

球面上皱褶花样的演化*

李超荣^{1,†} 曹则贤² 陈曦³

(1 浙江理工大学物理系光电材料与器件中心 教育部先进纺织材料与制备技术重点实验室 杭州 310018)

(2 中国科学院物理研究所 北京 100190)

(3 Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, Columbia University, New York, NY 10027-6699, USA)

摘要 文章从理论和实验两方面研究了通过控制柔性衬底的曲率来调控球面上应力诱导之皱褶花样的可行性. 研究以 Ag 内核/SiO₂ 壳层微结构为对象. 结果表明, 当球形衬底的曲率较小且应力刚超过临界值时, 皱褶花样为三角铺排的凹痕结构, 而当应力进一步增大和/或衬底的半径增大时, 则出现迷宫形的花样. 皱褶的周期长度和临界屈曲应力都随衬底半径的增大而增大. 此方向上的研究对于理解大自然中许多花样(比如花叶序与皱纹)的产生和演化具有重要的意义.

关键词 应力, 屈曲模式, 几何效应

Transition behavior of buckling modes on a sphere

LI Chao-Rong^{1,†} CAO Ze-Xian² CHEN Xi³

(1 Department of Physics, Center for Optoelectronic Materials and Devices and Key Laboratory of Advanced Textile Materials & Manufacturing Technology Ministry of Education, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

(2 Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(3 Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics, Columbia University, New York, NY 10027-6699, USA)

Abstract Feasibility of manipulating the thin film buckling patterns is investigated by changing the substrate curvature and the stress developed upon cooling. The numerical and experimental studies are based on the spherical SiO₂ film/Ag substrate system. It is found that for a substrate with a relatively large curvature, the triangularly distributed dent-like buckling pattern forms when the nominal stress is just above a critical value. With increasing film stress and/or substrate radius, the labyrinth-like buckling patterns take over. Both the buckling wavelength and the critical buckling stress become larger with increasing substrate radius. Researches along this line are helpful to the understanding of the formation and evolution of many natural patterns including the phyllotactic arrangements and wrinkles.

Keywords Stress Buckling modes Geometry effect

压应力超过一定值时, 柔性衬底上的表皮会出现皱褶(wrinkling, buckling)¹⁾ 这种现象非常普遍, 以典型的中老年面部形貌为例, 人体皮肤随着年龄

的增长或因环境导致真皮层水分的流失, 就会出现皱纹. 从本质上说, 类似的自然现象大都可利用以下的简化模型来描述: 设想一个柔性软衬底上附着一

* 美国国家基金委员会资助项目(中国)国家自然科学基金(批准号 50772100)、浙江理工大学科研启动基金(批准号 D173037-Y)资助项目, 空间材料科学分系统资助项目

2008-01-31 收到初稿, 2008-02-04 收到修改稿

† 通讯联系人. Email: crli@zstu.edu.cn

1) 此现象涉及的英文词汇包括 wrinkle(n, vt, vi), buckle(n, vt, vi)和它们的动名词形式 wrinkling, buckling. Wrinkle 一般地被翻译成皱褶、皱纹, 而 Buckle 特别是动词形式包含屈服(yield)的意思, 因此更多地被强调应力增加超过某个临界值时材料结构失稳的过程与结果, 汉译为屈曲, 比较贴切但是拗口. 相应地, 材料屈服后形成的 buckling modes 被译为屈曲模式. 本文尽量照顾中文的可读性, 读者请记住这里“皱褶”、“屈曲模式”被用来讨论同一现象就行了——作者注

层较硬薄膜的两层结构,开始时两者处于平衡状态.随着条件的改变(如温度、成分或结构等),界面处会出现应力的积聚;当应力大于某个临界值时,将会出现结构失稳而形成一定的皱褶花样.对这种现象进行深入的科学研究,其结果在材料科学、大面积微纳结构组装和整容外科等领域都具有重要的应用前景^[1-4]. Bowden 等人^[5]在约 110°C 的温度下在弹性光刻胶衬底上生长一层约 50nm 厚的 Au 薄膜.在冷却过程中,由于两者的热膨胀系数存在较大的差异,在金属膜中形成等轴压应力条件.当温度低于一定值时,就出现了皱褶花样.通过在衬底上预制一些图案,则可以通过钉扎获得不同的有序结构.相同的现象也可利用其他手段(如氧化^[6]及衬底表面改性等^[7])在薄膜中诱导出大的应力而实现.

