以  $2e^2/h$  为单位量子化的<sup>[34]</sup>.它所反馈给我们的是这样一个讯息:量子点接触是一个电导直接与透射性质相联系的系统.点接触系统透射率  $T_n$  的量子化台阶不是 0 就是 1.有关量子点接触和有关弹道运输的详细理论,请参考文献[5].

### 2.2 库仑阻塞(Coulomb blockade)

在凝聚态的能带理论中,只要电子的轨道充分地扩展,电子间的关联能通常可被忽略.关联能是同一轨道上,两个自旋反向电子间的库仑排斥能.但是对于量子点,受边界的限制,轨道成为局域的.我们来看一个隧道结的例子.两边电极的电荷分别为  $-Q$  和  $Q$ , 当一个电子从一个电极隧穿到另一个电极后,相对应的电荷分别变成  $-Q + |e|$  和  $Q - |e|$ .那么,我们要问一个问题:隧穿后系统的能量是增加还是减少?对超小的隧道结,电子隧穿是由关联效应导致的电荷转移.穿越势垒的隧穿就好像消灭一对电子-空穴对一样.电荷为  $-Q$  的电极中的一个电子和电荷为  $Q$  电极中的一个空穴同时消失,导致它们的电荷分别为  $-Q + |e|$  和  $Q - |e|$ , 这等效于电容施放一个单位的电荷.与此电荷转移相伴随发生的,是其静电能由  $Q^2/2C$  变成  $(Q - |e|)^2/2C$ .我们假想隧穿导致湮灭单位电荷的这一事件,是发生在极板电荷处于  $-|e|/2$  和  $|e|/2$  之间(即  $-|e|/2 < Q < |e|/2$ ).比较湮灭前后能量,我们发现能量是增加的.实验上,这种能量增加的过程并没有被观

的振荡. 库仑阻塞是 1994 年 Yano 在多晶结构 Si 超薄膜中第一次观测到的.

### 2.3 介观超导体( Andreev 反射 )

上面所用的隧道结可以看成是作一种介观复合结构. 作为异质介观复合结构的例子, 超导体和正常金属接口的 Andreev 反射, 为我们提供了一个简单易懂地了解临近效应的实际例子. 与铁磁异质复合结构的近场效应不同( 自旋的累积和自旋矩的产生 ), 此时的临近效应是电子库珀对( Cooper pairs ), 从超导体中泄露到正常金属时所出现的现象<sup>[36]</sup>. 能量处在超导体能隙的电荷, 穿过正常金属和超导体接口的微观过程, 被称为 Andreev 反射.

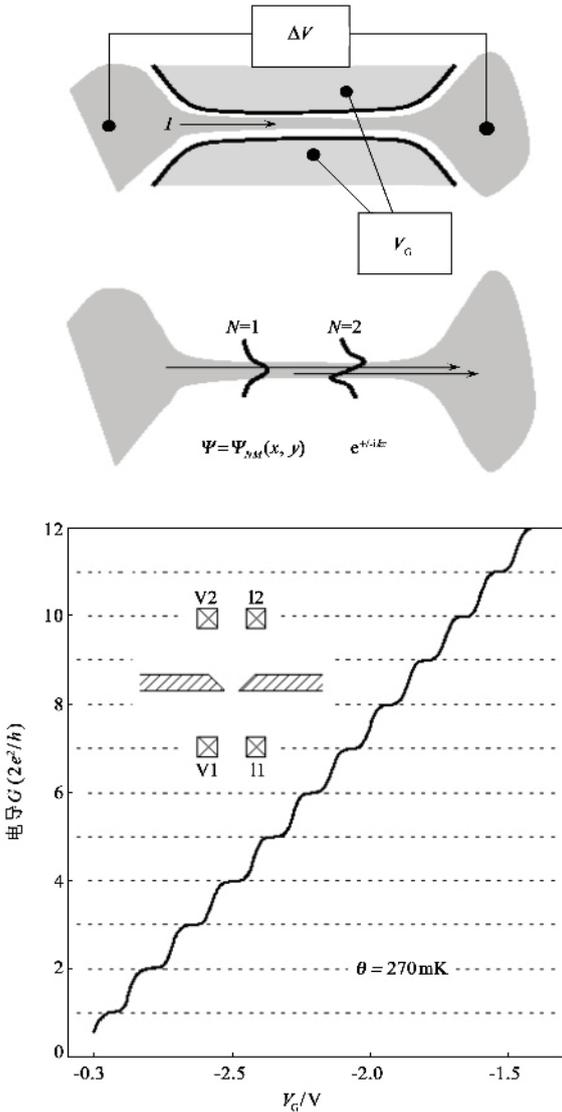


图 10 量子点接触和量子化电导台阶<sup>[28]</sup>

测到. 然而, 无论一个电子从电荷大于  $|e|/2$  还是一个空穴从电荷小于  $-|e|/2$  发生一个电荷的隧穿, 根据库仑排斥性, 能量总是减小的. 实验中观测到这种能量减小的过程. 这种电流在电压  $-|e|/2C$  和  $|e|/2C$  间被压制的现象称为阻塞( blockade ). 对应的隧穿电导被压制现象称为库仑阻塞( Coulomb blockade )<sup>[35]</sup>. 那么, 究竟这种静电能变化所导致的现像是什么? 把隧道结两极板与外电路相联接, 外电路的电流将对极板充电, 结上的电荷线性地增加. 在充电没达到  $|e|/2$  之前, 并不发生结隧穿, 结电压随着电荷的增加线性地增加. 当达到  $|e|/2$  时, 隧穿发生. 隧穿一个单位电荷的同时, 极板电荷立即回落到  $-|e|/2$ . 相应的结电压也随之减小. 周而复始地重复上述过程, 结电压将呈现出周期性锯齿状

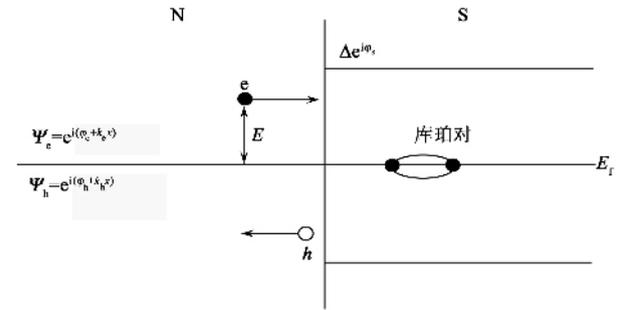


图 11 正常金属和超导体界面 Andreev 反射<sup>[36]</sup>

我们设想正常金属费米能量之上( 但  $E < \Delta$  )的一个电子射向正常金属 - 超导体接口. 由于超导体激发谱的能隙, 超导体中不存在能量  $E < \Delta$  的电子态. 所以, 电子波函数在超导相干长度(  $\xi_s = \hbar v_F \pi \Delta$  )范围内指数地衰减<sup>[37]</sup>. 这意味着具有这样能量的电子被反射. 但是, 1964 年, Andreev 证明了凭借反射过程, 能量  $E < \Delta$  的输运依然可以发生<sup>[38]</sup>. Andreev 反射又可以看成是电子从正常金属射到超导体, 而兑换成一个空穴的过程. 这是由于进入超导体的是电荷为  $2e$  的库珀对. 根据 BCS 理论, 最可能的配对是由两个动量反向的电子组成. 在超导体中, 除了能隙之外的准粒子态, 当正常金属费米面处在超导能隙中时, 两粒子能级是简并的. 设想正常金属费米面处的一个电子, 入射到正常金属 - 超导体接口<sup>[39]</sup>, 这个入射电子需要另一个动量相反的电子与它携手进入到超导体. 由于产生一个电子等价于呈现一个空穴, 而动量守恒要求空穴沿电子入射方向的反方向反射, 结果是从界面发射出一个能量为  $-E$  的空穴. 这个过程的能量是守恒的. 在有限温度情形, 只要能量的绝对值不大于超导能隙, 能量即使高于或低于费米面的电子都可能被 Andreev 反

射. 理解与超导相接触导体的 Andreev 电导时, 需要对电子和空穴的散射性质有所了解. 为此, 我们来考察倒反射 (retro-reflection) 现象. 电子和空穴间小的能量差 ( $2E$ ) 意味着电子和空穴波矢的长度几乎相等, 其差别为  $\delta k = 2E/\hbar v_F$ . 所以电子的波矢为  $k_e = k_f + E/\hbar v_F$ , 而空穴的波矢为  $k_h = k_f - E/\hbar v_F$ . Andreev 反射也是一个位相相干的过程. 在入射的电子和反射的空穴之间, 它们的相位有着确定的关系:  $\varphi_h \varphi_e \varphi_s - \arccos(E/\Delta)$ , 其中  $\varphi_s$  是超导凝聚相位. 鉴于 Andreev 反射的量子特征是相位共轭, 反映在空穴的散射正好是电子散射的共轭. 由此对应的 Andreev 电导可以表示成类似 Landauer 公式的形式,  $G = \chi (2e^2/h) \sum_n T_n^2 / (2 - T_n)^2$ . 一旦我们知道了透射本征性质, 就可以得到电导.

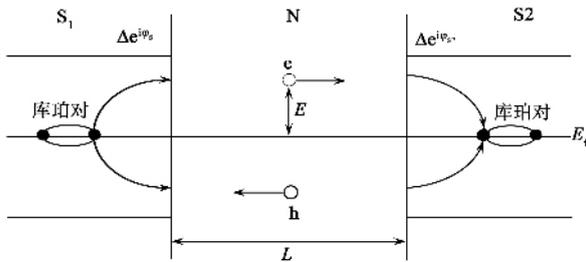


图 12 Andreev 束缚态<sup>[36]</sup>

事实上, 系统中如果仅有一个超导体时,  $\varphi_s$  可以利用恰当的规范变换把它消除, 所以它不起什么作用. 然而, 对含两个超导体系统的 Andreev 束缚态, 情况就不是这样了. 这时出现依赖于两超导相位差 ( $\varphi_{s1} - \varphi_{s2}$ ) 的干涉现象. 举个例子, 我们来看看两超导体之间夹着一片正常金属材料构形 (SIS 结). 假定费米面之上能量为  $E$  ( $E < \Delta$ ) 的电子从左边的超导体 (1) - 金属接口向右运动. 经历距离  $L$  到达右边的超导体 (2) 界面. 发生 Andreev 反射后, 有一个能量为  $-E$  的空穴沿着原来电子的路径反向到达超导体 1, 再次发生 Andreev 反射. 如此周而复始的循环, 使得  $2e$  电荷在两块超导体间转移. 如果一个循环所需的相位是  $2\pi$  整数倍的话<sup>[41]</sup>, 即得到:  $\varphi_{s2} - \varphi_{s1} + (k_e - k_h)L - 2\arccos(E/\Delta) = 2\pi n$ , 完整的量子描述就可以看成电子 - 空穴形成一个束缚态, 称为 Andreev 束缚态. 如果位相差  $\varphi_{s2} - \varphi_{s1}$  不为零, 时间反演对称性被破坏. 束缚态在两个相反方向所携带超流的占有几率不同, 从而有超流通过 SIS (superconductor - insulator - superconductor) 结.

### 3 量子点物理

在上面第 2 节中, 我们就介观系统中的单电子输运行为, 举了两个特殊的例子. 它们的性质可归类于弹道输运. 但是, 更复杂的量子现象可以来自定域于受限系统中的局域态, 和导线中的扩展态之间的交换作用或耦合. 本节我们用与两电子库连接的量子点作为例子进行说明.

金属或半导体量子点是典型的介观系统. 量子点系统被看作是研究量子相干现象的“实验平台”, 它的电子输运为我们展现了一系列非常复杂的量子相干现象. 比如: 与电极强耦合下量子点中的近藤效应、含量子点的多连通几何构型系统的 Aharonov - Bohm 振荡、和多通道输运中的 Fano 共振现象等等. 下面我们将沿着发展的历史对它们做一一的介绍.

#### 3.1 近藤 (Kondo) 效应

相对而言, 当晶格上的原子振动微弱时, 电子更容易在金属晶体中穿行. 因此, 通常被认为纯金属的电阻总是随着温度的降低而减小, 并趋向某一饱和值 (称为剩余电阻). 这个饱和值是由材料中晶格缺陷、非局域、或颗粒边界等客观因素所引起的背散射相关的阻值. 然而, 1930 年在含有磁性原子的样品中, 发现其电阻在温度降低的过程中, 大约在 10 到 20K 处有个极小值, 而后再随着温度的降低增大 10% 左右, 再达到饱和值. 显然, 这个电阻的极小效应是与少量磁杂质有关. 该电阻再增大的行为并不涉及到相变. 这一现象反映了存在一个由材料的低温电子特性所决定的参数, 被称之为近藤温度 (Kondo temperature), 它表征达到这个温度时电阻开始增大. 1964 年, 近藤<sup>[41]</sup>在考虑磁性杂质与导电电子间自旋相互作用时, 发现磁性离子杂质的散射确实随温度的降低变得强起来. 对大多数的散射问题, 在利用玻恩 (Born) 近似计算散射时, 常常进行到微扰展开的一阶项即可. 通常二阶项不会带来新的物理. 近藤的研究发现, 对磁性离子杂质的散射, 第二阶玻恩近似项随着温度的降低会变得比第一项大. 导致电阻在温度降低时“对数”地增大. 这就解释了极小值的出现. 随后, 进一步降低温度时, 导电电子背景中的磁性离子会被导电电子所屏蔽, 从而失去它的磁矩, 使得电阻趋向饱和值. 有关近藤效应问题的理论解析解可参阅文献 [42].

我们要重申近藤效应只对有磁性离子情形下出

现,即杂质中电子的总自旋不为零.1961年安德森(Anderson)<sup>[43]</sup>提出一个描写金属中磁性杂质的简单模型.该模型中杂质只有一个能量为 $E$ 的电子.如果 $E$ 比金属的费米能高,那么这个电子可以从杂质隧穿出去.相反,它只好待在杂质里.这个图像中杂质是自旋 $S=1/2$ ,它的 $z$ 分量要么朝上,要么朝下.但是,交换作用过程能够使杂质的自旋翻转,与此同时,在费米海中产生一个自旋激发态.从经典力学角度来看,如果不对系统附加能量的话,从杂质中提取一个电子的过程是禁戒的.但是在量子力学中,由海森伯不确定性原理得知,存在着一个时间尺度 $\hbar/|E|$ ,使得在其之内,必定有另一个电子从费米海中隧穿回杂质.我们知道,海森伯不确定性原理并不涉及这个跑回杂质的电子自旋,所以它的自旋 $z$ 分量可以与原来相反.结果,杂质的初态和末态具有不同的自旋.这种自旋的交换本质上改变了系统的能谱.集合许多上述这样的过程在一起,就在费米面处呈现出一个新的态——近藤共振态.由于近藤态是固定出现在费米能级处,所以它总是共振的.该态的强散射加大了电阻.近藤态是由局域电子和其他自由电子态间的交换过程产生的.因而,近藤效应是多体效应.

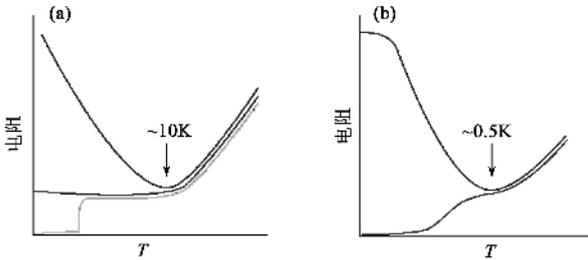


图 13 近藤效应 (a)体材料 (b)量子点<sup>[44]</sup>

鉴于量子点小的结构特征和它的电子性质与真实的原子相类似,从而被看作是“人造原子”.人们利用栅极电压能够控制量子点中的电子数目.假定奇数个电子被囚禁在量子点中,量子点的总自旋就为 $S=1/2$ .把这样的量子点与外电极相联接,就构成一个类似于二极管的器件.这等效于把量子点嵌入到大的费米海中.因此,能够在这样的类二极管结构中观测到近藤效应.

量子点和实际金属的主要区别是它们的不同几何.金属中电子用平面波描述,杂质散射后使得与不同动量的电子波混合起来,这种动量的转移导致了电阻的增大.然而,在量子点中,所有电子都要横穿量子点.看起来就好像量子点中没有电子轨道.因

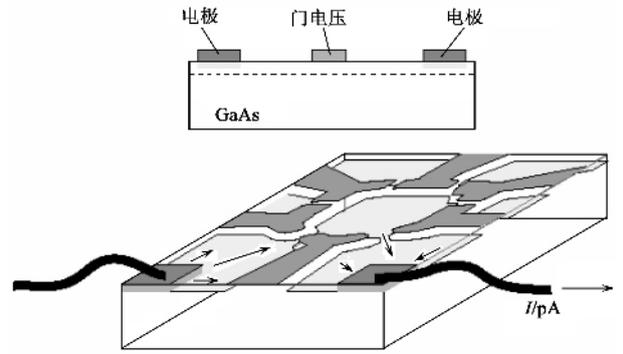


图 14 量子点结构示意图<sup>[28]</sup>

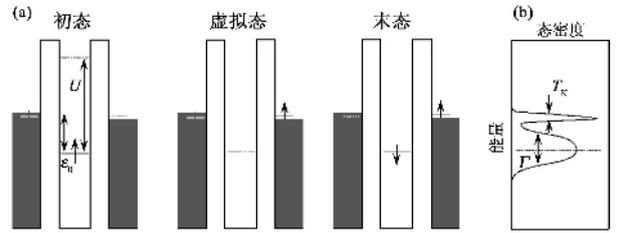


图 15 近藤共振态示意图<sup>[44]</sup>

而,近藤共振更容易与属于两个电极的态混合,这一混合导致了电导的增大<sup>[45]</sup>.也就是说,量子点中的近藤效应,正好与大块金属中的近藤行为相反.量子点的优点在于其参数的可调性.外界作用能够改变其离散能级的结构和囚禁在量子点中的电子数目.在近藤区,量子点的电导仅仅是温度和近藤温度比率的函数.由于定义量子点近藤温度的参数可以通过外加条件来改变,这使得我们可以通过实验来证实它的普适性.实验证实了电导随温度的降低而增加,并在极低温时,趋向电导的量子极限 $2e^2/h$ <sup>[44,46]</sup>.

