三维可激发系统中 Winfree 湍流态的控制*

张宏¹ 曹周建² 李炳伟¹ 吴宁杰¹ 应和平¹ 胡岗²[†]

(1 浙江近代物理中心 浙江大学物理系 杭州 310027)(2 北京师范大学物理系 北京 100875)

摘 要 三维可激发系统中的 Winfree 湍流态被认为与心室纤维性颤动可能有着密切的关系. 如何快速而有效地 消除 Winfree 湍流是理论工作者非常关心的问题. 文章作者发展了两种可有效地控制三维可激发系统中 Winfree 湍流 态的方法 (1)局域的周期刺激,即通过小区域内的周期刺激所产生的激发波来消除 Winfree 湍流 (2)全局的时空微 扰,通过对参数的时空调制来消除 Winfree 湍流.

关键词 可激发系统 ,Winfree 湍流态 心颤 控制

Controlling Winfree turbulence in excitable media

ZHANG Hong¹ CAO Zhou-jian² LI Bing-Wei¹ WU Ning-Jie¹ YING He-Ping¹ HU Gang²[†]

(1 Zhejiang Institute of Modern Physics and Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)
(2 Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract It is believed that ventricular fibrillation is related to Winfree turbulence in three – dimensional excitable media and much attention has been directed towards how to eliminate effectively this kind of spatiotemporal chaos. We present two schemes to suppress Winfree turbulence :(1) Localized stimulations ; these generate control waves which can successfully suppress existing turbulence and dominate the whole system ;(2) Spatiotemporal modulation (traveling modulation) of the excitability ; in this case , Winfree turbulence can also be eliminated by choosing suitable control parameters.

Keywords excitable media , Winfree turbulence , ventricular fibrillation , control

1 引言

可激发介质中非线性波的传播是当前非线性动 力学的一个重要的研究领域,螺旋波则是该领域中 一个研究热点^[1].螺旋波广泛地存在于各类激发介 质,包括心脏组织^[2]、一氧化碳在铂金表面的氧化 反应^[3]以及著名的 Belousov – Zhabotinsky(简称 BZ)化学反应之中^[4—6].第一个在 BZ 化学反应中观 测到会旋转的螺旋波的是美国著名生物化学家 Winfree^[4].在过去的 30 多年中,对螺旋波的基本动 力学以及如何控制螺旋波取得了相当大的进 展^[7—10].

三维螺旋波又称回卷波 ,可以认为是二维螺旋

波在三维空间的延伸. 对应于螺旋波的相奇点(又称拓扑缺陷),回卷波的中心是一条相奇异线,波绕着这条奇异线旋转. 如果沿着奇异线的垂直方向做一个截面,这个截面便是螺旋波. 值得指出的是,回卷波的奇异线并不是总是成一条直线的,它还可以弯曲形成一个环,甚至本身还有非常复杂的拓扑结构^[11]. 因此从这个意义上讲,无论是回卷波的几何结构和动力学性质都要比二维螺旋波复杂得多. Winfree 在 BZ 反应中发现螺旋波一年以后,又在实验中发现了回卷波^[12]. 更为重要的是,他还把心脏

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10675020,10675099,10774130)资 助项目

²⁰⁰⁷⁻¹²⁻⁰⁷ 收到

[;] 通讯联系人. Email :ganghu@ bnu. edu. cn

节律不齐,特别是心脏纤维性颤动,与此相联系起 来^[13]. 据美国心脏协会估计,在美国,每年死于心脏 病的人数大概为480,400,而由于心室纤维性颤动 导致死亡的约为335,000^[14]. 到目前为止,科学家为 了解释这种心室纤维性颤动,提出了各种各样的机 制^[15]. 其中有一种观点认为,发生心脏纤维性颤动 很可能与三维回卷波失稳有着密切的关系^[13,16—18]. 在三维可激发系统中,由于奇异线负张力引起的回 卷波失稳而导致的时空混沌称之为 Winfree 湍流.

目前,在临床上使用比较广泛的除颤方法是利 用高压电(~5kV).当发生心颤时,给心脏施加一 个强电击,瞬间全面消除心脏中的电活动,从而使窦 房结信号可以重新控制心脏系统,这样心脏就可以 恢复到正常起搏的状态^[19].这种方法虽然说比较有 效,但也存在着一些不足之处.比如,强电击会损害 一些正常的心肌细胞,甚至造成死亡^[20].此外,这种 方法会给患者带来极大的痛苦.因此,如何利用弱电 击(比如几毫伏的电压)来控制甚至是消除心颤是 临床医学工作者所期望的,这也促使了理论工作者 提出各种有效的方法来控制三维时空湍流.