人们针对皱褶花样的形成机理以及如何通过调控来实现有序的皱褶花样,进行了大量的理论和实验研究工作.在理论研究方面, Mahadevan 等人发现当表面非常平整时,有利于出现锯齿形、迷宫形或鱼骨状花样^[8]. Chen 等人通过比较不同的皱褶模式,得出在等轴压应力作用下,鱼骨状皱褶花样是系统的能量最小状态^[9,10];而迷宫形的皱褶花样与应力的各向异性有关^[12-14].这就为通过控制应力的方向来实现对皱褶花样的控制提供了一条有效的途径^[10].对此已有普遍的皱褶理论加以描述^[15,16].在实验研究方面,继 Bowden 等人^[5]在 Nature 上的开创性工作,已出现很多通过改变膜的形成方式^[6,7]或控制皱褶的位置等来实现皱褶花样控制的研究报道^[11].研究表明,这种图案的分布规律除与应力的具体分布和材料的基本力学性能有关外,还与材料体系的几何形状等因素有关,而几何条件是在实际应用过程中相对较易调控的因素.

以上研究大都局限在平面的范畴,而对衬底曲率的影响还没有涉及.自然界中常见的皱褶实际上

$$\sigma_f = \frac{EE_s(3R^3 + 3R^2h + 3Rh^2 + h^3)(\alpha_s - \alpha)\Delta T}{3E_sR^3(1 - \nu) + E_s(1 + \nu)(3R^2h + 3Rh^2 + h^3) + 2Eh(1 - 2\nu_s)(3R^2 + 3Rh + h^2)}, \quad (1)$$

当 $R/h \rightarrow \infty$ (1)式可化为人们熟知的平面半无限衬底情形的关系式^[9]:

$$\sigma_f(R/h \rightarrow \infty) \equiv \sigma_\infty = \frac{E}{1 - \nu}(\alpha_s - \alpha)\Delta T. \quad (2)$$

根据对应的实验所采用的 Ag 内核/SiO₂ 壳层体系,模型参数确定为 $E = 75\text{GPa}$, $\nu = 0.17$, $\alpha = 0.45 \times 10^{-6}/\text{K}$, $E_s = 25\text{GPa}$, $\nu_s = 0.37$, $\alpha_s = 115 \times 10^{-6}/\text{K}$ 以及 $h = 150\text{nm}$. 由(1)(2)式, σ_f/σ_∞ 随 R/h 的增大而非线性地增大,而当 R/h 超过约 50 时, σ_f/σ_∞

更多地是发生在曲面上的,如人类的面部皱纹是曲面上的屈曲模式,额头和眼角部分的皱纹有明显的结构上的区别.虽然研究者已经认识到曲率对薄壳层结构的皱褶非常敏感^[17,18],但对于薄膜弯曲表面(不分层)自发皱褶的机制还没有进行过研究.另外,一个闭合的表面(球面是特例)与具有边界的自由表面其拓扑性质完全不同,前者的亏格数为 0,而后的亏格数为 1.因此,在球面上的皱褶行为显然会受到更强的几何限制,会表现出与平面完全不同的皱褶模式.我们(李超荣与曹则贤)在前期研究中^[19,21]在球形的 Ag 内核/SiO₂ 壳结构中经由自组装获得了三角点阵花样,在有一定锥度的曲面上获得了四组具有左右两种手性的 Fibonacci 螺旋花样,是世界上第一次在微观尺度上获得这样的隐含自然奥秘的花样.研究结果得到了来自材料科学、生物学等领域国际同行的广泛关注.但是,相关的一些重要问题,如衬底的曲率以及膜的厚度对结果影响等,还没有或难以从实验上给出规律性的认识.对曲面上的应力屈曲模式发生规律的认识有助于理解植物中花托上花样的形成、胶体团簇的聚集(球面结晶学这一学科的雏形已现)以及液滴(金属或氢)的结晶过程,这些问题都涉及能量最小化构型与支撑体的几何关系.

