# 强相互作用极化费米气体中涡旋束缚态的研究\*

胡 辉<sup>1,3</sup> 刘夏姬<sup>1,2,3</sup> 李师群<sup>2,\*</sup>

(1 中国人民大学物理系 北京 100872)
(2 清华大学物理系 北京 100084)
(3 量子原子光学中心,昆士兰大学物理系 布里斯班 4072 澳大利亚)

摘 要 涡旋态的研究对理解冷原子体系超流特性有很重要的价值.文章在简要回顾涡旋态研究历史的基础上, 介绍了文章作者近期在超冷极化费米气体中涡旋态的工作.通过应用平均场的方法,从理论上研究了强相互作用极 化费米气中单个涡旋态的结构.发现在涡旋态核中,Andreev 束缚态的填充可引起一种量子相变.这就提供了一种新 颖的探测 Andreev 束缚态的方法,在冷原子物理中,可通过吸收成像方法来完成.进一步文章作者对涡旋态的核尺寸 进行了研究,发现涡旋态的核尺寸随着体系极化程度的增加而变大.

关键词 强相互作用极化费米子 涡旋态 , 平均场方法 , Andreev 束缚态

## Vortex bound states in polarized Fermi gases at unitarity

HU Hui<sup>1,3</sup> LIU Xia-Ji<sup>1,2,3</sup> LI Shi-Qun<sup>2,†</sup>

(1 Department of Physics , Renmin University of China , Beijing , 100872 , China )

(2 Department of Physics, Tsinghua University, Beijing, 100084, China)

(3 ACQAO, Department of Physics, University of Queensland, Brisbane 4072, Australia)

**Abstract** The study of quantized vortices is very important for our understanding of the superfluid properties of cold atoms. We briefly review current progress in this field , and then describe our recent work on the vortex structure of a strongly interacting spin-polarized Fermi gas. We analyze a singly-quantized vortex in a spin-polarized Fermi gas at unitarity , based on a mean-field approach. We find that a quantum phase transition occurs due to the occupation of the Andreev-like bound states at the vortex core. This may provide us with a new way to visualize the bound states by using phase-contrast imaging in cold-atom physics. Furthermore , we investigate the core size of vortices and find that the core expands gradually as the spin polarization increases.

Keywords strongly interacting polarized Fermi gas, vortex, mean field approach, Andreev bound state

## 1 引言

冷费米原子气体超流现象的实验观测是近年来 物理学研究历史上的一个里程碑<sup>[1]</sup>. 超流状态的实 现主要利用了一种叫作 Feshbach 共振的技术. 通过 它,人们可以调节原子间的相互作用,从而得到一个 较高的超流转变温度. 我们知道,微弱吸引的费米子 会形成库珀对,实现 Bardeen – Cooper – Schrieffer (BCS)超流态.而当相互吸引增强时,库珀对的尺寸 会愈来愈小.在极强吸引作用下,小尺寸的库珀对类 似于玻色子,会在低温下实现玻色 – 爱因斯坦凝聚 (BEC).在实验上,具体地说,可以通过调节磁场强 度使原子间的散射长度从负值变到负无穷大,再跳

† 通讯联系人. Email :lishq@ mail. tsinghua. edu. cn

 <sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10574080)、国家重点基础研究发展计划(批准号:2006CB921404)资助项目
2007-12-21收到

变到正无穷大,然后逐渐减小到一个小的正值.这里 正的散射长度意味着两体束缚态的产生.在整个过 程中,冷原子费米气体的基态会从 BCS 超流态渡越 到 BEC 凝聚态<sup>[2,3]</sup>.其中,最让人感兴趣的是散射长 度趋于正负无穷大的幺正极限.如果我们忽略掉相 互作用力程,那么在幺正极限下,体系只有一个特征 尺度,即原子间的距离.在这种极限下,体系将展示 出一种普适的热力学行为<sup>[3,4,5]</sup>.

超流性的一个最明确无误的证据是涡旋态的产 生.2005 年,麻省理工学院(MIT)的 Ketterle 小组实 验展示了冷费米子从 BCS 到 BEC 渡越区域的涡旋 态,这给出了在此区域超流性的一个铁证<sup>[1]</sup>.我们 知道,涡旋态是凝聚态物理中的一个非常重要的概 念.特别是涡旋态核中的 Andreev 束缚态对涡旋态 的结构起到一个关键的作用.这些束缚态是由核中 序参量消失引起的 :这会对准粒子造成一个类似于 深度为 Δ<sub>0</sub>(即体序参量值),宽度为超流相干长度的 方势阱,从而根据 Andreev 的机制,会产生一个费米 型准粒子的束缚态. Andreev 束缚态的性质研究一 直作为有趣的课题而被广泛讨论. 冷费米原子气体 中涡旋态的观测为这方面研究提供了新的途径.