正是由于人造量子点的可控优越性,使得关于量子点近藤效应的故事至今还在继续着.比如说,人们会问,利用外磁场解除量子点中的自旋简并,是否会导致量子点能态密度的近藤峰劈裂,进而使得近藤效应被压制<sup>[47]</sup>.最近,在自旋电子学的影响下,人们正在关注另外一个有趣的问题,此即当能量连续地传导电子,自身被形成自旋相关的束缚态后,对近藤效应的影响<sup>[48]</sup>.研究中发现,两铁磁电极的相对极化取向,直接影响着该复合量子点系统的近藤效应行为.铁磁电极在量子点中诱导出有效磁场.当两铁磁电极的极化方向反平行时,也就是说它们的磁化方向非共线时,它们在量子点中生成的有效磁场相互抵消.等价地,两电极的自旋极化电子费米面处呈现相同的近藤共振态,自旋极化因子的平均值为零,从而依旧表现出近藤效应.但是,当两铁磁电极

的极化方向平行时,也就是说它们的磁化方向共线,它们在量子点中将产生有效磁场,局域能级对自旋朝上和朝下的占据会不相同.量子点中占多数的自旋多子(majority spin)的电子获得能量,由于它在电极和量子点间比自旋少子(minority spin)的游动性更大.因此,就像动能的交换作用情形相同,自旋多子相对稳固,从而使得量子点中能级出现  $\Delta\varepsilon$  的能级差,自旋简并被解除.微扰的计算分析表明,自旋劈裂时正比于两电极中自旋极化因子的平均值.当偏压很小时( $|eV| < |\Delta\varepsilon|$ ),自旋的劈裂抑制低能自旋翻转散射过程,从而导致与铁磁电极耦合的量子点中近藤共振态被劈裂,使得近藤效应被压制.

的函数.当量子点被调到共振时,可以观测到以  $h/e$  为周期的振荡电导,并给出量子点共振隧穿结构的相位演化.这就直接地证明了通过量子点的电子输运是具有相干性.后来的实验还在 Aharonov - Bohm 干涉仪的上下两臂上各嵌入一个量子点,构成相干的两个耦合量子点结构<sup>[51]</sup>.由于期望自旋单态和三重态具有不同的 Aharonov - Bohm 相位,所以从实验中可以提取到与磁场有关的隧穿劈裂,和与两量子点间相干耦合有关的近藤效应,以及 RKKY 效应,其中 RKKY(Ruderman - Kittel - Kasuya - Yosida)相互作用,已经在与一个开放量子点间接耦合的两个量子点系统中被观测到<sup>[52]</sup>.其实, RKKY 相互作用在低维系统中被观测到并不是偶然的.对于低维系统,其费米波长比较长,而且 RKKY 相互作用减弱可能性比较小.那么,对于 Aharonov - Bohm 环情形,干涉效应导致电导是磁通的函数,此时电子 - 空穴激发态将可能环绕着磁通.因此,可利用磁通来控制 RKKY 相互作用.这种与磁通有关的 RKKY 相互作用能够把两量子点自旋纠缠起来,使得自旋态依赖于穿过的磁通.零磁通或整数磁通量子时,两臂传播的电子波再汇集时是相长干涉,此时在系统中诱导出最大的相互作用.对铁磁耦合情形,低温下形成自旋三态,这时近藤效应导致电导增加.但是,对反铁磁耦合时,低温下形成自旋单态,电导却被压制.与整个磁通情形不同,当穿透的是半个磁通时,相消干涉导致 RKKY 相互作用被撤除.原本期望电导被压制,但计算发现的 RKKY 相互作用特征行为是: Aharonov - Bohm 振荡的相位在反铁磁耦合情形下有一个  $\pi$  的相移,而当耦合是铁磁的情况时,电导会在半整数磁通处出现一个额外的极大值.这方面的研究仍在探索中.

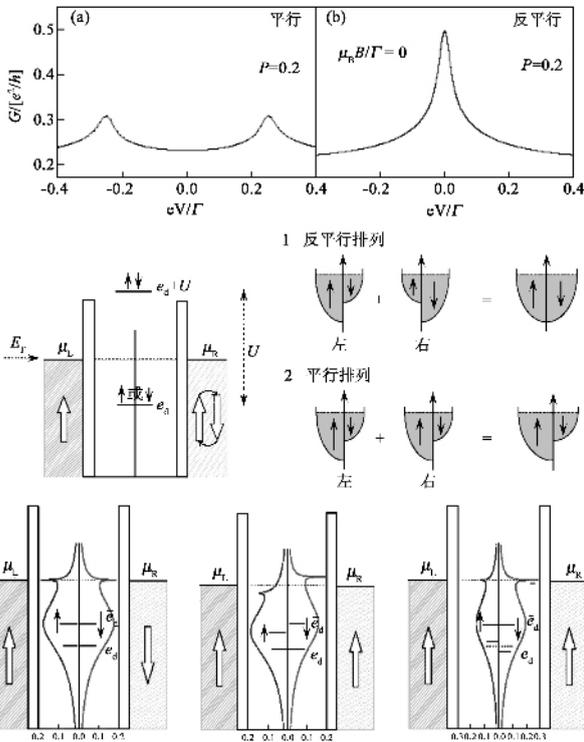


图 16 量子点和铁磁电极耦合的近藤共振态<sup>[49]</sup>

### 3.2 Aharonov - Bohm 干涉仪

介观导电结构的另一个优点,在于用它有可能直接地研究金属或半导体 Aharonov - Bohm 环中电子不同路径的相干性.实验中,“哪条路径?”干涉仪(“which path”interometer)是由一个 Aharonov - Bohm 环和嵌入到其中一个臂上的量子点所组成.电子可以通过上臂或下臂穿越介观环.实验上观测了电子通过量子点的相位移,并演示了电子的相干输运<sup>[50]</sup>.通常在对电导的测量中,人们无法测量到相位的演化.但是这一实验反映了一个非常重要的结果,相位的演化能够通过 Aharonov - Bohm 干涉仪来了解. Aharonov - Bohm 环的电导是穿过环中央磁通

当然,固体环境中电子相干性的破坏是不可避免的.量子点输运的相位测量也为研究介观结构中退相干的根源提供了机遇.一臂嵌入量子点的 Aharonov - Bohm 环不只可用来测量退相干率,而且可直接通过修正与量子系统耦合的环境来控制退相干率. Aleiner 等人 and Levinson 提出用 Aharonov - Bohm 干涉仪来探测通过电子量子点隧穿的退相干性<sup>[53]</sup>.假设在下臂上嵌有一个电子点的 Aharonov - Bohm 环旁,放一条有量子点接触(QPC)构型的导线,使得量子点接触置于接近量子点(QD).当电子通过下臂并隧穿通过量子点时,这个额外电子的静电场,将改变与之相邻的量子点接触的透射系数,也就改变了导线的电导.电流的变化就能够测出电子到底是走环的哪一条路径.

通过对 Aharonov - Bohm 振荡的压制,人们可以检验哪条路径引起退相干.退相干率可由横跨量子电接触的偏压和透射系数确定.

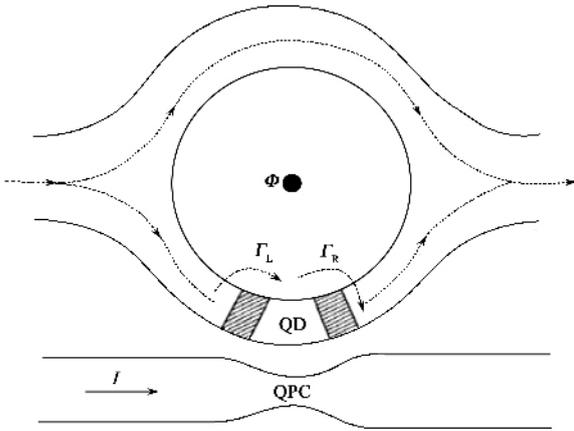


图 17 “哪条路径?”干涉仪结构图<sup>[53]</sup>

### 3.3 电子在量子点系统中的 Fano 共振输运

前面谈到的利用 Aharonov - Bohm 干涉仪,能够使我们了解到介观系统中电子的相位相干输运特性和检测退相干效应.但是,就同样一个结构,还可以使我们观测到另一个与电子关联特性相联系的有趣现象——Fano 共振输运.

系统与电子库的耦合强弱,对其电子输运有着显著的影响.对量子点系统来讲,量子点与电极的耦合直接影响着观测到的不同量子效应.当量子点与电极的耦合较弱时,相当于库伦阻塞区,电子输运的特征通常表现出 Breit - Wigner 共振行为<sup>[54]</sup>.相反,量子点与电极的耦合非常强时,使得量子点中的电子与电极中的导电电子关联.这时,系统处在近藤区时<sup>[47]</sup>,考虑量子点和电子库的多电子间关联,电子的输运表现出近藤效应.

那么介于二者之间某个强度的耦合时,情况会是什么样呢?实验上在这种适中的耦合强度下,观察到单电子晶体管的电导峰呈反对称线形<sup>[55]</sup>.这预示某种相干干涉发生.能引起反对称线形的干涉隐含着一种可能性,即在每个能量下,电子存在着两条相互干涉的路径,其中一条是共振通道,而另一条是非共振的.

电导峰的反对称线形,使我们回想起在高激发光谱中的“自电离共振”现象.在高激发光谱的研究中,Beutler<sup>[56]</sup>发现通常多电子体系能谱结构的特点,是既非纯粹离散的,也非完全连续的.对于一个嵌入在连续谱中的纯粹“自电离共振态”,在接近共振能量的某能量,使得连续区以下的吸收谱可以忽

略,从而产生“透明”的“跃迁窗口”,这在光学中被称为自电离共振.自电离是一种关联效应,当一个离散能级被埋在连续能态中时,两者之间相互耦合,在离散能级的周围出现共振态.1961年 Fano<sup>[57]</sup>提出在这样的系统中,从任意初态的跃迁有两种方式:要么直接地通过连续能态,要么通过共振的能级,它们相互干涉.干涉的后果导致跃迁几率呈现反对称线形状. Fano 还具体给出了描述跃迁几率非对称线型的简单解析公式  $(\epsilon + q)^2 / (\epsilon^2 + 1)$ ,其中参数  $q$  称为“对称度”或形状指数.对每个 Fano 线型,它只是一个常数.这被称之为 Fano 效应.这一效应在很多干涉实验中都普遍存在,比如:中子散射、原子光电离(photoionization)、拉曼散射和光吸收等.

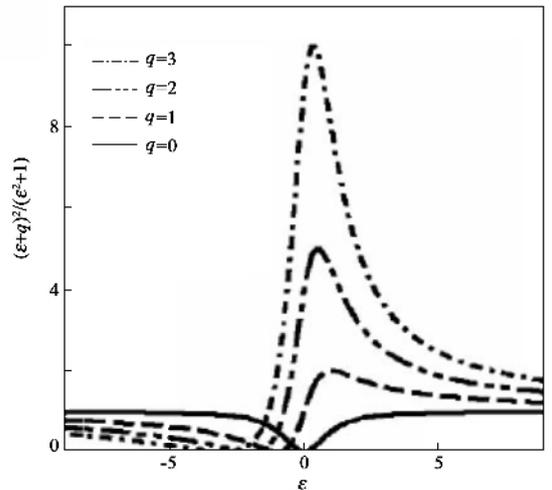


图 18 Fano 线形演示图<sup>[56]</sup>

量子点 Fano 系统可以依照 Aharonov - Bohm 干涉仪那样由 Aharonov - Bohm 环和对其中一臂嵌入量子点来实现<sup>[58]</sup>.由于量子点被隧穿势垒隔开,电子受限性比“热激发能  $(k_B T)$  大的充电能,使量子点中呈现离散的能级.在库伦阻塞区,量子点中的单粒子能级可以用门电压(栅极电压)来调节.也就是说,只有在该能级对齐电极的费米面时,量子点的传导才被许可.而无量子点的一臂等价于直接通道,并提供连续的能态.这样 Aharonov - Bohm 干涉仪就可以看成一臂具有连续态,而含量子点的一臂是离散态.物理上,这正是 Fano 系统在相干电子输运系统中实现的一种方式.

如果含量子点的一臂被调到近藤区,单粒子能级同样用门电压来调节,我们就得到 Fano 和近藤效应的组合.有兴趣的读者可参阅文献<sup>[59]</sup>了解这种组合对近藤效应的影响.

事实上,在与量子点耦合的一维传输通道也发

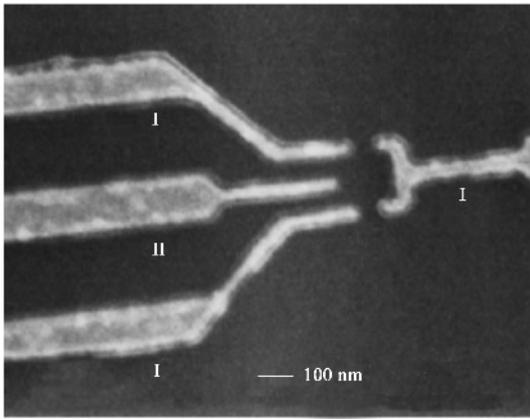


图 19 实验上观察到单电子晶体管 Fano 共振装置<sup>[55]</sup>

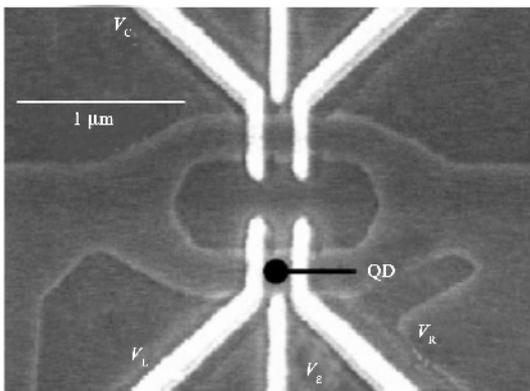


图 20 基于 Aharonov - Bohm 干涉仪观测 Fano 共振的装置<sup>[58]</sup>

现 Fano 共振现象<sup>[60]</sup>. 这种结构使得人们可以独立地调控离散共振能级和非共振能态间的耦合, 从而研究量子点系统处在各种电性区时的相位特征. 比如说, 让电子在一维传输信道部分地透射, 同时又不让隧穿量子点. 人们就可以观测一维传输通道对量子点中电荷的电感应. 反过来, 降低量子点的隧穿势垒, 这等于把一维传输通道推向量子点, 使得所有导电电子穿越量子点. 这样一来, 就能够看到库伦阻塞现象. 在这两种现象之间的是库伦阻塞修正了的 Fano 共振现象. 人们可以从中获取共振参数, 并用来推算连续传输通道和量子点间的耦合.

此外, 量子点在微波照射下, 可以研究光子协助隧穿中的 Fano 共振现象<sup>[61]</sup>. 研究发现, 对应于吸收和发射光子的各共振旁带, 均呈现 Fano 共振的现象. 由于量子态具有本质特征的相位, 这使得分辨出各吸收和发射光子的旁带, 在每对共振信道和非共振信道间的相位差是不同的, 由此给出各旁带 Fano 共振现象的不对称性. 共振的相对相位与吸收和发射光子有着某种依赖关系. 考察 Fano 共振现象对各吸收和发射光子的旁带不对称性, 能够利用 Fano 共

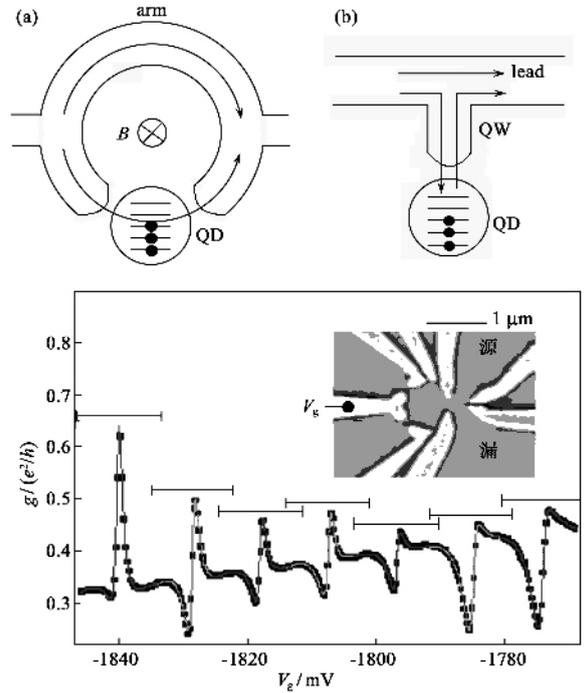


图 21 量子点耦合的一维传输通道的 Fano 共振现象<sup>[60]</sup>

振颗粒噪声谱, 从相干涉角度来分辨可能出现源和漏 (source and drain) 间, 共振信道和非共振信道构成的准环路和类似 Aharonov - Bohm 效应<sup>[61]</sup>.