本文介绍了三维可激发系统中 Winfree 湍流态 控制的最新进展. 我们在 Alonso 等人的工作基础 上^[18] 发展了两种有效控制 Winfree 湍流态的方法: (1)局域的周期刺激:通过在一个非常小的区域内 施加较弱的周期信号,产生新的激发波来消除已存 在的三维时空湍流^[21](2)全局的时空微扰 通过对 系统参数的时空调制(行波调制)来消除 Winfree 湍 流态^[22].这些结果对于临床上用低幅控制信号来消 除心室纤维性颤动将有一定的启发意义.

2 全空间周期调制

Alonso 等人在 Science 周刊上报道了通过对参数的全空间的周期调制,消除三维可激发系统中的 Winfree 湍流态^[18]. 他们采用的数值模型为典型的 可激发系统^[23]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} u (1 - u) (u - \frac{\nu + b}{a}) + D \nabla^2 u , (1)$$

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} = u - \nu , \qquad (2)$$

这里的参数 & 代表快变量 u(相应于心脏细胞的膜 电压)和慢变量 u(相应于跨膜电流)的时间尺度之 比,是一个小量.对于该模型,尽管在二维系统中不 存在螺旋波湍流,但在三维系统中,存在由于奇异线



图 1 (a)三维可激发模型(1-2)中的 Winfree 湍流态,曲线代 表回卷波的奇异线(b)至(d)为施加局域周期刺激后的各种渐 近状态,其中 $b_f = 0.75 \ \omega_f = 1.6$;(b)小立方体($6 \times 6 \times 6$ 格点) 内施加周期刺激(c)条状区域内($1 \times 6 \times 150$ 格点)内施加周期 刺激(d)平面上($1 \times 150 \times 150$ 格点)施加周期刺激(e)奇异线 长度随时间的变化:曲线A为无任何周期刺激,曲线B为小立方 体内的周期刺激(对应f(b)的情况),曲线C为条状区域内周 期刺激(对应(c)的情况),曲线D为平面上的局域刺激(对应 (d)的情况).从图(a)至(e)中,系统尺寸大小为 $60 \times 60 \times 60$ ($150 \times 150 \times 150$ 格点)图(b)(c)(d)的初始条件为(a)

负张力失稳而引起回卷波向 Winfree 湍流态的转 变. 为了抑制 Winfree 湍流态 ,他们采取的控制方法 是对参数 b 进行全局周期调制 ,即

$$b = b_0 + b_f \cos(\omega_f t). \tag{3}$$

研究结果表明 ,当 ω_r > ω₀ 时(ω₀ 是在同样参数下 , 二维系统中螺旋波的旋转频率),Winfree 湍流态最 终会被消除. 在此基础上 ,我们发展了两种较为有效 的方法来控制 Winfree 湍流态 ,这包括局部的周期 刺激和全局的时空微扰. 下面予以详细的介绍.

3 局部周期刺激

我们采用的仍旧是由(1)式和(2)式描述的可 激发系统,也同样采取 b的周期调制: $b = b_0 + b_1 \cos(\omega_t)$.但有一点不同的是控制区域是集中在



图 2 在周期刺激区域为小立方体的情况下,消除湍流态的速度 *R* 对各种外加参数的依赖关系 (a)*n* = 6 *b*_f = 0.75 *R* 对 ω_f 依赖关系 (b)*b*_f = 0.75 ω_f = 1.6 *R* 对 *n* 依赖关系 (c) ω_f = 1.6 *n* = 6 *R* 对 *b*_f 依赖关系 (d)对于 ω_f = 1.6 的情况,在相 平面 *b*_f - *n* 下的可控制区域.在数值模拟中,可控是指奇异线长度在 *t* < 500 时缩短到 0 的事实

一个小的范围内而并不是在全空间(即整个系统). 图1展示了通过各种不同形式的局部刺激来控制 (消除)Winfree湍流态.在图1(b)中,在一个小立方 体上施加周期信号;在图1(c)中,在某一个面上的 条带上施加信号;而在图1(d)中,则是在整个平面 上加信号.从图1中不难发现,局域的刺激将诱导各 种新波的产生,其中包括球面波(图1(b))、柱面波 (图1(c))以及平面波(图1(d)).这种新产生的波 与原来存在的湍流波相互竞争,最终将其成功地消 除掉.值得指出的是,我们所采取的局域周期信号的 强度与变量u和v属于同一数量级,即对Winfree湍 流态实现了低强度控制,对应于对心脏的弱信号除 颤.