设柔性球形衬底的半径为 R , 杨氏模量为 E_s , 泊松比为 ν_s ;在其上有一层厚度为 h , 杨氏模量为 E , 泊松比为 ν 的均匀刚性薄膜,在制备和冷却过程中,内核/壳层结构的完整性始终得以保持.两者的热膨胀系数分别为 α 和 α_s ,且 $\alpha_s > \alpha$.在此,只有 R 和 h 为几何参数,其他皆为材料的物理性能参数.当温度降低了 ΔT 时,衬底的收缩使得在界面上产生了一个径向的压力.由径向压力的连续性以及产生的圆周方向的应变,可推导出薄膜所受的压应力为

趋近于 1,从而对衬底曲率的变化变得不敏感.

数值模拟计算采用有限元方法^[22].在以上给定的几何及物性参数条件下,研究了 Ag 内核/SiO₂ 壳层体系的屈曲行为随 R 和 ΔT 的变化.为与解析解一致,在数值模拟过程中,我们假设系统具有理想的热导且温度始终均匀分布.所有物性参数在计算涉及的温度范围内保持不变^[23].由数值计算给出的屈曲发生前体系内的应力与(1)式符合很好,表明所采用的数值方法是适宜的.

通过量纲分析,归一化后的衬底半径(R/h)是数值计算过程中唯一的几何控制因素.有限元计算过程中,只要 R/h 保持不变,也可把 h 作为变量,计算所得到的结果一致.由(1)式可知,当温度 ΔT 持续变化时,应力将持续增大,一直增大到薄膜开始产生皱褶的临界应力 σ_c .此时应力因皱褶的发生而得到部分弛豫.进一步增大 ΔT ,皱褶花样的幅度将增大,使总的应变能最小.在材料参数确定的条件下,可以给出随归一化后的衬底半径 R/h 以及归一化后的应力 σ_f/σ_c 变化的皱褶花样.在图1中,最浅颜色表示皱褶发生后凹下去的底部,并且半径的变化也重新调节过(在黑白双色图中,黑色区域表示其半径的变化小于一定的值).为使系统开始产生皱褶,引入了一很小的随机扰动.虽然这样一个数值处理的“缺陷”会影响刚超过临界应力时皱褶的产生,但对屈曲临界应力值 σ_c 和最终的皱褶花样没有影响,因为后者是由整个体系的应变能所决定的,而对初始干扰不敏感^[9].

当衬底的曲率较大时,刚超过 σ_c 时出现的是凹痕花样,但随应力增大到 $\sigma_f/\sigma_c > 1.05$ 时,屈曲模式迅速组装成三角花样.由于凹痕是在初始时的凸面上形成的,形成过程中涉及薄膜的弯曲能和拉伸能,而后者是占主要的^[9].随着温度的进一步降低,皱褶花样的幅度增大,几个相邻的凹痕将合并成椭形的凹痕以缓解拉伸能.大致说来,仍有一些凹痕因受衬底曲率的限制而得以保持.当 $R/h = 20-40$ 之间,在 σ_f 刚超过 σ_c 时,会形成三角分布的凹痕,而当 σ_f 进一步增大时,会通过小凹痕的聚合发展成迷宫状的花样.为使能量最小化,迷宫的细微结构会随 σ_f/σ_c 变化.

对于大的内核/壳层结构,当应力超过临界值时,立刻形成迷宫状花样.注意迷宫状花样在平面薄膜($R/h \rightarrow \infty$)系统中也会出现^[9,12-14].因此只有当 σ_f/σ_c 和 R/h 都较小时才会出现三角分布的凹痕花样,否则,屈曲模式将以迷宫状花样为主,图1示出了这两种花样形成条件的界线.