Fano 效应在许多介观系统和问题中都出现, 并被应用于不同的方面. 如: 表面杂质<sup>[62]</sup>、碳纳米管<sup>[63]</sup>、相位探测<sup>[64]</sup> 和自旋过滤器<sup>[65]</sup>.

## 4 颗粒噪声和全计数统计

### 4.1 介观导体中的颗粒噪声 (shot noise)

对电荷通过导体的输运特征, 通常是测量电流 - 电压特征. 在小偏压下, 人们可以定出它的电导. 通常做法是在小的电位差下测量对时间平均了的平均电流. 鉴于电子所携带电荷的离散特征, 某时流过任一点处的电流实际上是断断续续的, 而且每时每刻地变动和绕其平均值涨落. 这些与时间相关的精细起伏涨落里, 包含着在电荷转移过程从电导测量中所不能获得的丰富的信息. 这种由电子电荷离散本征特性所导致的电流相对于其平均值的涨落, 就是颗粒噪声 (shot noise). 涨落的测量就是对噪声的测量, 它正比于测量电流相对于其平均值的均方涨落值.

我们假定水以恒定的平均比率从天空坠入水桶, 比如说, 每秒一立升 (立方公升), 并假定雨滴的大小是均匀的. 如果每个雨滴的体积为一立升的话,

那么我们期望平均来说每秒有一个雨滴.但是,雨滴的分布是泊松分布的.因而,有时一秒内没有雨滴,或偶然地有一滴、二滴、三滴等等.由泊松统计我们知,每秒雨滴的标准差(STDEV,  $\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] / n(n-1)}$ ,它反映数值相对于平均值的偏离程度)为 1,因而降雨率也就是每秒一立升.所以,我们期望降雨量明显地、每时每刻地在变.大颗粒的雨滴使得降雨呈现出间歇性.但是,假如雨滴的体积是一个毫升,那么,每秒平均有 1000 个雨滴.每秒雨滴的标准偏差就是 33,而对应的降雨率的标准偏差就是每秒 0.033 立升.可见这时的降雨率比较均匀.在雨滴无限小的极限下,降雨率随时间是均匀的和光滑的.

就像雨滴坠落到桶一样,电路中某点处的电子穿行是随机的,所以电流流动是一个泊松过程.电路中电流流动中的电子电荷,可以用类似于雨滴的体积来解释.电流流动是测量在给定时刻通过电路中某一点的电荷  $Q = eN$ ,即  $Q/t$ .平均意义上讲,我们期望  $\bar{N} = I t/e$ ,其中  $I$  是平均电流.但是,  $N$  对每次测量是不同的.它的标准偏差为  $\sqrt{I t/e}$ (泊松).因此  $Q/t = I \pm \sqrt{I t/e}$ .电荷越大,涨落越大.测量进行的时间较长,涨落会某种程度上被压制.这个涨落就是颗粒噪声.

1918 年,肖特基(Schottky)发现真空晶体管的涨落可以与电荷载体的离散性质联系起来.在真空管中,栅极随机地发射电子,而这些电子相互之间没有关系.这样一个泊松过程,具有发射数的均方涨落,等于它的平均记数,对应的电流噪声谱密度为  $S_1 = 2e I$ .因子 2 来自于正频和负频都有相同的贡献,这个表达式被称为肖特基公式.肖特基建议可由颗粒噪声来测量基本电荷的值.有时还会出现这样的情况,电流的颗粒状的并不是基本电荷  $e$ .平均电流无法告知我们,但是噪声可以.如果电荷与  $q$  的单位元无关,由谱密度  $S_1 = 2q I$ ,可以从 Fano 因子,  $F = S_1 / 2e I$  测量出被转移电荷的单位.例如,正常金属和超导体结的隧穿,  $q = 2e$ ,所以  $F = 2$ (这种是泊松噪声两倍的结果,已被实验证实).再一个例子是分数霍尔效应:由霍尔窄条一边缘到相对的一边的隧穿,表明最低朗道能级的分数填充  $\nu / (2p + 1)$  的准粒子,具有分数的电荷单位  $q = e / (2p + 1)$ (实验对  $\nu = 1/3$  测到的  $F = 1/3$ ).

介观导体中的颗粒噪声是一个非常活跃的领域.它为研究介观输运提供了一个强有力的工具.电

流涨落噪声提供了获取在输运过程的电导测量中那些被遗漏的信息.颗粒噪声现已在介观尺度区域器件的测量中广泛地应用.在一类形如真空管的经典器件中,颗粒噪声达到最大值,并满足肖特基公式.所以,肖特基公式是对无关联的离散电荷的泊松过程而言.但是,在量子器件中,由于关联效应,使得颗粒噪声被压制.介观导体中,费米统计的泡利(Pauli)不兼容原理使得电子高度的关联.关联使得噪声低于肖特基公式的结果.我们知道,库伦排斥是一种关联的根源,但是由于金属中强的屏蔽使得它很弱,这时候泡利不兼容性更重要.对真空管或隧道结来讲,某一态的平均占据几率是很小的,小的可以无需泡利原理,所以近独立性给出肖特基公式结果.但是在金属中可不是这样.那么怎样记入关联呢?还记得前面讲到的 Landauer 的电导公式  $I = (2e^2/h)V \sum_{n=1}^{N_c} T_n$  吗?我们从一个一维的例子来看它的统计解释.在偏压  $V$  的作用下,费米面上方  $eV$  的  $t_0 eV/h$  个电子在时间间隔  $t_0$  内试图透射.由于每个被占据的态只有一个电子,零温时这个数没有涨落.但是由于透射成功的几率为  $T_1$ ,而且它既不是 0 也不是 1,所以透射的电荷会出现涨落.电荷  $Q$  的二项式统计的均方涨落为  $(\Delta Q)^2 = e^2 (t_0 eV/h) T_1 (1 - T_1)$ .由电流的均方涨落和透射电荷的均方涨落之间关系式:  $S = (2/\tau) (\Delta Q)^2$ ,我们得到相应的颗粒噪声为  $S = 2e (2e^2/h) V T_1 (1 - T_1)$ .对于多信道系统,由于不同信道的涨落相互独立,那么多通道情形也就是对所有通道的简单相加.由此,我们得到与透射几率相关的颗粒噪声是:  $S = 2e (2e^2/h) V \sum_{n=1}^{N_c} T_n (1 - T_n)$ .对比 Landauer 的电导公式  $I = (2e^2/h)V \sum_{n=1}^{N_c} T_n$  和颗粒噪声的肖特基公式,我们看到正是因子  $1 - T_n$  给出了泡利原理对颗粒噪声的减小.如果没有这个因子,颗粒噪声就回到了肖特基公式的结果.

由此推论,高度关联的极限结果就相当于一条理想的和完美的量子线,其透射系数为 1,这时颗粒噪声完全被压制.比如对量子点接触,由于透射几率要么是 0 要么是 1,所以出现量子化电导.上式表明,量子点接触电导量子化时,颗粒噪声为零,这已被实验所证实.相反地,对低穿透极限,透射系数远远小于  $1(1 - T_n \sim 1)$ .电子的穿透遵循泊松(Poisson)过程,颗粒噪声就回到了肖特基公式的结果.

对于无序的金属或半导体来讲,流过它们的电流并没有可分辨的事件,这样就有个颗粒噪声是否

还存在的问题. 对系统尺度和温度的基本要求是 线长  $L$  要比电子 - 声子散射的非弹性散射长度  $l_m$  短. 无序导体中出现某些透射不弱的开通道现象, 它们的  $T_n$  接近于 1. 这反映了颗粒噪声要比泊松过程的小. 由此, 颗粒噪声可以用来探测无序系统的开信道这一普遍和普适的特性.

回过头来我们考虑没有无序的半导体球台. 颗粒噪声可以用来把决定性散射( 粒子特征 )与随机散射( 波动特征 )区分开来. 粒子的动力学是决定论的, 即给定初始坐标和动量就能确定它的轨迹, 也就是说, 我们可以明确地确定粒子是透射还是反射, 在整个时间范围内散射是无噪声的. 然而波的动力学是随机的, 坐标和动量的测不准原理, 使几率的成分进入到动力学来, 这使得在充分长的时间范围内它是有噪声的. 对大多数普通导体来讲, 对 Fano 因子  $F = S_1/2e I$  的压制是普适的, 它并不依赖导体的具体几何或掺杂等形式. 比如, 对只含纯弹性散射的扩散金属, Fano 因子为  $1/3$ ; 对称双隧穿结情形, 它为  $1/2$ . 但是, 对混沌微腔来说, 它被压制到  $1/4$ .

再就是颗粒噪声可用来做纠缠探测仪. 如果一个多粒子态不能被分解成单粒子态的乘积, 我们就称它是纠缠的. 为了在量子计算中实现纠缠, 我们需要能够在空间上把电子分开, 而又没有破坏它们的纠缠, 这似乎刚好和光子情形相反. 尽管产生纠缠的光子是一个复杂的操作, 但把它们在空间上分开并不难. 上面我们已知费米统计导致电子的颗粒噪声比泊松值小( 因子  $1 - T_n$  ), 而对光子来讲, 由于玻色统计, 它的颗粒噪声要比泊松值大( 因子  $1 + T_n$  ). 看粒子坐标交换下是对称还是反对称, 可以区分它们. 对称波函数引起粒子聚束( bunching )在一起, 这样就增加噪声, 而反对称波函数正好相反. 然而, 关键是仅仅波函数的空间部分的对称性对噪声起作用. 这样一来, 尽管包含自旋自由度和空间自由度的多粒子波函数是反对称的, 但其空间波函数可以是对称的( 自旋单态 )也可以是反对称的( 自旋三重态 ). 那么, 就自旋单态情形的电子, 由于空间波函数对称, 使得它们像光子一样喜欢聚在一起.

我们可以在两通道几何, 测量颗粒噪声, 同样也可以对多埠导体实施涨落测量. 除来自同一端口中涨落自关联所对应的颗粒噪声, 对多埠导体, 测量不同端口间的涨落交叉关联, 能够更加丰富我们的实验和获取更多的介观系统中的电子特性. 近期在电子束分离器构型中, 发展起来进行关联测量的介观电子器件就是一个很好的例子. 粒子束分离器所用

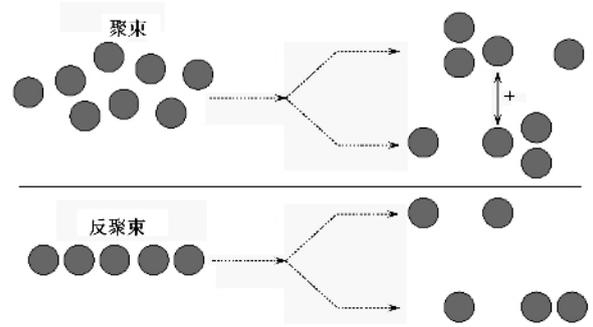


图 22 玻色子“聚束”和费米子“反聚束”示意图<sup>[66]</sup>

的原理和光学中的 Hanbury Brown - Twiss 实验同出一辙. 测量分离仪两臂流, 涨落的交叉关联, 如果不纠缠的话, 光子的关联是正的( 聚束 ), 而电子的关联是负的( 反聚束 ). 观测到电子的正关联, 表明电子出在纠缠的自旋单态. 从统计意义上讲, 纠缠使得电子行为像光子一样.

从上面的讨论中, 我们能够体会到从颗粒噪声的测量中, 可以获取以下信息<sup>[67]</sup>: 可以用来测量出被转移电荷的单位, 可以获得载流子的统计属性, 可以由噪声谱与平均电流比较获得系统内在结构的信息, 以及可用来做纠缠探测仪. 当然真实的实验中样品结构并没有很好的定义, 加上有限温度及其他的复杂性, 使得对实验数据的解释并不是一件容易的事.

#### 4.2 全计数统计( full counting statistics )

上面我们给出了对噪声的了解, 那么是不是从电流的涨落中, 我们就不能再获取对电子输运更多的了解呢? 答案显然是否定的. 事实上, 从电流的高阶关联, 我们可以获取输运过程中更多的信息. 可以想象, 高阶关联的理论计算会更加繁琐, 因而不同的概念被发展用来提取这些信息. 下面我们介绍一下量子输运研究中, 一个新的处理观念——全计数统计. 全计数统计能够用来描述超越二阶矩( moment )的离散体( 电子 )统计, 或高阶积累量( cumulant ). 比如三阶积累量 Skewness 和四阶积累量 Kurtosis, 它们分别对应于偏离高斯分布的左右形状和顶的是“相对平缓”还是“变得尖锐”等.

首先我们从随机过程的噪声定义出发, 假定在时间间隔  $t_0$  发现  $X$  某一确定值的几率分布为  $\rho(X, t_0)$ , 我们可以知道  $X$  的平均值:  $\langle X \rangle = \sum_X X \rho(X, t_0)$ . 同样算出偏离平均值的涨落:  $(\Delta X)^2 = \sum_X (X - \langle X \rangle)^2 \rho(X, t_0) (= X^2)$ ,

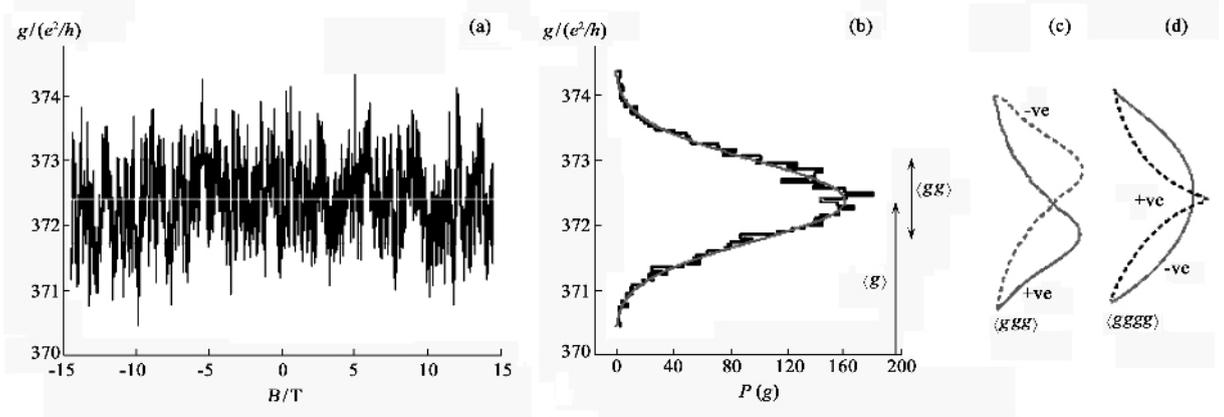


图 23 一维金导线的电导和各阶积累量(一阶是电导平均值;二阶为相对于平均值的偏差,满足高斯分布;三阶为 Skewness 描述的偏离正态高斯分布的分布;四阶为 Kurtosis 描述的分布中取最大值附近的分布)<sup>[68]</sup>

其中  $X$  取离散值(同样的运算可以推广到连续取值情形). 无论是相对平均值的变化,还是均方差都可以看成是分布函数的矩  $X^j$  或分布函数的关联,等价地说,涨落可由不可约矩  $X^j$  或积累量(cumulant)  $X^j$  描述,其中  $j$  是整数. 为了更为简便地表示出矩或积累量,人们引入分布函数的傅里叶变换形式:  $F(\chi) = \sum_X e^{i\chi X} P(X, t_0)$ , 这使得其他分布函数的高阶矩可以由对  $F(\chi)$  关于  $\chi$  的微商(偏微分)和  $X^j = \partial^j F(\chi) / \partial (i\chi)^j |_{\chi=0}$  求出. 同理,高阶积累量可以由  $\ln F(\chi)$  对  $\chi$  的微商生成. 如果事件导致的概率分布是独立的,总的特征函数就是每种事件的特征函数之积,  $F(\chi) = \prod_n F_n$ . 在长时间测量的极限下  $t_0 \rightarrow \infty$ , 分布就趋向正态分布. 由此可见,对噪声存在着两个相互等价的统计理论. 它可以完全地由  $P(X, t_0)$  或  $F(\chi)$  来刻画,同样也可以由矩  $X^n$  或积累量  $X^n$  的完全集来描述.

全计数统计应用于物理学中,起先是在量子光学用于刻画光子源的相干性质<sup>[69]</sup>. 利用光子探测器,对光子的探测提供了电磁场状态的信息. 然而,量子光学的结果并不能一对一地搬到电流涨落的统计中来. 这是由于它们基于根本不同的探测方案. 光探测器是吸收光子,使得它们从场移出,而电子计数器要遵守电荷守恒.