与全局控制的结果相比^[18],局部控制方法具有 下面的特点(1)全局的方法需要将信号(或刺激) 施加到整个系统,这种方法在实际情况当中会遇到 很多不便(比如,将电脉冲信号施加在心脏内部的 整个心肌组织上是非常困难的);相反,将信号施加 在系统的表面部分区域是比较方便的(2)用局域 周期刺激的方法来消除 Winfree 湍流态的速度很快 (在可比的输入信号总功率下,远远快于全局控制 方法).图1(e)给出了在无任何刺激下,小立方体、 条状以及整个平面刺激下的奇异线长度随时间的变 化曲线.我们发现,局域刺激可以使奇异线的长度在 20—30个螺旋波周期内减小至0(即消除),而在文 献18]中,全局刺激则需要300个螺旋波周期左 右.

对于局域刺激来控制 Winfree 湍流态,效率是 一个重要因素,即用尽可能小的功率来达到消除 Winree 湍流态的目的.假设注入信号的总功率正比 于 *Mb*²,其中 *M* 是注入区域的格点数.数值模拟发 现,注入的区域如果是小立方体形状的,那么控制 Winfree 湍流态的效率是最高的.尽管由于曲率的影 响,平面波峰的运动速度要比凸的波峰(比如说球 面波)来的大,但是要通过局部刺激首先必须要产 生一个完整的波峰.产生一个大的完整的平面波显 然要比产生一个小的球面波要困难,因此小立方体 刺激要优于其他两种局部控制的方法.在接下来的 讨论当中,我们着重关注局部刺激是小立方体的情 况.

图 2 给出了在立方体局部刺激下,控制速度对 于外加频率、外加振幅以及刺激区域大小的依赖关 系. 从这些图中不难发现 (1) 要消除 Winfree 湍流 态 对外加频率要有一定的选择 频率太小或太大都 不能消除 Winfree 湍流态,并且外加频率要稍大于 同样参数下二维螺旋波的特征频率 即 $\omega_{c} > \omega_{0}$.这 是因为,只有当局部刺激产生的球面波的频率大于 回卷波的频率时 球面波才能占优势 从而消除湍流 态(频率大的占优);另一方面,外加频率应有一个 上限,在原有 Winfree 湍流态存在的情况下,要有效 地产生球面波,外加频率不应该远大于 ω_0 .(2)注入 信号的小立方体区域必须包括足够多的格点数(但 与整个系统相比,还是非常小的).这样产生的波峰 曲率才能小于波传播的临界曲率,球面靶波才能够 传播,从而控制 Winfree 湍流态. 此外,信号的强度 必须大于某一个临界值(阈值).比如在本系统的数 值模拟中,对于 n≤4(n×n×n 格点)或 b_f≤0.53 时 小立方体方法不再奏效.这是因为要产生球面靶波, 局部刺激的振幅必须要大于一个阈值. 从图 2(b)和 2(c)还可以发现,一旦 n 和 b,大于临界值,消除湍 流态的速度几乎不依赖于 n 和 b_{f} . 换句话说 ,如果 继续增加 n 和 b, 控制效率也不会明显上升. 这就意 味着在一个优化的参数组合情况下,可以达到高效 率的控制. 以上结果为临床中用低幅电信号快速除 颤提供了有益的参考.

为了更加清晰地表明如何通过局部刺激(小立 方体)来消除 Winfree 湍流态的,在图3中,我们给 出了其时间演化图.从图3可以看到,一个在小立方 体区域内的刺激,激发出一个球面靶波.该球面靶波 与湍流波相互作用,最终将回卷波的奇异线排挤到 系统的边界外,整个系统最终被球面波所占据.这时 如果撤离局部周期信号,整个系统将恢复到静息状 态.

4 全局时空微扰

前面讲的控制方法^[18,21]以及以前许多控制二 维系统的螺旋波湍流态方法都集中在对参数的纯时 间的周期调制. 最近的研究表明,在二维激发系统中 外加了一个较强的平面波控制信号,系统最终被激 发出平面波,同时消除了系统中的螺旋波及湍流 态^[24]. 然而在三维的情况下,通过对参数的时空调 制来抑制 Winfree 湍流态,还没人研究过. 以下我们 研究如何通过对参数弱的时空调制 – 行波调制来消 除 Winfree 湍流态. 对于时空调制,可以把参数 *b* 写 成下面的形式:



图 3 周期刺激区域为小立方体的情况下,消除 Winfree 湍流态 的具体演化图(相当于图 1 中的(b)). 从图中可以发现,一个局 域的周期刺激将激发出一个球面靶波.借助于靶波的传播,最终 将 Winfree 湍流态赶出整个系统

 $b = b_0 + b_1 \cos(\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r} - \boldsymbol{\omega}_f t).$ (4) 纯时间的调制可以认为是行波调制在 $\mathbf{k}_f = 0$ 的一种 特殊情况. 在接下来的讨论中,都是针对 $\mathbf{k}_f \neq 0 \ \boldsymbol{\omega}_f \neq 0$ 的情况.