描述屈曲现象的两个重要特征是皱褶的周期长度 L_c 和临界应力 σ_c .周期长度 L_c 通过测量相邻皱褶花样凹下最深处间距的平均值来确定.对于给定的 R/h ,虽然皱褶花样会随 σ_f/σ_c 变化,但其周期长度保持不变.图3给出了 L_c/R 随 R/h 变化的关系,可以看出, L_c 随颗粒的半径增大而增大.可用指数关系式 $L_c/R = \alpha (R/h)^\beta$ 对其进行拟合,在所研究的内核/壳层结构的尺寸范围和所用材料的性能参数

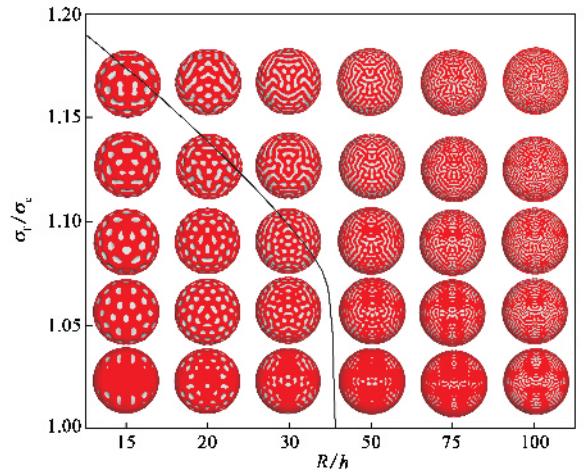


图1 球形Ag内核/SiO₂壳层体系随归一化应力(纵轴)及归一化衬底曲率(横轴)变化的应力屈曲模式的变化

条件下,得到 $a = 3, b = -0.8$.对于 $R/h \rightarrow \infty$,皱褶周期长度简化为半无限衬底上平面薄膜的情形^[9]:

$$L_c(R/h \rightarrow \infty) = 2\pi h \left(\frac{E(1-\nu_s^2)}{E_s(1-\nu^2)} \right)^{1/3}, \quad (3)$$

与图2符合较好.表明衬底的曲率对 L_c 有一定的影响,尤其是当曲率半径较小时更明显,而对于大的球形表面 L_c 的变化对曲率的变化不那么敏感.

在 $R/h \rightarrow \infty$,临界屈曲应力为^[9]

$$\sigma_c^0 = \frac{1}{4} \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right)^{1/3} \left(3 \frac{E_s}{1-\nu_s^2} \right)^{2/3}. \quad (4)$$

图2也给出了归化后的临界应力 σ_c/σ_c^0 与 R/h 的关系.在目前所研究的 R/h 范围内, σ_c/σ_c^0 可近似地看成与 R/h 成线性关系.当 $R/h \rightarrow \infty$ 时, σ_c/σ_c^0 应该趋向于1.因此,衬底的曲率对临界屈曲应力具有重要影响.