众所周知,几率诠释是量子力学的一个基本要素. 波函数决定了系统的全部量子态和随时间的演化. 与厄米(Hermitian)算符相联系的可观测量期望值决定了大量全同测量的平均值. 然而,每个单一的测量结果通常是不尽相同的. 那么,我们可以把这样一个观念,用到量子导体的电流测量上来,即观测在给定的时间间隔  $t_0$  内通过导体的电荷数. 模拟于

经典物理,时间间隔  $t_0$  内被转移的电荷算符与电流算符的关系为  $\hat{Q} \int_0^{t_0} dt \hat{I}(t)$ . 输出(被转移的电子)的

几率,由系统的态在  $\hat{Q}$  的本征态上投影的平方决定. 但是这样做,有个对测量过程人为性的问题,使得该方案中被转移的电荷不是以  $e$  量子化的. 为此需要应用投影范式(paradigm)到探测仪,从而可以得到被转移电荷的分布  $P(N, t_0)$ . 关于这方面的内容读者可参阅 Levitov 早期文献.

Levitov 和 Lesovik<sup>[70]</sup> 提出,研究介观电子输运问题的一种无需定义探测仪电荷转移统计方式. 计数统计可以由系统的本征性质得到. 量子区的计数统计与量子力学的基本测量问题紧密相联. 如果我们假设电荷转移的不全,同个体是没有关联的,简单的计算表明,被转移的电荷数目标几率分布是遵从

泊松分布  $P(N, t_0) = e^{-\bar{N}(t_0)} [\bar{N}(t_0)]^N / N!$ , 其中  $\bar{N}(t_0) = I t_0 / e$ . 这个方程式仅仅对态的平均占据小(隧穿结)和粒子的统计不起很大作用(高温情形)的情况适用. 对简并的电子气,由于费米关联,使得所有态都被填充,上面的表达式就失效了. 倘若零温和偏压  $V$  时,量子输运中电子隧穿势垒的透射系数为  $T$ , 电子库中的态要么被填充,要么是空着,费米面以下的刚性导致只有  $eV$  范围内的电子被传输进量子通道中. 而且,电荷的转移只能在一个方向发生. 前面已讲到,噪声的来源是由于电荷随机转移所产生的颗粒噪声. 在时间  $t_0$  内有  $M = t_0 eV / h$  个独立的电荷企图通过势垒,就这些被传输进量子信道的电子,参与电荷转移过程中,成功的几率为  $T$ , 但被反射的几率为  $1 - T$ .  $M$  次独立尝试,转移  $N$  个电子的几率为  $P(N, t_0) = \binom{M}{N} T^N (1 - T)^{M - N}$ .  $M$  事实上就

是试图透过势垒电子的总数, 电流作为通过的平均电子数等于  $\bar{N}(t_0) = MT$ . 这是与 Landauer 公式结论相一致的. 对应的生成泛函为:  $\ln F(\chi) = M(t_0) \ln[1 + T(e^{\chi} - 1)]$ . 为了看清噪声的来源, 我们可以举二阶和三阶积累量的例子. 它们分别为  $N^2 = M(t_0)T(1 - T)$  和  $N^3 = M(t_0)T(1 - T)(1 - 2T)$ . 从这两式可以看到, 噪声来自于电荷的透射几率, 也即  $T$  对 0 或 1 的偏离. 上面的讨论对多信道系统也适用. 由于  $F(\chi) = \prod_n^{N_c} F_n$ , 生成泛函可以写成求和形式  $\ln F(\chi) = \sum_n^{N_c} \ln F_n$ , 这里  $F_n(\chi)$  是把其中的  $T$  用  $T_n$  代换. 这些方程式中的求和, 表明不同信道的电子间没有关联. 由于每个通道各自单独地对统计贡献, 使得生成泛函可分解成一些单个的通道.

在小的  $T$  极限下 ( $T \ll 1$ ), 穿透变得很稀少, 从而导致泡利不兼容原理不影响电荷的转移. 对应的分布就成了上面给出的泊松分布,  $\rho(N, t_0) = \exp[-MT] (MT)^N / N!$ . 这时对应的生成泛函为  $\ln F(\chi) = M(t_0)T(e^{\chi} - 1)$ . 所有的积累量都是  $M(t_0)T$ .

在输运问题中许多量(如上面给出的高阶积累量)都能表示成透射本征值的函数之和  $\sum_n f(T_n)$  的形式. 但是, 由于缺陷、杂质和过程中的不确定因素, 使得不同的样品会有各种各样的  $\{T_n\}$ . 从实验学家角度来看, 除非对缺陷等因素引起的效应感兴趣, 否则有意义的是对一类相似品的样品集合取平均, 而不是具体一个一个地分析它们的透射性质. 因此, 用  $\rho(T)$  描述结构比用集合  $\{T_n\}$  更实用. 这就引出透射本征值的分布函数定义:  $\rho(T) = \sum_n \delta(T - T_n)$ . 对多信道系统来讲, 平均电导大, 即  $G_{\text{系统}} \gg 2e^2/h$ . 由于透射系数的取值分布在  $[0, 1]$  之间, 所以求和的系综平均可以用对透射分布取平均  $\sum_n f(T_n)_{\text{系综}} = \int_0^1 dT f(T) \rho(T)$ . 这使得输运性质不再依赖具体的纳米结构. 但我们有必要指出的是, 对于样品和样品之间有很明显特征区别的情形, 平均电导  $G_{\text{系统}} \sim 2e^2/h$ , 上面谈到的透射分布取平均方法就失效了.

利用 Keldysh - Green 函数方法, Nazarov 把整个量子输运的全计数统计理论写得更加完善<sup>[71]</sup>, 使得它可以直接地推广到包含超导体和其他类型复合的系统中去. 近年来, 全计数统计被广泛地应用于介观

物理系统的研究中, 比如: 扩散导体 (diffusive conductor)、隧穿结、含时问题、多重 Andreev 反射、绝热量子泵 (adiabatic quantum pumping)、临近效应结构 (proximity effect structure)、正常金属或超导接触的交叉关联 (cross-correlation)、纠缠的电子对、光子计数及与电子计数之间的关系、库仑阻塞、与混沌微腔 (chaotic cavity). 实验上, Reulet, Senzier 和 Prober 率先测量了隧道结产生的电流涨落的三级积累 (third cumulant). 由此实验激起的理论研究正在进行中.

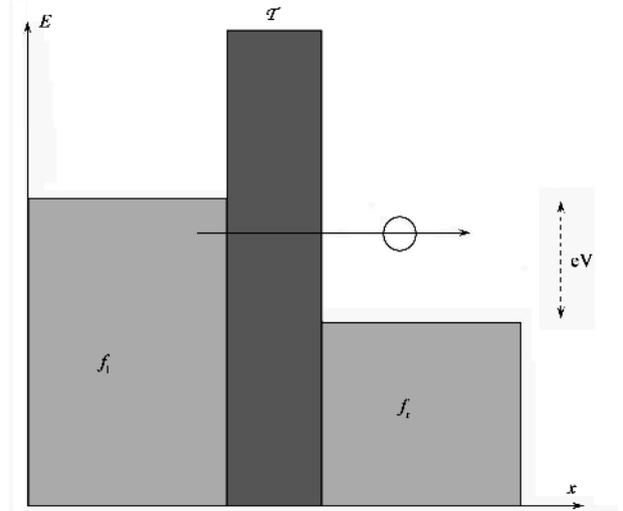


图 24 粒子隧穿示意图<sup>[68]</sup>

### 4.3 固态纠缠电子源的研究

全计数统计在测量两粒子是否为纠缠的研究中常常被用到. 固态纠缠电子源作为介观系统的应用, 被人们越来越关注. 先抛开固态纠缠电子源的介观系统的属性, 我们来看实现纠缠的方式: 设想如果两个电子同时注入到导体, 而又由不同的导线引出去, 同步地对两输出探测, 有望获得确切的关联信号. 鉴于单电子图像, 费米子间的关联总是负的 (反聚束), 但是如果是两个电子同时被注入到两个出射通道, 并被各自出口处的探测仪所接收, 这时有望能获得它们的正关联.

“来自费米系统的正关联”的实验方案, 是在超导体前面置入 Y 型几何的隧穿结导体. 超导体中的电子是以自旋单态配对的, 所以它们的空间两粒子波函数是对称的. 库珀对在 Y 结分裂, 在保持自旋的纠缠下, 它会表现出空间关联为正关联性质, 从而可以验证“来自费米系统的正关联”特征. 这样一来就自然期望超导注射器成为纠缠的电子源. 其实, 正关联实验的要求在研究量子计算和对量子信息固态

的实现中非常重要,其中纠缠的电子扮演着关键的角色.提到固态介观结构器件在量子计算和量子信息中的应用,实现纠缠源是首要的任务.近年来,理论上提出了许多纠缠电子源的方案.这些源可用来研究介观系统及纳米结构中的“二级”关联.作为一种检定工具,颗粒噪声有着重要价值.先不提量子点、碳纳米管、环状结构和边缘态等方面提出纠缠电子源的方案,目前,利用形成超导基态的库珀对提供纠缠的景象非常火热.在偏压小于能隙时,只有库珀对有超流通过隧穿势垒,能够被传输到正常区,并把自旋纠缠的对分裂成两个不同的轨道波函数.实际中,这些波函数对应于不同出口信道,使得两个电子能够引出.由于噪声的增益,对的注入可以用颗粒噪声来判断.出口导线中的关联测量可用来检验电荷分离的程度(注意的是这并不是纠缠性的证明).最终由电子束分离器的碰撞实验来确定纠缠性.但是,直到现在,在固态的介观器件中还没观测到电子的正关联.

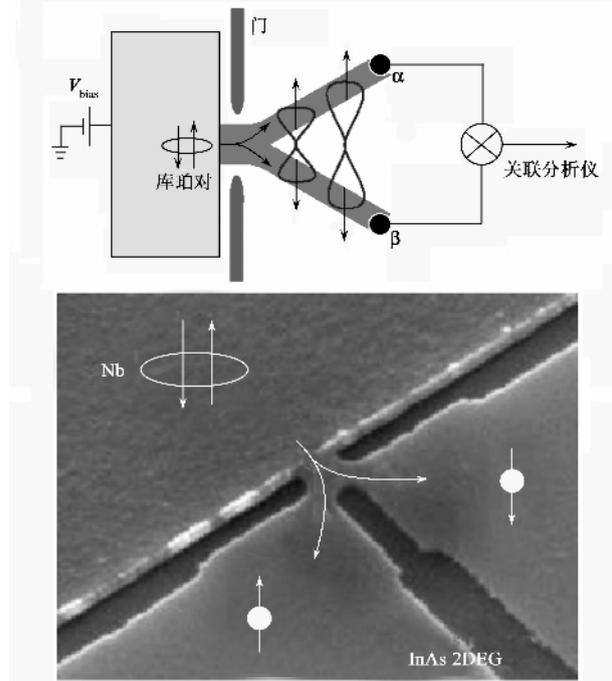


图 25 利用超导体实现电子的纠缠源示意图 [72]

#### 4.4 基于介观系统局域自旋的量子计算

上面我们简单地介绍了人们利用介观系统在实现固态纠缠电子源方面的努力.其实,近期在量子计算的固态系统实现中,还有一个非常重要的领域,即利用自旋属性对量子计算的实现.早期介观凝聚态系统中,电子性质的研究大多是关注电子的电荷自由度,而很少考虑电子的自旋自由度.当今越来越多

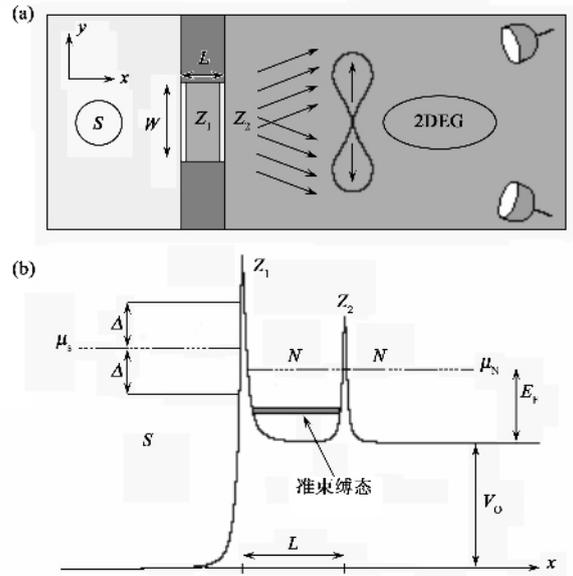


图 26 纠缠电子对空间分离示意图 [73]

的自旋相关的实验,表明介观系统中自旋有着不寻常长的退相干时间(可达到毫秒量级) [74],这使得电子的自旋有可能提供信息过程和信息传输的新机制(在  $100\mu\text{m}$  范围内相位相干地传输).电子自旋被看做最自然的能够被选作比特(位 bit) - 量子信息的基本单元 [75].局域在量子点这样量子限制系统中的自旋,满足量子计算器的条件.结合电子轨道自由度,这种自旋位能够沿量子网络中子单元间的导线运输,耦合量子点生成如 Einstein - Podolsky - Posen 对那样的自旋纠缠的电子,为量子通信提供了所需要的来源 [76].

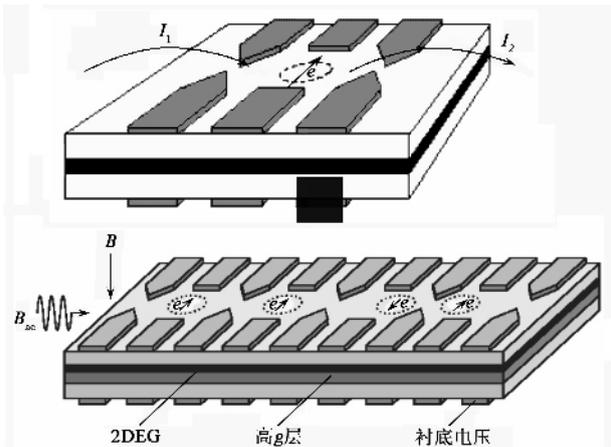


图 27 门电极控制与外导线相联的量子点,自旋由磁场制备 [77]

利用这样的量子门,能够制备出两电子的自旋单态,然后通过电子输运,把保持自旋纠缠下的两电子在空间上分离开来.我们且不说这种局域自旋的

量子计算,最终是否能走进人们的日常生活,但是介观系统中的纠缠和电子 Einstein - Podolsky - Posen 对的非局域性等问题,开辟了研究介观电子结构一类新的量子现象的可能。

实验中观察到的核自旋态具有很长的寿命。Privman<sup>[78]</sup>建议由嵌入到量子霍尔区内二维电子气的核自旋,构建量子计算。在量子霍尔区内组建,是为了避免电子密度的法拉第振荡以及由此带来迅变的 RKKY 交换作用。它的量子比特 (Qbit) 是用核自旋态来编码。为了不使它们有电偶极耦合,要求核自旋被足够地分开,但又不能分得太开,破坏了它们借助电子气的相互作用( $\sim 10\text{nm}$ )。比特的初始化,是把有电流的自旋极化导体板,放在量子比特上方。电子和核自旋之间的超精细相互作用,引起从导体板的电子到核自旋的极化转移。核自旋优先地沿电子自旋极化方向顺从。输出是通过从核自旋到导体板的电子极化转移来完成。单个比特操作,可以用标准的核磁共振把特定的核自旋带入到共振,而让其他的自旋保持不变。形成对的核自旋间相互作用,对实现两比特门是不可缺少的。这可通过环绕核自旋的量子霍尔液体中电子作为媒介的交换作用来生成。核自旋在量子霍尔效应区的退相干研究,估计了这类比特的退相干时间可达到  $T_2 \sim 0.1\text{s}$ 。

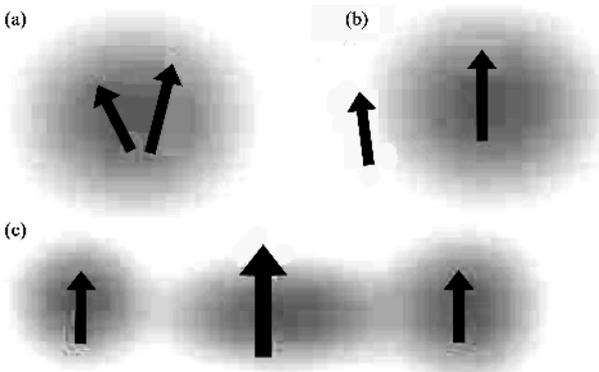


图 28 二维电子气中的核自旋构建量子计算示意图<sup>[77]</sup>

#### 4.5 半导体自旋电子学中的干涉仪

半导体自旋电子学是由半导体微电子学与载流子的自旋与材料磁性性质间相互作用效应相结合而发展起来的新学科。近年来,在非磁性材料的自旋电子学方面的发展尤为引人注目。

自旋场效应晶体管 (spin field effect transistor)<sup>[79]</sup>,是由铁磁电极和门电极控制半导体二维电子气信道所构成的器件。Datta 和 Das 建议用来解决半导体系统中的自旋注入。通过二极管自旋相干透射,可模拟电 - 光调制器(利用电来调制光的透