下面主要讨论空间共振的情况,即 $k_f = k_0 (k_0 = 2\pi/\lambda_0, \lambda_0$ 是在同样参数下,二维系统中螺旋波的特征波长).图4展示了在参数 $b_f = 0.03 k_f = k_0$ 的情况下,通过对b进行行波调制来消除 Winfree 湍流态的一个例子.与空间均匀周期调制(即 $k_f = 0$)相比^[18],行波调制对于控制湍流态,效率更高:图5比较了参数做纯时间和做时空调制下,奇异线长度随时间的改变.我们发现,在同样的组合参数(b_f, ω_f) = (0.03,1.2)情况下,行波调制使奇异线长度收缩到0的速度要比在全局周期调制快12倍.同时也可以看到,对于 $b_f = 0.03$ 和 $k_f = k_0$,存在一个最优频率,在这种情况下,通过行波调制来抑制 Winfree 湍流态的速度比均匀周期调制快将近36倍.

为了更好的理解行波调制对 Winfree 湍流态的 高效控制,我们研究了行波调制对回卷环(图 4 (a))的影响,特别考虑了 θ 角(θ 是指 k_i和 z 方向的

· 634 ·



图 4 通过时空调制消除 Winfree 湍流态 (a)和(b)表示 t = 0时,初始时回卷环以及垂直奇异线截面上的二维螺旋波斑图; (c)t = 224,奇异线由于负张力失稳而产生的 Winfree 湍流态(类 似图 I(a)).此时,施加的时空调制信号 $b_f = 0.03 k_f = k_0$, $\omega_f = 1.2$ (d)t = 400, Winfree 湍流态最终被消除



图 5 在两种不同的全局周期刺激下,奇异线长度 L 随时间的变化 (a)全局时空调制: $b = b_0 + b_f \cos(k_f \cdot r - \omega_f t) b_f = 0.03$ $k_f = k_0 \omega_f = 1.2$ (b)全局均匀调制 $b = b_0 + b_f \cos(\omega_f t) b_f = 0.03$ $\omega_f = 1.2$ (c)全局时空调制 $\omega_f = 1.0$ 其他参数同(a)

夹角)对回卷环的抑制作用.图6展示了抑制速度 R对 θ 的依赖关系 :当 θ =0,即 k_{f} 平行于z轴的时候, 控制速度达到最大 ;当 θ = $\pi/2$,即 k_{f} 垂直于z轴的 时候,控制速度最小,但是不管取何值,行波调制的 控制速度总是要大于空间均匀调制的速度.Winfree 湍流态可以近似地看成由许许多多不同取向的部分 回卷环构成的,因此,利用行波调制的方法来控制

Winfree 湍流态要比空间均匀调制来得更加有效.



图 6 回卷环的收缩速度 R 与 θ 角(θ 是指 k_f 和 z 方向的夹角) 的依赖关系($b = b_0 + b_f \cos(\vec{k}_f \cdot \vec{r} - \omega_f t) b_f = 0.03 k_f = k_0 \omega_f$ = 1.2. 直线表示在全空间均匀调制 $b_f = 0.03 \omega_f = 1.2$ 的情况 下的收缩速度. 从图中对比可以发现,对于任何取向(θ 角)在行 波调制下 回卷环的收缩速度要快于全空间均匀调制的情况)

5 总结和展望

我们介绍了两种有效的控制三维可激发系统中 Winfree 湍流态的方法. 需要强调的是,无论是通过 局部的周期刺激,还是全局的时空微扰,所施加的信 号强度均是比较微弱的. 这对临床上低幅除颤有着 潜在的应用价值. 但要指出的是,本文采用的模型过 于简单,与真实的心脏模型有很大距离. 比如,我们 没有考虑心脏复杂的几何结构,力电耦合等一些基 本属性,而这些属性对心电信号的传播有着重要的 影响. 因此,接下来要做的是如何将本文的方法直接 应用于更加实际的心脏模型.