BCS – BEC 渡越区域冷费米原子气体的一个特 点是强相互作用特性.为此,无法应用凝聚态物理中 常用的 Ginzburg – Landau(GL)理论来研究其中的 涡旋态. Bruun 和 Nygaard 最早应用 Bogoliubov – de Gennes(BdG)理论考虑了冷费米原子气体中涡旋态 的结构<sup>[6]</sup>,其后陆续有 Bulgac 和 Yu<sup>[7]</sup>,Machida 和 Koyama<sup>[8]</sup>,Mizushima 等人<sup>[9]</sup>,Chien 等人<sup>[10]</sup>和 Sensarma 等人<sup>[11]</sup>的研究工作.最后两个组的工作强调 了涡旋态核中的 Andreev 束缚态的影响.

冷费米子领域目前理论和实验共同感兴趣的热 点课题是极化冷费米原子体系<sup>[12,13]</sup>.这里所说的极 化是指在谐振子势阱中的费米子气体在两个自旋能 态上的粒子占据数不相等.我们知道,标准的 BCS 配对机制需要在同一费米面上有两个自旋相反、动 量相反的费米子来构成库珀对.极化冷费米子体系 中由于各自旋态上粒子数不相等而造成两个费米 面.由于费米面的不匹配 极化费米子体系的超流是 不可能用传统的 BCS 理论来理解的.那么极化费米 子体系的配对机制是什么呢?目前建议的配对机制 有<sup>[14,15]</sup> Sarma 态或称为能隙内配对态( interior gap pairing ),相分离态,费米面变形后的配对状态和库 珀对带有有限动量的 Fulde – Ferrell – Larkin – Ovchinnikov(FFLO)状态.

在自旋极化系统探讨涡旋态的性质将有助于人 们了解费米子配对的机制<sup>[16]</sup>.其中一个十分自然的 问题是拥有不同粒子数的不同组分将如何影响涡旋 态的结构,特别是涡旋态中的 Andreev 束缚态是如 何随体系极化率的增加而改变的.应该提到,这个问 题不但对冷原子物理领域有意义,而且对理解凝聚 态物理和高能物理等领域的相关现象也非常有帮 助.

### 2 模型和结果

我们探讨在散射长度趋于无穷大时的幺正极限 下的涡旋态结构.为此,我们考虑三维柱状谐振子势 阱中单个涡漩态的性质.具体地说,在径向,我们假 设一个二维谐振子势阱,而在纵向,假定原子局限在 一个均匀的方盒子里,并采用周期性边界条件.我们 用 $N_{\uparrow}$ 表示体系自旋向上的粒子数, $N_{\downarrow}$ 表示体系自 旋向下的粒子数,那么体系总粒子数为 $N = N_{\uparrow} + N_{\downarrow}$ .同时我们定义体系的极化程度为 $p = (N_{\uparrow} - N_{\downarrow})/N$ .相应地,我们将有两个化学势 $\mu_{\uparrow}$ 和 $\mu_{\downarrow}$ ,或 者我们也可以定义一个总体的化学势 $\mu = (\mu_{\uparrow} + \mu_{\downarrow})/2$ 和一个化学势差 $\delta\mu = (\mu_{\uparrow} - \mu_{\downarrow})/2$ .体系自 旋向上和自旋相下的粒子数密度分别表示为 $n_{\uparrow}$ 和  $n_{\downarrow}$ 粒子数密度的差用m表示.由于势阱的存在,这 些密度是随空间变化的.

我们自洽求解平均场的 BdG 方程. 假设序参量 有一个柱状对称性,通过数值求解,我们得到在幺正 极限下不同极化率时粒子数密度的分布. 从密度分 布,我们发现一个有趣的现象. 即在体系的极化率大 于某一阈值  $p_e$ 时或者体系化学势差大于某一阈值  $\delta\mu_e$ 时,势阱中心的自旋向上和自旋向下粒子数密 度差在低温时将出现一个突然的跳跃,如图 1 所示. 这里横轴为极化率或化学势差, $n_{\sigma,TF}$ 表示在幺正极 限下无极化体系密度的峰值, $E_F$ 表示无相互作用费 米气的费米能, $T_F$ 是费米能对应的费米温度. 如在 图 1 中,我们共考虑了两个不同的温度. 跳跃有一定 的宽度,对化学势差而言,大约为 $k_BT$ . 所以,在绝对 零温下,我们可以将此跳跃理解为一个量子相变.