射:先让入射光通过偏振仪产生完全偏振光,然后让它通过双折射的光学媒质,使得偏振的光束的偏振方向旋转,其中双折射用电来调控。最后,由第二个偏振分析仪实现光强的调制)。它的结构与普通的场效应晶体管类似。源和漏 (source and drain) 是铁磁材料,而二维电子气信道有非常强的自旋 - 轨道相互作用。在自旋场效应二极管中,电子束通过门电压调控的自旋 - 轨道耦合对其自旋极化方向实现可控的转动,这事实上是通过控制自旋的进动来制备自旋态。乍眼望去,好像扩散系统中呈现 Hanle 效应所要满足的条件(自旋扩散长度远远大于系统的尺度)和操作自旋二极管条件基本相同。但事实上并非如此,自旋二极管的操作要求远比这复杂。原因是此时引起自旋进动的磁场,不是像 Hanle 效应时的外加均匀磁场,它是与系统中的自旋 - 轨道耦合相关的有效“Rashba 场”,即自旋 - 轨道相互作用在二维电子气信道中生成有效的磁场,使得电子在电场中运动时,感受到与运动速度方向垂直的有效磁场  $B_{\text{eff}} \sim v \times E$ 。这种有效的磁场与载流子的动量有关。当自旋极化的电子从源一端 (FM1) 被注入后,它就开始旋转。如果通过半导体二维电子气信道后,到达漏电极的电子自旋取向与漏电极的磁化方向一致,电子就被流入铁磁漏电极 (FM2)。相反,当自旋通过半导体二维电子气信道后被翻转,由于漏电极端没有自旋翻转的态,电子就不能进入到漏电极端。在这个结构中,自旋 - 轨道耦合可以由门电压调制。换句话说,通过门电压调制功能可以改变有效磁场的强弱。因而改变门电压就能够有效地调控自旋的进动。而源或漏与半导体二维电子气信道的接触面对载流子自旋的选择性,使得只有自旋相干载流子的某一分量,可通过注入极和集电极。自旋场效应晶体管与普通场效应晶体管相比有多方面的优势。它不仅仅能够用来做逻辑门,而且可以用来做稳定的记忆单元。此外,电极的磁化方向也可以用外磁场来改变。当然,在翻转电子的自旋过程中有能量的丢失。但是自旋翻转的速度,要远远比电子被门电压推离信道要快。因此,电子在通过半导体二维电子气信道时,将以进动(旋进)的方式进行。

我们曾在本文的第三节中专门介绍了 Aharonov - Bohm 干涉仪。与它的结构相类似,自旋干涉仪是一个具有 Rashba 自旋 - 轨道耦合  $\alpha(p_y\sigma_x - p_x\sigma_y)$  ( $\alpha$  可用门电压控制) 的 Aharonov - Bohm 环所构成。由 Aharonov - Chasher 效应知,当电子在半径为  $R$  的环中运动时,环绕一周自旋波函数将有一附加相位。

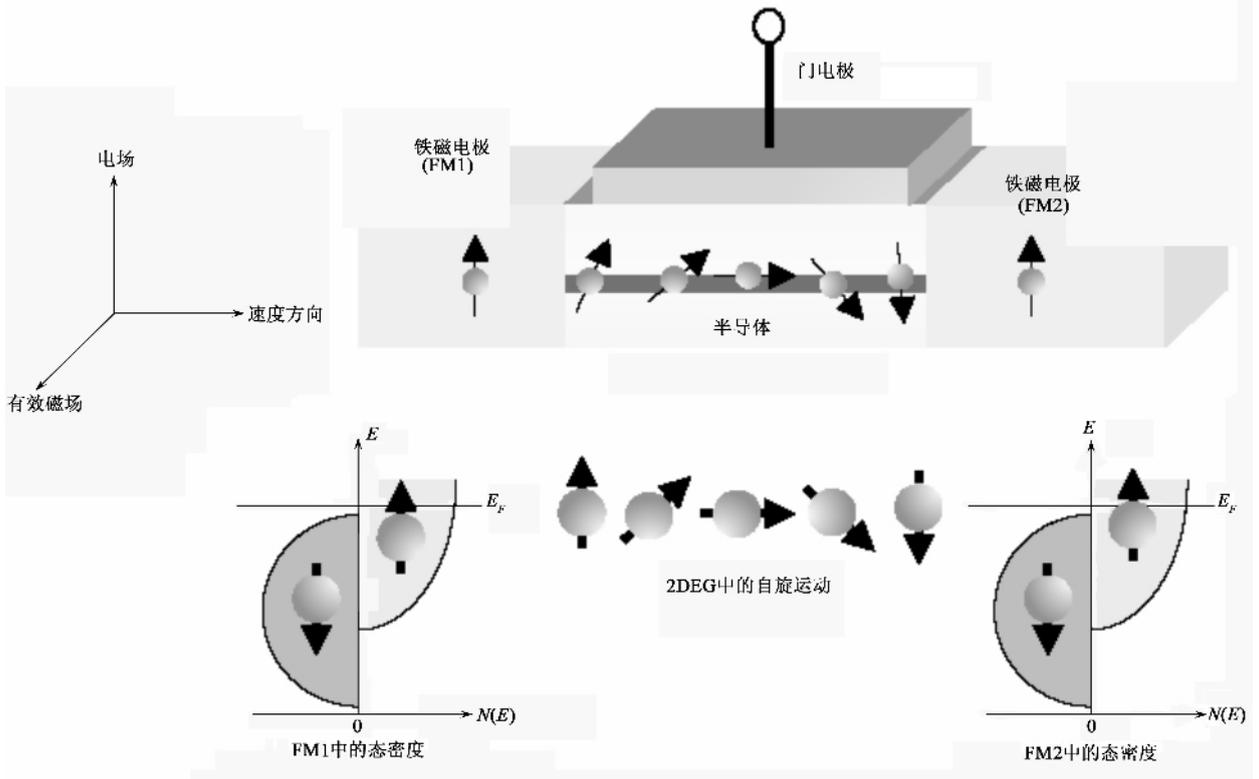


图 29 自旋场效应晶体管<sup>[80]</sup>

相应的电导可表示成  $G = (e^2/h)[1 + \cos 2\pi\sqrt{1 + (\alpha m_e^* R/\hbar^2)}]$ . 由于电子通过环的两臂后, 进动方向相反. 因此, 相互的自旋进动角反号. 电子在通过环的两臂后, 自旋进动角的不同将导致自旋的干涉.

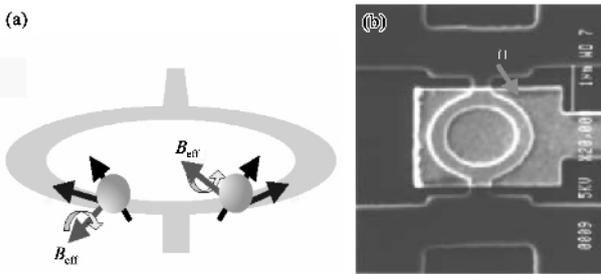


图 30 用来测定 Aharonov - Casher 相位的自旋干涉装置<sup>[80]</sup>

此外, 介观磁性系统中电子性质的研究已经是自旋电子学中的一个重要分支<sup>[81]</sup>. 在自旋电子学中, 通过电子的自旋自由度, 使得器件利用其磁特性来调制输运性质. 例如, 铁磁隧道结的隧穿磁阻 (TMR). 再来就是磁性材料与超导接口的 Andreev 反射磁性和非磁性材料接口附近的自旋积累, 电流推动下的隧道结中的自旋矩、电阻的零电压反常, 表面粗颗粒磁性杂质的近藤效应在磁电阻中的反映等

等, 都是当今研究的热门课题.

#### 4.6 “非稳定 Aharonov - Bohm 效应”

与前面给出的稳定 Aharonov - Bohm 效应不同, Lesovik 和 Levitov 建议一种“非稳定 Aharonov - Bohm 效应”之全新两粒子干涉现象<sup>[82]</sup>. 观测高频激发下相位相干电导的颗粒噪声. 这是一种“光子协助”的颗粒噪声 (“photon - assisted” shot noise) 现象. 所考虑的系统是一个有两个端点的导体, 被弯曲成一个“开”的环. 这相当于一臂有豁口的环. 然后, 让随时间变化的 Aharonov - Bohm 磁通  $\Phi(t)$  穿过这个开环. 该磁通的作用对电子从一端到另一端的透射幅产生随时间变化的相移. 但是, 电子的路径并不环绕磁通闭合, 所以, 从拓扑上看, 这等价于一段导体旁边有一磁通. 因此, 无论是单粒子波函数还是电导, 都与磁通无关, 也就是说, 测量电导不会出现任何 Aharonov - Bohm 效应. 但是, 反过来看两粒子波函数, 以及测量对应于两粒子的可观测量——颗粒噪声, 我们会发现它们与随时间变化的磁通有很大的关系. 当然, 这与通常的 Aharonov - Bohm 效应不同, 因为磁通随时间变化将导致电子感受到幅度为  $V_{ac} = -c^{-1}d\Phi(t)/dt$  的感生电场. 噪声谱密度依赖于粒子散射幅 (包括相位). 因

为费米关联导致的两粒子干涉效应,颗粒噪声谱密度对含时透射幅的相位非常敏感.研究发现,噪声谱展示出以贝塞尔(Bessel)函数平方形式随交变磁通振幅变化的振荡行为.这一“光子协助”的颗粒噪声后来很快就被实验所证实<sup>[83]</sup>.

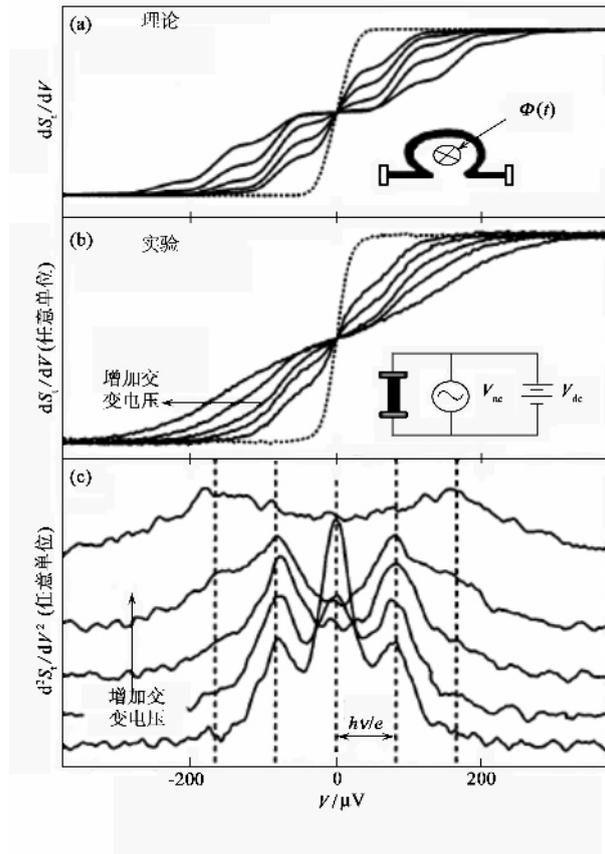


图 31 微分颗粒噪声随电压的变化(理论和实验)<sup>[83]</sup>

## 5 二维电子气物理

二维电子气可被看作是介于三维和一维电子系统之间的系统.三维电子系统是费米液体,但一维系统不是费米液体.事实上,尽管大多证据显示二维电子系统是费米液体(或可能是某种意义上临界的费米液体),但是直到现在人们依然不能明确地说它本质上就是费米液体.除此之外,它还存在一个在金属-绝缘体之间限度范围的问题.无序的三维电子系统可以是导体也可以是绝缘体,但是对于一维系统,只要有无序出现,它总是绝缘体.以前人们认为二维电子气是绝缘的,但近期的实验表明,在低电子密度、高迁移率二维电子系统可以观测到金属态和金属-绝缘态的转变<sup>[84]</sup>.

前面在讨论弱局域化时,我们说到:1958年,An-

derson 曾证明在强无序情形下,三维电子系统经历“金属-绝缘体”相变成为绝缘体.取代电子波函数延伸整个固体,这时波函数在空间上被局域化.Thouless和Wegner把金属-绝缘体相变看作是量子相变,发展了研究临界现象的标度理论.1979年Abrahams等人发展出局域化的标度理论.当把这个局域化的标度理论应用到无相互作用的电子气时,预言了二维中不会有金属-绝缘体相变.说来也怪,20世纪80年代早期的实验是与这个预言相符合.当然,由于1979年,的局域化的标度理论中,并没考虑电子-电子相互作用,所以这并不能说明上述预言二维无序系统行为是普适的.人们现在相信二维电子系统的金属-绝缘体相变是由相互作用驱使的.

### 5.1 量子霍尔效应(quantum Hall effect)

置于强磁场中的二维电子气将出现量子霍尔效应.在磁场作用下,无相互作用电子系统的本征态,形成高简并的能带(朗道能级).每个朗道能级上的简并态数目,等于系统的磁通量子个数  $eBA/hc$  ( $A$ 是面积).由于朗道能级的间距( $\hbar\omega_c$ )正比于外加磁场( $\omega_c = eB/m_e^*c$ )因而,当磁场足够强时,所有电子被约束在最低朗道能级上.无散射时,电子就呆在这些窄的简并能级上.散射效应是把每个朗道能级展宽.通常电子密度  $n_e$  可以以填充一个朗道能级的密度为单位元来计算.由此给出填充因子(填充因子,  $\nu = 2\pi n_e l_B = hc/eB$ , 实验上它可以通过改变电子密度或磁场来调制).

对整数填充因子情形,电子系统的霍尔电导等于  $\nu(e^2/h)$ ,而且与无序的强度无关.实验发现,在横向电导量子化的同时,原来的纵向电导为零.这种整数量子霍尔效应被 von Klitzing 等人在1980年发现<sup>[86]</sup>.理论上可理解为,由无相互作用的朗道能级结构所决定<sup>[87]</sup>.对二维系统,电子非常容易局域,因而,每个朗道子能级有被局域在中心非局域的窄能带周围的局域态上.在局域态区,载流子不被迁移,所以尽管具有有限的态密度,但纵向电导为零.由于  $\rho_{xx} = \sigma_{xx}/(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2)$ ,所以纵向电阻也为零.正是对应于这些局域态,霍尔电阻随载流子密度的变化出现平台.因此,只有存在局域性,霍尔效应之霍尔系数才出现作为载流子密度函数的平台现象.当然早期的实验中并没有考虑局域性问题,存在局域态是在理论研究整数霍尔效应中推断出的.