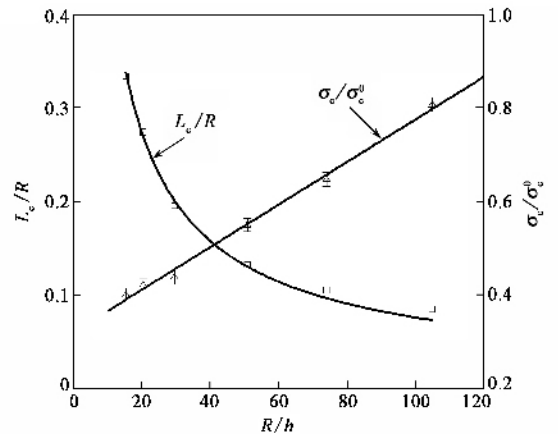


图2 有限元数值计算方法得出的弯曲表面皱褶周期长度 L_c/R 及皱褶临界应力 σ_c/σ_c^0 随衬底几何特征尺寸 R/h 的变化规律

为了验证数值模拟得出的曲面上自发皱褶花样与衬底的半径的密切关系,我们设计并进行了对应

的实验研究,通过在高温热蒸发时获取的 Ag 内核/SiO₂ 壳层微结构上用降温来产生应力,从而诱导出皱褶花样.实验过程如下:高纯度的 Ag₂O 和 SiO₂ 按约 1:1 的质量比经仔细研磨混合后放入 Al₂O₃ 坩埚内,多晶蓝宝石衬底置于离原料上方约 10mm 的高度以收集蒸发物;反应在封闭的系统中进行.系统先预抽至 10Pa 以下的真空,然后充入 90% Ar 加 10% H₂ 的混合气体至约 3×10^4 Pa,蒸发源的温度约为 1535K.为了有利于形成 Ag 内核/SiO₂ 壳层微结构,衬底的温度保持在约 1270K,这是一个略高于银的熔点(1234.8K)但远低于 SiO₂ 熔点(1883K)的温度.在蒸发过程中,直径约 1—50 μ m 的液滴在衬底上首先形成,由于 SiO₂ 在 Ag 中的溶解度非常小,通过扩散形成了 Ag 内核/SiO₂ 壳层结构,厚度约为 150nm(由扫描电镜测量一些破损的壳获得)的 SiO₂ 壳层均匀地覆盖在较柔软的 Ag 上.壳层的厚度可通过调节原料的混合比例以及反应时间进行改变.蒸发约 15 min 后,系统以约 4—5K/s 的速度进行冷却(太快的冷却速度易使 SiO₂ 膜破损).制备好的样品在扫描电镜(型号为 FEI SERION)下进行观察,电镜所采用的工作电压为 5kV.电子显微镜的长景深使得颗粒的边缘细节也能够清晰地成像.颗粒的化学成分由扫描电镜携带的能量色散 X 射线能谱仪确定,只含有 Ag, Si, O.

屈曲模式的实验观察和有限元计算结果的比较显示在图 4 中.从图 4 可以看出,理论和实验的结果符合得很好.小颗粒和大颗粒上的皱褶图案及皱褶周期长度都符合很好.这进一步证实了当衬底曲率大时,该体系易组装成三角格子,而在曲率较小时,屈曲模式以迷宫状图案为主.

虽然应力系统的表面不稳定性也是形成皱褶的一个重要因素^[24—27],但是从实验获得的图案中的起伏幅度(图 3),可以看出其具有典型的皱褶特征.此外,从周期长度分析也可看出,实验获得的花样形成过程是由屈曲过程(buckling)所主导的,对平面衬底的非稳定模型作一级近似,可得出表面扩散驱动和蒸发-沉积驱动的表面非稳定性图案的皱褶周期长度分别为 $4\pi E\gamma/(3\sigma^2)$ 和 $2\pi E\gamma/\sigma^2$.对于 SiO₂, 表面能 $\gamma = 1.5 \text{ J/m}^2$, 应力以 $\sigma = \sigma_f \approx \sigma_\infty$ 近似,可估算出对于以上两种非稳定模型形成图案周期长度分别为约 4.7 nm 和 7.0 nm.两者都远小于图 3 中实验花样的微米级周期长度,进一步肯定了实验获得的皱褶花样的形成机制是由应力导致的屈曲行为,而表面非稳定性的影响可以忽略.

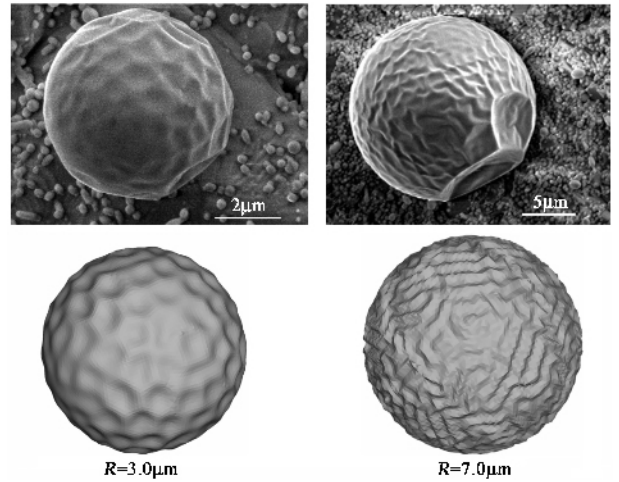


图3 半径分别为 $R = 3.0 \mu\text{m}$ 和 $R = 7.0 \mu\text{m}$ 的球形 Ag 内核/SiO₂ 壳层结构上皱褶花样的实验观察与数值计算结果的比较