为了理解这一密度差值突然跃变的现象,我们 也计算了体系的局域态密度.通过分析,我们发现图 1 中的化学势差阈值 δμ。正好对应着涡旋态核中心 束缚态的束缚能.我们知道,在一般情况下,束缚态



图 1 势阱中心不同组分的局域密度差随极化强度(主图)或化 学势差(插图)的变化

的能级在费米面上<sup>[10,11]</sup>,从而是不被填充的.我们 的计算表明,当体系极化率增加到一定的值<sub>p</sub>。时, 核中心 Andreev 束缚态的能量会逐渐减小到自旋向 上的费米面之下,从而造成涡旋态核中有自旋向上 粒子的迅速填充,因此,核中心自旋向上和自旋向下 的粒子局域密度差便突然出现.

实验上我们可以通过吸收成像的方式探知体系 局域密度,从而探测这一局域密度差的变化.我们已 经知道,这一密度差发生跃变的点正好对应着 Andreev 束缚态被占据,所以我们可以通过这一新颖的 方式来直接研究涡旋束缚态的特性!而凝聚态物理 的涡旋态束缚态能量近乎为零,人们无法通过一些 有效的手段来从实验上表征它们.

进一步我们也研究了涡旋态的核尺寸大小随极 化强度的变化情况.研究发现,涡旋态核尺寸的大小 随极化率的增加而增大,如图2中的圆圈所示.图2 中*ξ*<sub>90</sub>是指从涡旋态核中心到超流密度最大值的 90%处的距离,图中实线是根据定性解析表达式给 出的结果,和数值计算定性吻合.插图展示了体系在 涡旋态核中心处的超流密度分布.

## 3 结论

综上所述,我们系统地研究了三维极化冷费米 原子气体中的单个涡旋态性质<sup>[16]</sup>,发现在涡旋态核 中,Andreev 束缚态的填充可引起一种量子相变.从 而导致了我们提出的一种新颖的探测 Andreev 束缚 态方法,即通过吸收成像方法探知体系不同组分局 域密度差,来求得 Andreev 束缚态被占据的临界点.



图 2 涡旋态的核尺寸随极化率的变化,这里尺寸的标度是以极 化率为零处核的尺寸为单位的. 插图是不同极化率下超流密度 分布

涡旋态核尺寸随极化率增加而变大.我们知道,目前 麻省理工学院(MIT)的 Ketterle 小组的实验已成功 地展示了极化费米子在幺正极限下具有很多个涡旋 态的点阵结构.我们期待不久的将来他们能用实验 刻划单个涡漩态的特性,从而验证我们这里给出的 理论预言.

#### 参考文献

- [ 1 ] Zwierlein M W et al. Nature , 2005 , 435 :1047
- [2] Nozières P Schmitt-Rink S. J. Low Temp. Phys. ,1985 ,59 : 195
- [ 3 ] Hu H , Drummond P D , Liu X J. Nat. Phys. , 2007 3 469
- [ 4 ] Ho T L. Phys. Rev. Lett. , 2004 , 92 :090402
- [ 5 ] Thomas J E et al. Phys. Rev. Lett. , 2005 , 95 :120402
- [ 6 ] Nyggard N et al. Phys. Rev. Lett. , 2003 , 90 : 210402
- [ 7 ] Bulgac A , Yu Y. Phys. Rev. Lett. , 2003 , 91 :190404
- [ 8 ] Machida M , Koyama T. Phys. Rev. Lett. , 2005 , 94 : 140401
- [9] Mizushima T , Machida K , Ichioka M. Phys. Rev. Lett. , 2005 ,95 ,117003
- [10] Chien C C et al. Phys. Rev. A , 2006 , 73 :041603(R)
- [11] Sensarma R , Randeria M , Ho T L. Phys. Rev. Lett. , 2006 , 96 090403
- [12] Zwierlein M W et al. Science , 2006 , 311 492
- $\left[ \ 13 \ \right]$  Partridge G B  $et \ al.$  Science , 2006 , 311 : 503
- [14] Hu H , Liu X J. Phys. Rev. A , 2006 , 73 : 051603( R )
- $\left[ \ 15 \ \right] \ Liu \ X \ J$  , Hu H. Europhys. Lett. , 2006 , 75 364
- [ 16 ] Hu H , Liu X J , Drummond P D. Phys. Rev. Lett. , 2007 , 98 060406