不同于在 Si/SiO<sub>2</sub> 低迁移率表面的整数霍尔效应,1982年在高迁移率( $\sim 1000\text{m}^2/\text{Vs}$ )GaAs/Al-

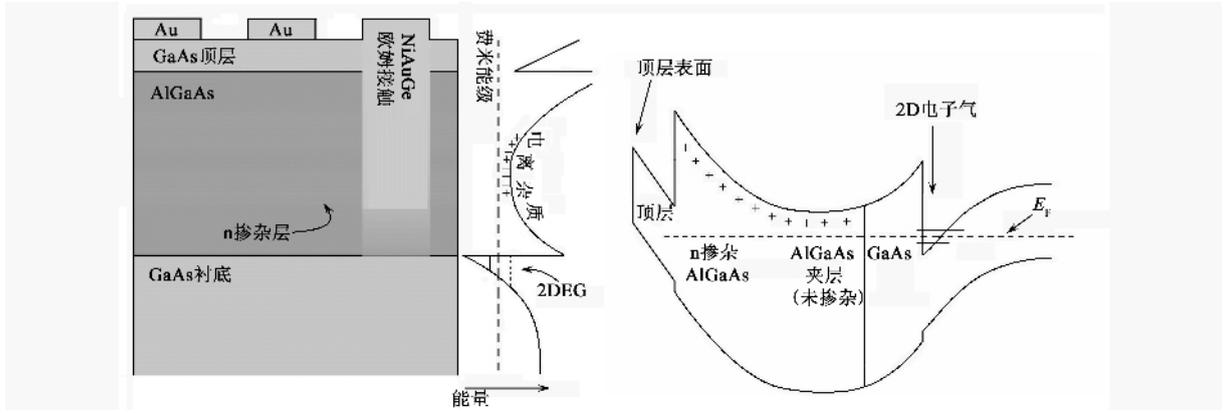


图 32 实验中在 GaAs/AlGaAs 样品实现二维电子气示意图<sup>[85]</sup>

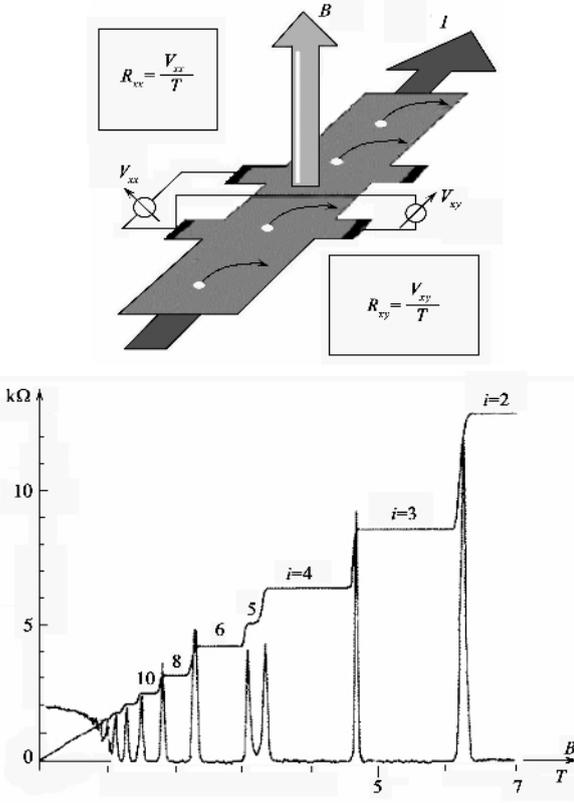


图 33 整数霍尔效应<sup>[88]</sup>

GaAs 样品的实验中发现了分数填充因子的量子化霍尔电导<sup>[89]</sup>。1983 年, Laughlin 对基态和最低激发态, 猜出描述最简单分数霍尔态 ( $\nu = 1/3$  和  $1/5$ ) 的严格多体波函数<sup>[90]</sup>。在这些特殊的密度下, 最低朗道能级的  $\nu$  被填充。考虑电子间的库仑相互作用, 在  $\nu = 1/3$  填充时, 二维电子系统形成具有能隙为  $0.01e^2/4\pi\kappa\epsilon_0 l_B$  ( $\kappa$  是材料的相对介电常数) 的强关联液体基态。这时的能隙起着和无相互作用情形朗道能级间能隙相同的效应, 即基态没有无能隙的激发, 从而导致量子化横向电导和为零的纵向电导。在分

数填充因子情形, 我们假定载流子密度固定, 来增强磁场。倘若样品被增加  $M$  个磁通, 系统的能量将增加  $M\epsilon_\phi$  ( $\epsilon_\phi$  是每增添一个磁通所需的功), 对应的朗道能级的总简并度提高  $M$ 。所以, 每个载流子获得的能量正比于简并度的变化, 后者等价于固定磁场而改变面积  $A$ 。由此可得, 系统的能量改变正比于面积  $A$  的改变, 这反映了系统具有不可压缩的性质。系统的不可压缩性和内在导电性质的相对稳定, 给出最低朗道能级中单粒子平均能量在填充因子为  $\nu = 1/q$  ( $q$  为奇数) 时有极小值。正是  $1/q$  填充的多粒子能量基态给出分数霍尔效应的霍尔电导分数平台。分数霍尔效应的 Laughlin 基态是遵从分数统计, 并携带分数电荷的准粒子态。

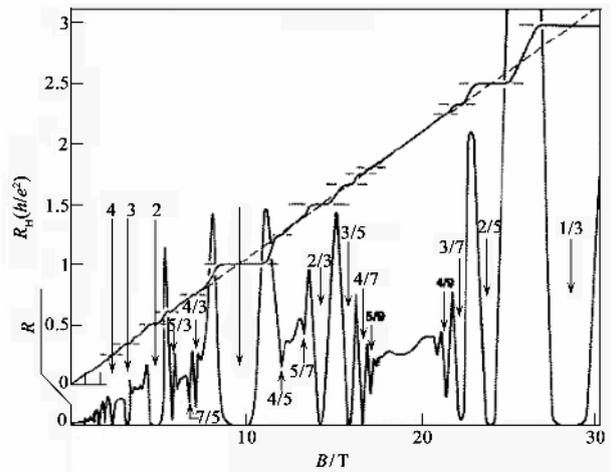


图 34 分数量子霍尔效应<sup>[91]</sup>

1989 年, Jian 提出把整数和分数量子霍尔效应统一起来的理论<sup>[92]</sup>。想法是把偶数个虚构的磁通 (强度为  $hc/e$ ) 附加到每个电子上。鉴于把裸电子与磁通所产生的 Aharonov - Bohm 相位捆绑后, 依然遵从费米统计, 所以这些复合载流子依然是遵从费米

统计. 在复合费米子表示中, 分数电荷作为复合费米子的“局域荷”呈现. 它被定义成它的本征电荷与环绕它屏蔽云的电荷之和. 对填充因子为  $\nu = \nu^* / (2p\nu^* \pm 1)$  的情形, 其电荷值为  $-e / (2p\nu^* \pm 1)$ . 值得一提的是附加磁通的变换是二维电子气中的一个严格变换. 变换后对应的哈密顿量, 在平均场近似下, 给出复合费米子的整数量子霍尔效应. 这一技术提供了计算分数量子霍尔效应性质的方法. 复合费米子变换的魔力, 在于把多体哈密顿量严格变换到使得简单分析变得可行的形式. 然而, 对于不是量子霍尔态的态, 应用这个变换会出现更有趣的事. 比如, 二分之一填充, 系统中每个电子有两个真实的磁通, 通过变换, 把两个与原来实际磁通反向的虚构磁通附带给每个粒子. 从平均意义上说, 虚构的磁通正好与原来实际的场相抵消. 这样一来, 复合费米子理论预言, 尽管处在非常强的垂直磁场中, 该二维电子气就好像没有外场一样. 这一令人惊奇的现象, 已被在一系列漂亮的实验所证实.

20 世纪 90 年代中期的实验, 不仅仅证实了复合费米子表示的有用性, 而且复合费米子的确可被认为是二维空间拓扑奇异的量子力学结果. 例如, 上面已谈到的最低朗道能级半填充时, 外磁场被内部电子结构抵消, 使得磁场中的电子像在无场时的自由粒子一样. 不同于无磁场情形, 考虑到来自  $B \approx 20\text{T}$  时电子自旋被完全地极化的  $\sqrt{2}$  因子, 电子将在半径为  $p_f = \sqrt{4\pi\rho}$  范围内构成费米海. 由此, 出现在分数量子霍尔效应谱系填充因子时, 电阻  $R_{xx}$  的极小, 可解释为磁场偏离半整数填充场的 Shubnikov - de Haas 振荡结果. 相关的现象出现在  $\nu = 5/2$  和  $7/2$  填充<sup>[93]</sup>. 2003 年还发现  $\nu = 3/8$  和  $3/10$  态<sup>[94]</sup>. 态是配对复合费米子态(对应于最低朗道能级被两种自旋的电子填满, 而上一能级半满情形). 尽管实验在偶数分母填充因子的现象越来越多, 但是, 是什么让电子抵消外磁场目前还没定论. 既然电子结构场能够抵消外场, 我们会问: 如果没有外场, 是否二维电子自身也能够产生“统计”的磁场? 分析二维系统这种虚拟自诱导磁场的出现是当前量子场理论的一个热门问题.

### 5.2 拓扑量子计算

正是由于霍尔态的特殊性质, 人们想到利用任意子实现量子计算. 任意子理论应用于量子通信过程是一个全新的领域<sup>[95]</sup>. 我们知道, 由于量子线路与环境不可控制的相互作用, 信息会在传递过程中

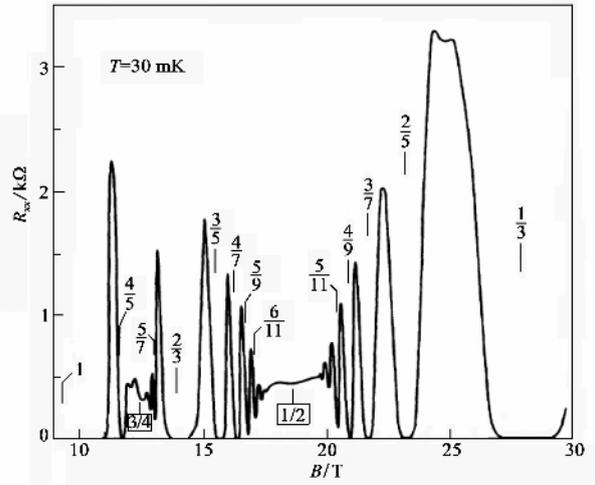


图 35 分数量子霍尔效应(填充  $\nu^{[93]}$ )

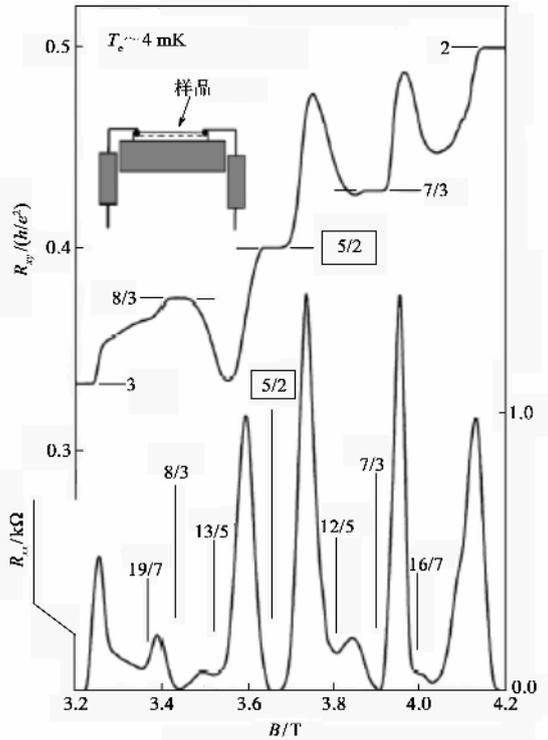


图 36 分数量子霍尔效应(填充  $\nu^{[94]}$ )

丢失(退相干), 这将阻碍组建量子计算机. 由相互作用导致的退相干有着定域特征, 那么在非定域媒质中, 量子信息储存的想法是很吸引人的. 作为拓扑非定域客体的任意子, 理论上被认为是一种定义量子比特的方案. 用来组建这种拓扑量子计算的是满足么正(归一)矩阵描述其统计的非阿贝尔任意子<sup>[96]</sup>. 当然, 这还是一个正在探索的领域<sup>[97]</sup>. 且不说拓扑量子计算是否最终成为下一代计算机的理论基础, 至少这种想法, 一方面有助于深化我们对量子

信息和其退相干的理解,另一方面,任意量子计算为新型量子技术的发展提供一些有益的思路。

### 5.3 零电阻态和磁阻振荡

谈到二维电子气物理,我们有必要介绍一下最近在二维电子气中,一个与辐射有关的磁输运现象。当人们研究微波照射下电子系统的输运时,发现把超洁净 GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As 样品置于磁场中和微波下时,可以观察到零电阻态和非常强的磁阻振荡<sup>[98,99]</sup>。这是一个高迁移率二维电子结构(电子的迁移率为  $\mu = 25 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ <sup>[98]</sup>,  $\mu = 15 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ <sup>[99]</sup>和电子密度为  $n_e = 3.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ <sup>[98]</sup>,  $n_e = 3.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ <sup>[99]</sup>)。与 Shubnikov - de Haas 振荡不同,这时的磁阻  $R_{xx}$  振荡依赖于微波频率  $\omega$  和外磁场的回旋频率  $\omega_c$  之比。当  $\omega/\omega_c = 1, 2, \dots$  时,磁阻  $R_{xx}$  周期地呈现峰-凹对:极大在  $\omega/\omega_c = j - \delta_j^-$ ,而极小在  $\omega/\omega_c = j + \delta_j^+$ ,其中  $j$  为整数(Zudov 等人的结果是  $\delta_j^- = 0$  和  $\delta_j^+ = 1/2$ ,而 Mani 等人的结果为  $\delta_j^- = \delta_j^+ = 1/4$ )。在微波辐射较弱时,振荡凹值并不为零。但是随着微波辐射的强度增强,这些磁阻  $R_{xx}$  的极小值下降到零,即测量到零电阻现象。此后,实验中还观测到峰-凹对的次级结构,并被认为是与多光子过程或辐射诱导的高倍频电流的高谐波有关。

对零电阻的一种物理解释是:长的非弹性寿命(生命期)情形下朗道(Landau)能级的重新分布。朗道能级量子化和无序散射的共同相互作用,导致电导的振荡结构。Dmitriev 等人的研究,给出频率相关的电导可以表示成 Drude 电导的形式<sup>[100]</sup>。考虑无序,电子的朗道量子化轨道运动导致在  $\omega = j\omega_c$  出现回旋共振的谐振。振荡是由量子化朗道能级和光子协助散射的组合效应所决定,即由吸收一个能量  $\hbar\omega$  接近  $j\hbar\omega_c$  的光子,然后被无序所散射。传输时间可表达成  $\tau = \tau_0\rho_0/\rho(\varepsilon)$  的形式,其中  $\rho_0$  是态密度,  $\tau_0$  是零磁场时的传输时间,而  $\rho(\varepsilon)$  是无序引起朗道能级混合后的重整化态密度,它具有振荡的结构。

理论上的另一种解释是基于 Ryzhii 存在负电阻的预言<sup>[101]</sup>。物理上,我们有方程:  $E = \rho_H j \times \hat{e}_z + R_{xx}(|j|)j$ ,其中  $E$  为外加 DC 电场,  $\rho_H$  是霍尔电阻率。纵向电阻  $R_{xx}(|j|)$  随电流的强弱可以连续地变化<sup>[102,103]</sup>,从而在弱无序情形下,与电流相关的电阻不稳定。这样一来,弱电流时,电流相关的电阻  $R_{xx}(|j|)$  呈现为负电阻。随着电流增大,它不断地增大。当电流达到某一固定值  $j_0$  时,电阻跨过零( $R_{xx}$

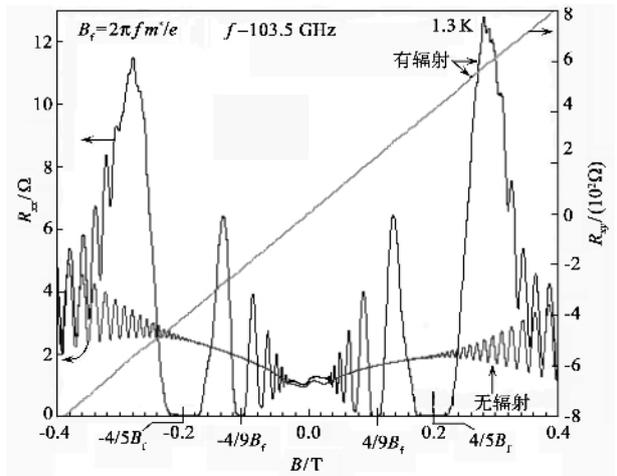


图 37 零电阻现象<sup>[98]</sup>

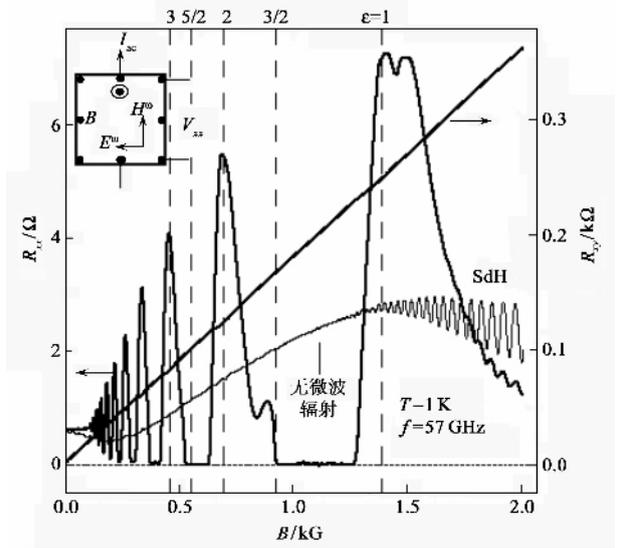


图 38 零电阻现象<sup>[99]</sup>

( $J_0$ )=0),变为正电阻。电阻为零情形就是零电阻现象。目前沿这条思路理解零电阻现象的研究,主要是如何合理地导出电流相关的电阻<sup>[103]</sup>。然而,有人也认为鉴于存在负的局域电阻,它将导致循环电流,使得有能量耗散。由于不易被观测到,因而宏观上测量到的几乎就是零电阻。这就引出更为有意义的问题:对电阻不稳定性的理解。负电阻隐含着电荷涨落的增长,这是应该可以通过电流的强度谱观测到的。再来就是零电阻态的出现,就好像是磁阻振荡连续增强的终极结果,这方面的研究仍在继续中。