作为总结,本文用数值模拟和实验相结合,研究了衬底的曲率对应力导致的屈曲行为的影响.研究基于的系统为球形 Ag 内核/SiO₂ 壳层微结构,但研究结果对于其他柔性衬底/刚性薄膜衬底也是适用的.我们观察到了屈曲模式随曲率和应力改变的演化行为,三角排布的凹痕在较小的颗粒上优先形成(明显受曲率调制),而对于大颗粒则以迷宫状花样为主.对于较小的和中等大小的颗粒,随着膜层中应力的增加,为降低应变能,皱褶花样将合并重组,逐渐转变为迷宫状图案.当衬底的半径小于 50 倍膜厚时,衬底的曲率对薄膜的应力和临界皱褶周期长度的影响很大,临界屈曲应力对衬底的曲率变化非常敏感.当衬底颗粒的变得很大时,数值计算的结果逼近于平面体系的情形.这些结果为调控应力皱褶花样提供了一条新的途径,即通过改变衬底的曲率来实现.这些结果将在其他领域得到应用.

至此,我们已经利用 Ag 内核/SiO₂ 壳层微结构对应力诱导屈曲模式进行了比较深入的研究,所获得结果对材料科学、微纳米技术、生物的形态发育、矿物学等领域都具有启发性的意义.特别是,用纯粹的无机材料体系实验获得了微观的 Fibonacci 螺旋结构,为叶序学之最小能量构型原理的验证提供了最有说服力的证据.相应的研究论文^[19—21, 29]发表后,在国际上引起了广泛的反响, Nature, New Scientists 等杂志, AMS, MRS, Physweb 等网站都作了深度报道.应该看到,应力是影响材料内在结构与外形,从而影响其性能与表现的重要因素.特别是对于微观的、处于固液相之间的材料体系,应力的影响可能是关键的.这个方向上的研究还会给出更多令

人惊喜的成果.

参 考 文 献

- [1] Yoo P J , Suh K Y , Park S Y *et al.* *Adv. Mater.* ,2002 ,14 1383
 [2] Yoo. J , Lee H H. *Phys. Rev. Lett.* ,2003 91 :154502
 [3] Lacour S , Wagner S , Huang Z *et al.* *Appl. Phys. Lett.* , 2003 ,82 :2404
 [4] Stafford C M , Harrison C , Beers K L *et al.* *Nat. Mater.* , 2004 ,3 :545
 [5] Bowden N , Brittain S , Evans A G *et al.* *Nature (London)* , 1998 393 :146
 [6] Bowden N , Huck W T S , Paul K E *et al.* *Appl. Phys. Lett.* , 1999 75 2557
 [7] Huck W T S , Bowden N , Onck P *et al.* *Langmuir* ,2000 ,16 3497
 [8] Mahadevan L , Rica S. *Science* ,2005 307 :1740
 [9] Chen X , Hutchinson J W. *J. Appl. Mech.* ,2004 71 597
 [10] Chen X , Hutchinson J W. *Scr. Mater.* ,2004 ,50 :797
 [11] Chan E P , Crosby A J. *Adv. Mater.* ,2006 ,18 :3238
 [12] Huang Z , Hong W , Suo Z. *Phys. Rev. E* ,2004 70 :030601
 [13] Huang R. *J. Mech. Phys. Solids* ,2005 ,53 :63
 [14] Huang Z Y , Hong W , Suo Z. *J. Mech. Phys. Solids* ,2005 , 53 2101
 [15] Cerda E , Mahadevan L. *Phys. Rev. Lett.* ,2003 ,90 :074302
 [16] Genzer J , Groenewold J. *Soft Matter* ,2006 ,2 :310
 [17] Libai , Simmons J G. *The Nonlinear Theory of Elastic Shells.* Cambridge : Cambridge University Press ,1998
 [18] Hutchinson J W. *J. Mech. Phys. Solids* ,2001 49 :1847
 [19] Li C R , Zhang X N , Cao Z X. *Science* ,2005 309 909
 [20] Zhang X N , Li C R , Zhang Z *et al.* *Appl. Phys. Lett.* ,2004 , 85 :3570
 [21] Li C R , Ji A L , Cao Z X. *Appl. Phys. Lett.* ,2007 ,90 : 164102
 [22] ABAQUS , ABAQUS 6. 4 User 's Manual (ABAQUS Inc. , Pawtucket , Rhode Island ,2004)
 [23] Kakinuma F , Tsuchiya Y. *J. Phys. Soc. Jpn.* ,2001 ,70 : 2948
 [24] Asaro R J , Tiller W A. *Metall. Mater. Trans. B* ,1971 ,3 : 1789
 [25] Colin J. *Int. J. Solids Struct.* ,2007 ,44 :3218
 [26] Muller J , Grant M. *Phys. Rev. Lett.* ,1999 ,82 :1736
 [27] Grinfeld M. *Europhys. Lett.* ,1993 ,22 723
 [28] Srolovitz D J. *Acta Metall.* ,1989 ,37 621
 [29] Cao G X , Chen X , Li C R *et al.* *Phys. Rev. Lett.* ,2008 , 100 :036102