### 5.4 单层石墨片中的电子无质量特征

碳原子排列成蜂窝状格点的石墨薄层(0.4nm),被认为是能够构造其他维度碳原子材料的二维构件。用它即可以堆砌成三维的石墨,也可以

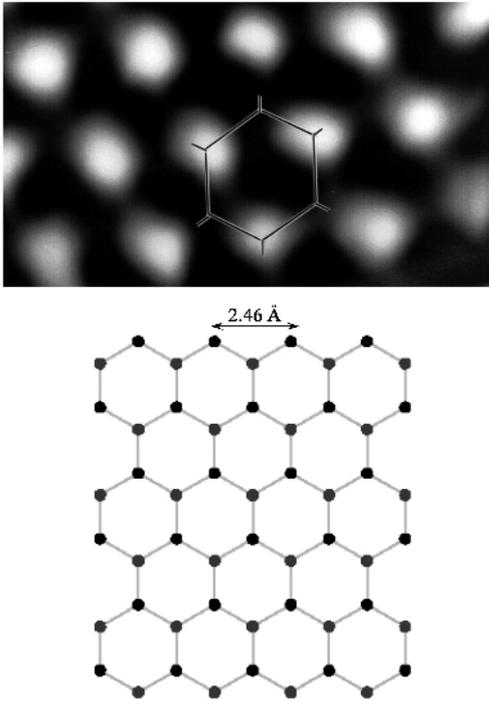


图 39 单层石墨薄片的蜂窝状结构演示图

卷成一维的纳米管,还可以折成二维的碳球.过去认为单一的二维单层石墨薄片并不存在,这是由于它的平面结构使得其热力学性质不稳定,可能很快就被卷缩成黑碳.早在 1947 年通过对它的能带结构计算,人们对它的电子动力学性质就有所了解<sup>[104]</sup>.然而,过去很长的一段时间里人们对它的兴趣也仅仅是停留在纯学术的研究氛围之内.过了近六十年后,在 2004—2005 年的研究发现单层石墨薄片其实是稳定的,化学上是惰性的,而且在背景条件下具有结晶性.单层石墨薄片是个相当好的导体,它具有相当长的平均自由程.这种蜂窝状格点的石墨薄层能够承载巨大的电流密度(  $\sim 10^8$  A/cm<sup>2</sup>, 大约高于铜的两个数量级 )<sup>[105]</sup>.在这样的系统中,电子的速度可高达  $10^6$  m/s. 大约 1/4 世纪前, Novill Mott 论证了金属中电子的平均自由程不会比它们的费米波长短. Geim 等人的实验声称至少在二维狄拉克( Dirac )费米子情形时,证实这是成立的.我们知道,通常导体在没有巡游电子的时候,就会失去其导电性.然而,研究发现即使单层石墨薄片中,没有巡游电子,它依旧存在一个最低电导率.实验中演示了金属系统的基本量子化最小电导,电导 Shubnikov - de Haas 震荡,以及与石墨薄层结构的几何整体特性( Berry 位相效应 )有关的相移.通常材料的电学性质,由具有有限的有效质量且遵从薛定谔( Schrodinger )方程的

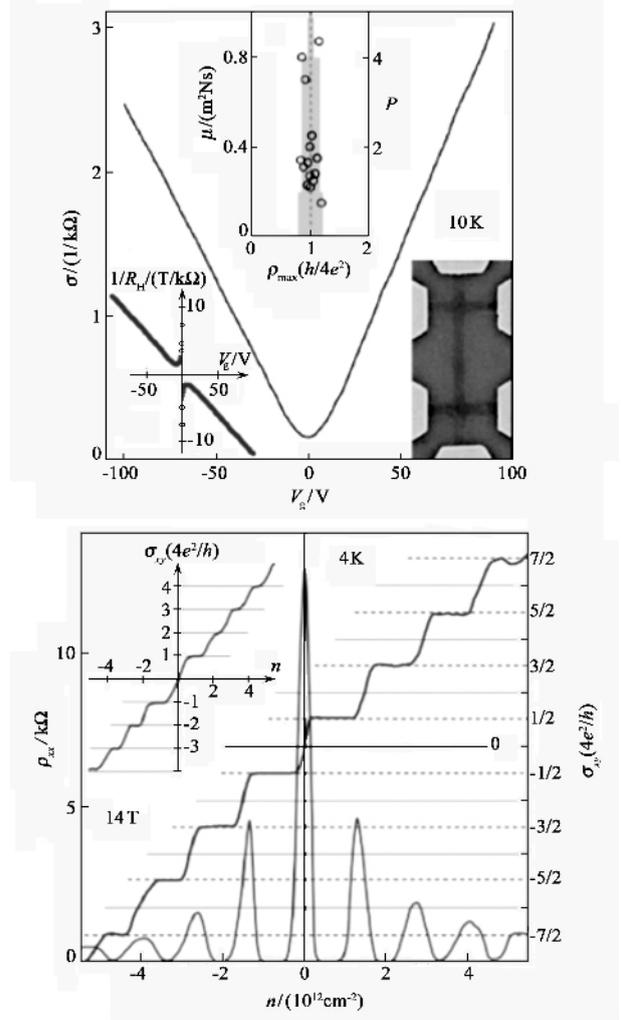


图 40 单层石墨薄片的霍尔电阻<sup>[106]</sup>

非相对论电子描述.然而,单层石墨薄片的实验研究,发现其中的电子输运由狄拉克方程来确定.

我们来从理论上检验一下原因.为此,我们考察单层石墨薄片中粒子的能量沿价带和导带随其动量的变化规律,我们会发现它的色散关系与通常的半导体不同.对于石墨,由于它的能带轻微地交叠,使得电子和空穴可以在交错带间隧穿.它的能量色散关系是与动量的平方成正比.但是对一片单一的单层石墨片,它的能带的交叠被收缩成一个点.显然填充空穴和填充电子的能带之间有非常完美的对称性.在交叠点附近有着线性的色散关系,即,  $E = \hbar k |v_F|$  ( $v_{Fj}$  电子或空穴的费米速度).比较光子的色散关系( $v_F$  用光速  $c$  代换),线性的色散关系,隐含着在很大的动量取值范围内电子的质量为零.当然,电子并不是真的无质量.有效质量是一个用来描述具有某一波矢的电子,对外加力响应的参数.因而,这个参数为零,意味着限制在石墨薄层上的电子

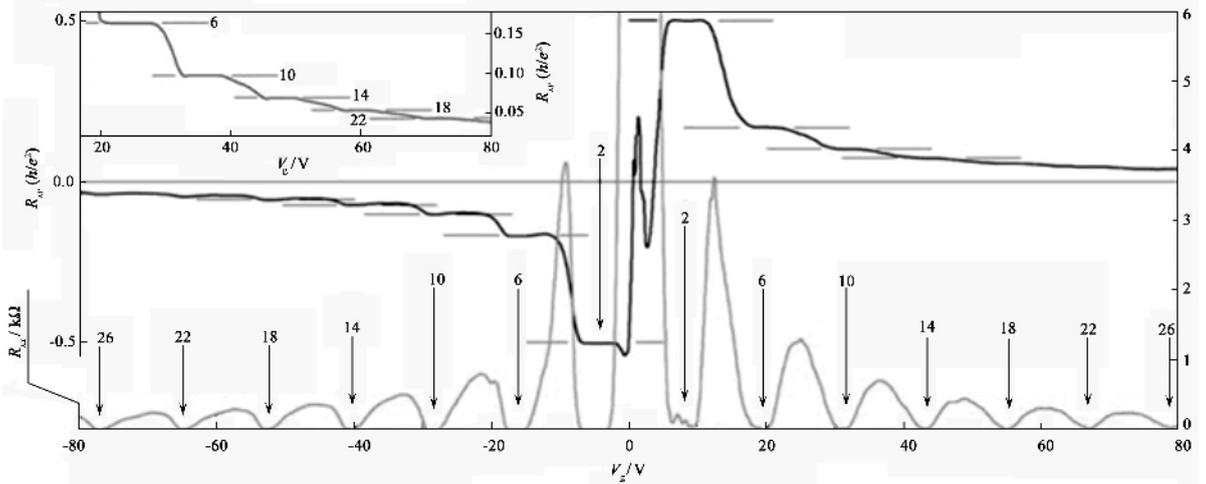


图 41 单层石墨薄片的霍尔电阻<sup>[107]</sup>

速度是不变的. 展现出与相对论性的光子和中微子相类似的行为. 这时的电子被看作为没有质量的狄拉克费米子. 另一方面, 由于石墨薄层中的电子运动速度非常快, 对他们的描述, 不能仅仅像对一般导体中的电子运动用非相对论性量子力学, 而是要用相对论性的量子力学来描述.

曼彻斯特大学的 Andre Geim<sup>[106]</sup>和哥伦比亚纳米中心的 Philip Kim 等人<sup>[107]</sup>, 测量了单石墨薄片在外磁场下的导电特性. 单层石墨薄片中的载流子密度是通过门电压来调制. 低温下在垂直于石墨薄层的强磁场作用下, 非同寻常的霍尔效应被发现. 测量中观测到在很大的门电压范围内  $R_{xx}$  为零, 但是  $R_{xy}$  呈现出很好的量子化平台(图 41 是磁场为 9T 和 1.6 K 测到的  $R_{xx}$  和  $R_{xy}$ ). 有趣的是, 发现单石墨薄片的量子化平台与由通常霍尔效应所预期的不同. 结合石墨薄片的自旋简并态和能带, 人们原来期望的电导平台为  $4e^2/h$ , 实验观测到霍尔电导的第一个平台出现在电荷密度处在朗道能级为半满时, 取值为  $2e^2/h$ . 而其他平台按整数增减. 反映出新的“半整数”量子霍尔效应( $\sigma_{xy} = (4e^2/h)(n + 1/2)$ ). 观测到半整数台阶滑移现象, 是由石墨薄片对称性拓扑, 和电子以非常低的有效质量运动通过石墨薄片有直接关系. 电子运动遵从相对论性狄拉克方程. 因而, 石墨薄层的量子霍尔效应, 是整数量子霍尔效应的相对论模拟. 理论上认为, 除了具有两个自旋态之外, 石墨薄片的电子还具有赝自旋(pseudospin, 来自于狄拉克理论的旋量场). 宾夕法尼亚大学的 Charles Kane 解释为, 由于磁场中的石墨薄片电子周转一周, 它的赝自旋跟着旋转, 使得在电子波函数中引入  $180^\circ$  相移. 半波长相移(Berry 位相)改变了

能级, 以及霍尔电导的量子化台阶结构.

回过头来, 我们看看石墨薄片其他的用途. 尺度为微米或大于微米时, 呈现出半金属性质. 但是, 当尺度下调到小于 100nm 时, 电子抑制开启它的能隙. 这一属性能够用于调制晶体的电子行为. 近期实验上做出了  $\text{SiO}_2$  衬底上 5nm 厚的量子点, 并测量了其电导属性. 上述研究一方面激发了有可能发展新型介观尺度电子系统, 即像光子系统中控制光波那样操控电子, 以及受限尺度下晶体电性质的调制. 另一方面, 被认为可以作为测试量子电动力学, 及发展一些新颖实验的好材料.

## 6 后记

单介观尺度客体以及它们的复合结构中的量子现象可操控性, 被看成为第二次量子革命. 有前面几节的介绍中, 我们会看到低维和介观系统的研究显示出介观物理体系深刻的学科内涵. 同时, 它也是当今纳米制造业的理论基础, 涉及到微电子、光电子、自旋电子、和量子热物理等理论领域. 物理上, 介观物理理论的发展, 反映出要求物理学家包容更多的跨学科知识. 在理论的发展中, 从 20 世纪 50 年代, 认识到量子力学在小尺度中起着重要的作用. 到 80 年代, 从对小尺度构型中的相干特性研究开始, 目前已经发展深入到凝聚态物理的各个领域, 并延伸到信息科技、化学、和生物物理等学科. 当前, 介观尺度理论研究中的的一些重要方向有: 小共振腔中的光传播和辐射的介观光学系统、量子信息处理器中的介观系统、介观超导电性的研究、介观固态制冷器件、尺度诱发的反常现象、半导体自旋电子学, 等等. 通过对这些系统的研究, 人

们必将其电子结构和特征光谱、超结构中耦合效应和相互作用、介孔(mesopore)与异质微粒间的相互作用、物质运输和相变行为等问题,给出更为深刻的理解。以上所述同样也反映了介观物理研究推动纳米技术的发展,而纳米技术反过来为设计和制备各种人工超结构体系,提供更精确的技术支持。理论和技术互动的发展,为21世纪物理学界在创造新事物方面提供了可能性,并就解决人类对资源有效地使用方面提出了新的思路。

介观物理系统的研究仍在继续着,新现象的发现和更为聪明的系统设计,将揭示越来越多的新物理。它一方面会更加丰富我们的理论,另一方面会给予我们开发具有特殊功能、反常效应和优越物性物质的器件提供更有效的的基础。

致谢 本文编者诚挚地感谢于涿教授、林宗涵教授、林志忠教授在百忙之中对本文初稿的审阅和对本文整体框架所提出的宝贵修改意见。本文编者还要特别地感谢在李志兵教授提议后,林志忠教授为本文提供特征长度的数值估算,邵久书教授对本文第一节关于“局域态-非局域相变的随机矩阵理论描述”所提出的重要修改建议,李新奇教授仔细地阅读第四节“噪声和全计数统计”,并通过讨论,一同完成了这部分的修改,谢心澄教授对二维电子气(第五节)的讨论给予的修改建议和帮助。编写中,李定平教授曾主持就文中的部分内容,在北京大学理论物理研究所凝聚态理论小组进行讨论,由研究生对文中表述不清的地方提问并讨论解答。为此,本文编者借此机会衷心感谢李定平教授和这些参与的研究生。他们是:刘雪乐、林佩真、张立、吴志刚、陈硕、李舟、陈蕾、刘军丰、冯波。本文正是基于大家的建议和问题基础上进行调整和补充完成的。本文编者还要对在编写过程中刘玉良教授、刘川教授、朱首华教授和郭卫教授给予非常有益的讨论表示感谢。本文编写者愿感谢提供《麦兜的故事》的朋友,本文很大程度上是在这个左眼上有胎记的麦兜小朋友陪伴下完成的。感谢国家自然科学基金(批准号:10474002)和台湾新竹“理论科学研究中心”的资助。感谢简纹滨教授的在我访问新竹交通大学期间邀请编写此文,本文正是编者在访问期间(2005年12月至2006年1月)与林志忠教授讨论酝酿产生的。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] van Kampen N G. *Adv. Chem. Phys.*, 1976, 34 :245 ; van Kampen N G. *Stochastic Processes in Physics and Chemistry*. North - Holland , Amsterdam , 1981
- [ 2 ] Yoseph Imry. *Introduction to mesoscopic physics*. Oxford University Press 2002
- [ 3 ] Lin J J , Giorano N. *Phys. Rev. B* ,1987 , 35 :1071 ; Lin J J , Bird J P. *J. Phys. :Condes. Matter* 2002 , 14 :R501
- [ 4 ] Gershenson M E , Khavin Yu B , Mikhalechuk A G *et al.* *Phys. Rev. Lett.* ,1997 , 79 : 725 ; Khavin Yu B , Gershenson M E , Bogdanov A L. *Phys. Rev. Lett.* ,1998 , 81 :1066 ; Gershenson M E , Khavin Yu B , Reuter D *et al.* *Phys. Rev. Lett.* , 2000 , 85 :1718
- [ 5 ] Datta Supriyo. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge University Press , Cambridge , 1995 ; Ferry D K , Goodnick S M. *Transport in Nanostructures*. Cambridge University Press , Cambridge , 1997 ; Murayama Y. *Mesoscopic System, Fundamentals and Applications*. Wiley - Vch , Verlag , Berlin 2001 ; Kaplan S B , Hartstein A. *IBM J. Res. Develop.* ,1998 , 32 :347 ; Kastner M A. *Rev. Mod. Phys.* ,1992 , 64 :849 ; 阎守胜 , 甘子钊主编. *介观物理*. 北京 : 北京大学出版社 , 1995 ; 曹烈兆 , 阎守胜 , 陈兆甲. *低温物理学*. 合肥 : 中国科技大学出版社 , 1999
- [ 6 ] Weber A. *Optische Untersuchungen von Intersubniveau-Übergängen in Selbstorgan - I - Sierten InGaAs/GaAs - Quantenpunkten*. Berlin , Technische Universität , Fakultät II , Diss. , 2005
- [ 7 ] Sharvin D Yu. *JETP Lett.* ,1981 , 34 :272 ; Aronov A G , Sharvin Yu V. *Rev. Mod. Phys.* ,1987 , 59 :531
- [ 8 ] Webb R A , Washburn S , Umbach C P *et al.* *Phys. Rev. Lett.* ,1985 , 54 :2696
- [ 9 ] Lee P A , Stone A D. *Phys. Rev. Lett.* ,1985 , 55 :1622 ; Altshuler B L. *JETP Lett.* ,1985 , 41 :648
- [ 10 ] Laudauer R. *IBM J. Res. Dev.* ,1957 , 1 :223
- [ 11 ] Buttiker M. *Phys. Rev. Lett.* ,1986 , 57 :1761 ; *IBM J. Res. Dev.* ,1988 , 32 :317
- [ 12 ] Anderson P W. *Phys. Rev.* ,1958 , 109 :1492
- [ 13 ] Eds. Nagaoka Y , Fukuyama H. *Anderson Localization*. Berlin , Springer , 1982
- [ 14 ] Eds. Kramer B , Begmann G , Bruynseraede T V. *Localization , Interaction , and Transport Phenomena*. Berlin , Springer , 1984
- [ 15 ] Lee P A , Ramakrishnan T V. *Rev. Mod. Phys.* ,1985 , 57 :287
- [ 16 ] Thouless D J. *J. Phys. C* ,1972 , 5 :77
- [ 17 ] Wegner F J. *Z. Phys. B* ,1976 , 25 :327
- [ 18 ] Abraham E , Anderson P W , Licardelleo P W *et al.* *Phys. Rev. Lett.* ,1979 , 42 :673
- [ 19 ] Altshuler B L , Lee P A , Webb R A. *Mesoscopic Phenomena in Solids*. Elsevier Science Publishers B. V. , 1991
- [ 20 ] Katomeris G H , Evangelou S N. *Eur. Phys. J. B* 2000 , 16 :133
- [ 21 ] Switkes M. *Decoherence and Adiabatic Transport in Semiconductor Quantum Dot*. Thesis , 1999
- [ 22 ] Janssen M. *Fluctuations and Localization in Mesoscopic Electron Systems*. World Scientific Publishing Co. Ote. Ltd 2001
- [ 23 ] van Langen S A. *Thermal and Electrical Phenomena in Chaotic Conductors*. Thesis , 1971
- [ 24 ] Percival I C. *J. Phys. B* ,1973 , 6 :L229
- [ 25 ] Wigner E P. *Pro. Cambridge Phil. Soc.* ,1951 , 47 :790 ; *Ann. Math.* ,1952 , 55 :7
- [ 26 ] Madan Lal Mehta. *Random Matrices*( 3rd ed ). Elsevier Pte Lts. , 2004 ; Lifshits I M , Gredeskul S A , Pastur L A. *Introduction to the Theory of Disordered Systems*. John Wiley & Sons. Inc. , 1988 ; Haake F. *Quantum Signatures of Chaos*. Springer - Verlag , Berlin , 1991 ; Stockmann H J. *Quantum Chaos*. Cambridge University Press , 1999 ; 顾雁. *量子混沌*. 上海 : 上海科技教育出版社 , 1996

- [ 27 ] Shklovskii B I , Shapiro B , Sears B R *et al.* Phys. Rev. B , 1993 47 :11487
- [ 28 ] Evangelou S N. Phys. Rev. B ,1994 49 :16805 ; Hofstetter E , Schreiber M. Phys. Rev. B ,1994 49 :14726
- [ 29 ] Ed. Hasegawa H. Quantum Chemistry and Technology in Mesoscopic Level. J. Phys. Soc. Jpn. Supplement A ,1994 63 ; Beenakker C W J. Rev. Mod. Phys. ,1997 69 :731 ; Alhassid Y. Rev. Mod. Phys. 2000 72 :895
- [ 30 ] Kagalovsky V , Horovitz B , Avishai Y. Low Tem. Phys. , 2005 , 31 :285
- [ 31 ] Mohanty P , Jariwala E M Q , Webb R A. Phys. Rev. Lett. , 1997 78 :3366 ; Mohanty P. Physica B 2000 280 :446
- [ 32 ] Sharvin Y V , Zh. Eksp. Teor. Fiz. ,1965 , 48 :984( Sov. Phys. JETP ,1965 21 :655 )
- [ 33 ] van Wees B J *et al.* Phys. Rev. Lett. ,1988 60 :848 ; Wharam D A *et al.* J. Phys. C ,1988 , 21 :L209
- [ 34 ] Likharev K K , Zorin A B. J. Low Temp. Phys. ,1985 59 :347 ; Jacob E B , Gefen Y. Phys. Lett. ,1985 108A :289
- [ 35 ] de Gennes P G. Rev. Mod. Phys. ,1964 36 :216
- [ 36 ] van Dam J A. Quantum Transport in Semiconductor Nanowires , Thesis , Casimir PhD Series , Delft – Leiden , 2006
- [ 37 ] Tinkham M. Introduction to Superconductivity. McGraw Hill , Singapore ,1996
- [ 38 ] Andreev A F. Zh. Eksp. Teor. Fiz. , 1964 46 :1823( Sov. Phys. JETP ,1964 19 :1228 )
- [ 39 ] Blonder G E , Tinkham M , Klapwijk T M. Phys. Rev. B , 1982 25 :4515
- [ 40 ] Kulik I O. Zh. Eksp. Teor. Fiz. ,1969 57 :1745( Sov. Phys. JETP ,1970 30 :944 ) ; Ishii C. Proc. on Theor. Phys. ,1972 , 5 :1525 ; Bardeen J , Johnson J L. Phys. Rev. B ,1972 5 :72 ; van Wees B J , Lenseen K-M H , Harmans C J P M. Phys. Rev. B ,1991 44 :470
- [ 41 ] Kondo J. Prog. Theor. Phys. ,1964 32 :37
- [ 42 ] Krishnamurthy H R , Wilkins J W , Wilson K G. Phys. Rev. B ,1980 21 :1003
- [ 43 ] Anderson P W. Phys. Rev. ,1961 124 :41
- [ 44 ] Kouwenhoven L , Glazman L. Physics World ,2001( 1 ) 33
- [ 45 ] Ng T K , Lee P A. Phys. Rev. Lett. ,1988 61 :1768
- [ 46 ] Goldhaber-Gordon D *et al.* Nature ,1998 391 :156 ; Cronenwett S M , Oosterkamp T H , Kouwenhoven L P. Science ,1998 , 281 :540
- [ 47 ] Meir Y , Wingreen N S. Phys. Rev. Lett. ,1993 70 :2601
- [ 48 ] Lopez R , Sanchez D. Phys. Rev. Lett. ,2003 90 :116602 ; Martinek J , Sindel M , Borda L *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2003 , 91 :247202 ; Martinek J , Utsumi Y , Imamura H *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2003 91 :127203 ; Choi M S , Sanchez D , Lopez R. Phys. Rev. Lett. ,2004 92 :05660
- [ 49 ] From the ppt of J. König's talk
- [ 50 ] Yacoby A , Heiblum M , Mahalu D *et al.* Phys. Rev. Lett. , 1995 74 :4047 ; Yacoby A , Schuster R , Heiblum M. Phys. Rev. B ,1996 53 :9583 ; Schuster R *et al.* Nature ( London ) , 1997 385 :417
- [ 51 ] Holleitner A W , Decker C R , Qin H *et al.* Phys. Rev. Lett. , 2001 , 87 :256802
- [ 52 ] Pasupathy A N , Bialczak R C , Martinek J *et al.* Science , 2004 306 :85 ; Craig N J , Taylor J M , Lester E A *et al.* Science 2004 304 :565 ; Utsumi Y , Martinek J , Bruno P *et al.* Phys. Rev. B 2004 69 :155320
- [ 53 ] Aleiner I L , Wingreen N S , Meir Y. Phys. Rev. Lett. ,1997 , 79 :3740 ; Levinson Y. Europhys. Lett. ,1997 39 :299
- [ 54 ] Beenakker C W J. Phys. Rev. B ,1991 , 44 :1646
- [ 55 ] Gores J , Goldhaber – Gordon D , Heemeyer S *et al.* Phys. Rev. B 2000 62 :2188
- [ 56 ] Beutler H. Z. Phys. ,1934 91 :132
- [ 57 ] Fano U. Phys. Rev. ,1961 124 :1866
- [ 58 ] Kobayashi K , Aikawa H , Katsumoto S *et al.* Phys. Rev. Lett. 2002 88 :256806
- [ 59 ] Bulka B R , Stefanski P. Phys. Rev. Lett. ,2001 86 :5128 ; Hofstetter W , König J , Schoeller H. Phys. Rev. Lett. 2001 , 87 :156803
- [ 60 ] Johnson A C , Marcus C M , Hanson M P *et al.* Phys. Rev. Lett. 2004 93 :106803
- [ 61 ] Ma Z S , Zhu Y , Li X Q *et al.* Phys. Rev. B ,2004 69 :045302 ; Taranko R , Kwapinski T , Taranko E. Phys. Rev. B 2004 69 :165306 ; Ma Z S , Lin D B , Su Z B. Quantum Dots : New Research. Ed. Ling P A. Nova Science Publishers , Inc. 2005. Chap. 4 :97
- [ 62 ] Madhavan V *et al.* Science ,1998 , 280 :567
- [ 63 ] Kim J *et al.* Phys. Rev. Lett. 2003 , 90 :166403
- [ 64 ] Clerk A A , Waintal X , Brouwer P W. Phys. Rev. Lett. , 2001 , 86 :4636 ; Xiong Y J , Xiong S J. Int. J. Mod. Phys. B 2002 , 16 :1479
- [ 65 ] Song J F , Ochiai Y , Bird J P. Appl. Phys. Lett. 2003 82 :4561
- [ 66 ] Beenakker C , Schonenberger C. Physics Today ,2003( 5 ) 37
- [ 67 ] Tobiska J. Effects and Detection of Quantum Noise , Thesis , Sieca Repro B. V. , Delft 2006
- [ 68 ] Mohanty P , Webb R A. Phys. Rev. Lett. 2002 , 88 :146601
- [ 69 ] Mandel L , Wolf E. Optical Coherence and Quantum Optics. Cambridge University Press , Cambridge ,1995
- [ 70 ] Levitov L S , Lesovik G B. Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. , 1993 58 :225 ; Levitov L S , Lee H W , Lesovik G B. J. Math. Phys. ,1996 , 37 :4845
- [ 71 ] Nazarov Yu V. Phys. Rev. Lett. ,1994 73 :134
- [ 72 ] Choi B R P. Quantum Dot Noise in Mesoscopic Superconductor-Semiconductor Heterostructures. Thesis , Basel 2004
- [ 73 ] Prada E. Generation , Evolution and Detection of Electron Entanglement in Nanostructures. Thesis , Universidad Autonoma de Madrid , Madrid , 2006
- [ 74 ] Kikkawa J M *et al.* Science ,1997 , 277 :1284 ; Phys. Rev. Lett. ,1998 , 80 :4313
- [ 75 ] Loss D , DiVincenzo D P. Phys. Rev. A ,1998 , 57 :120
- [ 76 ] DiVincenzo D P , Loss D. J. Magn. Magn. Matter ,1999 200 :202
- [ 77 ] Cerletti V , Coish W A , Gywat O *et al.* cond – mat/0412028
- [ 78 ] Privman V , Vagner I D , Kventsel G. Phys. Lett. A ,1998 , 239 :141
- [ 79 ] Datta S , Das B. Appl. Phys. Lett. ,1990 , 56 :665
- [ 80 ] Nitta J. NTT Technical Review 2004 , 2 :31
- [ 81 ] Eds. Maekawa S , Shinjo T. Spin Dependent Transport in Magnetic Nanostructures. Advanced in Condensed Matter Science , Taylor & Francis , London and New York , 2002
- [ 82 ] Lesovik G B , Levitov L S. Phys. Rev. Lett. ,1994 72 :538
- [ 83 ] Schoelkopf R J , Kozhevnikov A A , Prober D E *et al.* Phys. Rev. Lett. ,1998 80 :2437
- [ 84 ] Lubkin G B. Physics Today ,1997 50( 7 ) 21
- [ 85 ] Switkes M. Decoherence and Adiabatic Transport in Semiconductor Quantum Dot. Thesis , 1999
- [ 86 ] Klitzing K V , Dorda G , Pepper M. Phys. Rev. Lett. ,1980 , 45 :494
- [ 87 ] Laughlin R B. Phys. Rev. B ,1981 23 :5632
- [ 88 ] Prange R E , Girvin S M. The quantum Hall effect. Springer – Verlag ,1987
- [ 89 ] Tsui D C , Stormer H L , Gossard A C. Phys. Rev. Lett. , 1982 48 :1559
- [ 90 ] Laughlin R B. Phys. Rev. Lett. ,1983 , 50 :1395
- [ 91 ] Willett R L , Eisenstein J P , Stormer H L *et al.* Phys. Rev. Lett. ,1987 59 :1776
- [ 92 ] Jian J K. Physics Today ,2000( 4 ) 39

- [ 93 ] Du R R , Stormer H L , Tsui D C *et al.* Phys. Rev. Lett. , 1993 ,70 :2944 ; Pan W , Stormer H L , Tsui D C *et al.* Phys. Rev. Lett. 2003 ,90 :D16801
- [ 94 ] Kashaev R M. Russian Math. Surbey ,1997 ,52 - 61 :1191 ; Annals of Physics ,1997 ,303 :2 ; Mod. Phys. Lett. A ,1995 ,10 :1409 ; Kashaev R M. Lett. Math. Phys. ,1997 ,39 :269
- [ 95 ] Moore G , Read N. Nucl. Phys. B ,1991 ,360 :362 ; Greiter M , Wen X G , Wilczek F. Nucl. Phys. B ,1992 ,374 :567
- [ 96 ] Freedman M H. Found. Comput. Math. 2001 ,1 :383 ; Freedman M , Kitaev A , Larsen M *et al.* Comm. Math. Phys. 2002 ,227 :587
- [ 97 ] Zudov M A , Du R R , Simmons J A *et al.* Phys. Rev. B 2001 ,64 :201311 ; Zudov M A , Du R R , Pfeiffer L N *et al.* Phys. Rev. Lett. 2003 ,90 :D46807
- [ 98 ] Mani R G , Smet J H , von Klitzing K *et al.* Nature ( London ) , 2002 ,420 :646 ; Phys. Rev. Lett. 2004 ,92 :146801
- [ 99 ] Dmitriev I A , Mirlin A D , Polyakov D G. Phys. Rev. Lett. , 2003 ,91 :226802
- [ 100 ] Ryzhii V I. Sov. Phys. Solid State ,1969 ,10 :2286
- [ 101 ] Shi J R , Xie C. Phys. Rev. Lett. 2003 ,91 :D86801 ; Durst A C , Sachdev S , Read N *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2003 ,91 :086803 ; Lei X L , Liu S Y. Phys. Rev. Lett. ,2003 ,91 :226805
- [ 102 ] Andreev A V , Aleiner I L , Millis A J. Phys. Rev. Lett. , 2003 ,91 :D56803 ; Auerbach A , Finkler I , Halperin B I *et al.* Phys. Rev. Lett. 2005 ,94 :196801 ; Ng T K , Dai L X. Phys. Rev. B 2005 ,72 :235333
- [ 103 ] Wallace P R. Phys. Rev. ,1947 ,71 :622
- [ 104 ] Novoselov K S , Geim A K , Morozov S V *et al.* Science 2004 ,306 :666
- [ 105 ] Novoselov K S , Geim A K , Morozov S V *et al.* Nature 2005 ,438 :197
- [ 106 ] Zhang Y , Tan Y - W , Stormer H *et al.* Nature 2005 ,438 :201

## 电子相位相干时间\*

林志忠

本期《物理双月刊》的“介观物理”专集中,马中水教授的《介观物理基础和近期发展几个方面的简单介绍》是一篇力作.该文对介观系统、介观物理的基础概念、介观物理发展的来龙去脉,以及近几年来介观物理领域因结合纳米科技而发展出来的新课题,做了非常全面性的介绍.这篇文章值得想要进入介观物理领域的研究生、博士后研究,以及已经在该领域从事某些课题研究的学者,仔细研读.马教授的文章,集中于讨论介观体系的(低温量子)电子传输性质.

在对介观体系的研究中,导电电子的相位相干长度( phase coherence length 或 dephasing length )可以说是最关键的一个物理量.近二十年来,低温实验物理学家藉由对低维金属和半导体样品中的几种量子干涉传输( quantum-interference transport )现象,包括弱局域效应( weak localization )、普适电导涨落( universal conductance fluctuations )和 Aharonov - Bohm oscillations 的量测,已经对于真实材料中的电子相位相干长度以及电子相位相干时间( phase coherence time 或 dephasing time )有了非常具体的理解.

大致说来,在较高的温度(几度 K 或更高)时,电子-声子散射常是最主要的退相干( dephasing )机制.在较低温(几度 K 以下)时,则退相干的机制与系统的维度有关.在三维介观金属系统中,电子-声子散射仍是最主要的退相干机制.但是在低维

(准一维和二维)的介观样品中,电子-电子散射( Nyquist electron-electron scattering )则成为最主要的退相干机制<sup>[1]</sup>.

图 1 显示实验所量测到的两片不同厚度之铟膜的电子退相干时间对温度的关系<sup>[2]</sup>.这两片铟膜的制作(溅镀)条件相同,唯一的差别只在一片膜的厚度镀成 3000 Å(因此表现出三维的量子干涉传输特性),另外一片膜的厚度镀成 175 Å(因此表现出准二维的量子干涉传输特性).从图中可以清楚看到,在较高温时,两者的退相干时间重合,且温度变化强烈,这即是电子-声子散射造成的结果.一般导体中的电子-声子散射时间可以写成:  $\tau_{e-ph} \propto T^{-p}$ , 通常温度指数  $2 \leq p \leq 4$ .

当温度降低时,图 1 显示,厚膜中的电子-声子散射持续作用到较低的温度(低到 2 K 时,退相干时间对温度的依赖关系仍然不变,与高温时相同,如虚线所示).但是在薄膜中,到了 6 K 以下,退相干时间的温度变化就明显地改变了(变得较弱).图中实线的斜率为 -1,即表示  $\tau_{\varphi} \propto T^{-1}$ .这正是准二维导

\* 经作者和出版者同意,本文转载自《物理双月刊》2006 年 28 卷 5 期(10 月)750 页. <http://psroc.phys.ntu.edu.tw/bimonth/index.php>

† 现任交通大学物理研究所及电子物理系合聘教授,研究领域为介观物理、低温物理、凝聚态物理及纳米科技.

Email : jilin@mail.nctu.edu.tw