· 书评和书讯 ·

探索高等科教书店物理类书目推荐(XII)

| 作者 | 书名 | 定价 | 作者 | 书名 | 定价 |
|----------------------|--------------------|------|----------------|--------------------|------|
| 郝柏林 | 混沌与分形——郝柏林科普文集 | 38 | 维纳 | 控制论(科学素养文库) | 34 |
| 胡适耕 | 非线性分析理论与方法 | 13.8 | 牛顿 | 自然哲学之数学原理(科学素养文库) | 39 |
| C. 格里博格 | 混沌对科学和社会的冲击 | 25 | 爱因斯坦 | 狭义与广义相对论浅说(科学素养文库) | 32 |
| Benoit B. Mandelbrot | 大自然的 fractal 几何学 | 26 | Halliday | 物理学基础(原书第6版) | 160 |
| 廖世俊 | 超越摄动——同伦分析方法导论 | 48 | Qiao Gn | 辐射与生物信息(英文版) | 70 |
| 王海燕 | 非线性时间序列分析及其应用 | 30 | 陶士珩 | 生物信息学 | 28 |
| 张琪昌 | 分岔与混沌理论及应用 | 28 | 罗辽复 | 分子生物学的理论物理途径(英文版) | 108 |
| John D. Anderson | 计算流体力学入门(影印版) | 34 | David W. Mount | 生物信息学 | 56 |
| 黄筑平 | 连续介质力学基础 | 39.1 | T. 伦盖威尔 | 生物信息学——从基因组到药物 | 68 |
| 张鸣远 | 高等工程流体力学 | 39 | Pevsner J. | 生物信息学与功能基因组学 | 95 |
| 陈懋章 | 粘性流体动力学基础(研究生) | 45 | 金观昌 | 计算机辅助光学测量(第2版) | 55 |
| 车得福 | 多相流及其应用(研究生创) | 60 | 施敏 | 半导体制造工艺基础 | 23 |
| 陶文铨 | 数值传热学(第2版) | 50 | 杨晓松 | 混沌系统与混沌电路 | 35 |
| 钱宁 | 泥沙运动力学 | 80 | 郭玉彬 | 光纤激光器及其应用 | 45 |
| 张鹏 | 氦-4 和氦-3 及其应用 | 36 | 李水根 | 分形 | 22 |
| 刘伟 | 多孔介质传热传质理论与应用 | 68 | B. H. Kaye | 分形漫步 | 19.8 |
| F. P. Incropera | 传热和传质基本原理习题详解(第六版) | 45 | 肯尼斯·法尔科内 | 分形几何中的技巧 | 17 |
| F. P. Incropera | 传热和传质基本原理 | 68 | 高普云 | 非线性动力学——分叉、混沌与孤立子 | 22 |
| 牛顿 | 光学(科学素养文库·科学) | 35 | 马天 | 非线性演化方程的稳定性与分歧 | 58 |
| 摩尔根 | 基因论(科学素养文库·科学) | 36 | 韩继业 | 非线性互补理论与算法 | 83 |

我店以经营科技专著为特色,以为科技工作者和大专院校师生提供优质服务为宗旨,欢迎广大读者来店指导或来电查询。

电话 010-82872662、62556876、89162848

网址 <http://www.explorerbook.com>

电子邮箱 explorerbook@vip.163.com

通讯地址 北京市海淀区海淀大街31号313北京探索高等科教书店

邮政编码 100080

联系人 徐亮、秦运良