参考文献

- [1] Cross M C , Hohenberg P C. Rev. Mod. Phys. , 1993 , 65 851
- [2] Davidenko J M, Pertsov A V, Salomonsz R et al. Nature ,1992, 355–349
- [3] Jakubith S, Rotermund H H, Engel W et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 65 3013
- [4] Winfree A T. Science , 1972 , 175 : 634
- [5] Vanag V K , Epstein I R. Science , 2001 , 294 :835
- [6] Ouyang Q , Swinney H L , Li G. Phys. Rev. Lett. , 2000 , 84 :1047
- [7] Tyson J J , Keener J P. Physica D , 1988 , 32 : 327
- [8] Mikhailov A S , Davydov V A , Zykov V S. Physica D , 1994 70 :1
- [9] Meron E. Phys. Rep. , 1992 , 218 : 1
- [10] Mikhailov A S , Showalter K. Phys. Rep. , 2006 , 425 : 79
- [11] Winfree A T , Strogatz S H. Physica D , 1983 9 : 333
- [12] Winfree A T. Science , 1973 , 181 :937
- [13] Winfree A T. Science , 1994 , 266 :1003
- [14] American Hear Association. 2005 , Heart disease and stroke statistics-2005 update. Dallas (TX) American Heart Association
- [15] Myerburg R J et al. In : Cardiac Electrophysiology , From Cell to Beside , Zipes D P , Jalife J Eds. (Saunder , Philadelphia PA , 1990) , 666

评述

- [16] Gray R A , Jalife J , Panfilov A V et al. Science , 1995 , 270 1222
- [17] Panfilov A V, Hogeweg P. Science, 1995, 270:12247
- [18] Alonso A , Sagues F , Mikhailov A S. Science , 2003 , 299 : 1722 ; Chaos , 2006 , 16 : 023124
- [19] Eisenberg M S et al. Sci. Am. 1986, 254:25

[20] Pool R. Science , 1990 , 247 : 1294

- [21] Zhang H , Cao Z , Wu N J , Ying H P , Hu G. Phys. Rev. Lett. , 2005,94:188301
- [22] Wu N J , Zhang H , Ying H P , Cao Z , Hu G. Phys. Rev. E , 2006,73:060901(R)
- [23] Barkley D , Kness M , Tuckerman L S. Phys. Rev. A , 1990 42 :2489
- [24] Wang P Y, Xie P, Yin H W. Chinese Phys. ,2003, 12:674 ~~~~~

书评和书讯

探索高等科教书店物理类书目推荐(17)

作者	书名	定价	作者	书名	定价
H. Haken H. C. Wolf	原子和量子物理学 第6版(影印)	98.0	E. Kaxiras	固体中的原子和电子结构(影印)	69.0
G. Müller	弱相互作用规范理论 第3版(影印)	82.0	卢希庭	原子核物理(修订版)	36.0
S. Y. Lee	加速器物理学(影印)	50.0	杨福家	原子核物理(第二版)	22.0
赵籍九	粒子加速器技术	63.0	宁平治	原子核物理基础 核子与核	34.0
D. H. PERSKINS	高能物理学导论(影印)	68.0	黄时中	原子结构理论	24.0
M. F. L'ANNUNZIATA	放射性分析手册(第二版)	242.0	张钧	激光核聚变靶物理基础	46.0
丁大钊	中子物理学 – 原理. 方法与应用(上下册)	98.0	蔡章生	核动力反应堆中子动力学	25.0
阮可强	核临界安全	36.0	编委会	核爆炸物理概论(上下册)	56.0
肖伦	放射性同位素技术	38.0	徐克尊	高等原子分子物理学(第二版)	54.0
G. Maruhn	核模型(影印)	74.0	关洪	原子论的历史和现状	22.0
王祥云	核化学与放射化学	47.0	廖继志	近代原子核模型	4.6
潘自强	电离辐射防护和辐射源安全(上下册)	188.0	N. Majlis	磁性的量子理论(影印)	39.0
谢仲生	核反应堆物理分析(修订本)	26.0	I. N. Levine	量子化学 第5版(影印)	126.0
谢仲生	核反应堆物理理论与计算方法	22.0	陈亚孚	超晶格量子阱物理	28.0
汲长松	中子探测实验方法	25.0	M. Carmeli	旋量理论导论(影印)	28.0
田东风	中子核反应激发函数(含盘)	48.0	M. Remoissenet	孤子波 第2版(影印)	40.0
郭志敏	放射性固体废物处理技术	78.0	盛篪	硅锗超晶格及低维量子结构	46.0
任凤仪	国外核燃料后处理	66.0	黄念宁	量子真空物理导引	36.0
王淦昌	惯性约束核聚变	58.0	P. R. Holland	运动的量子理论(影印)	98.0
胡永明	反应堆物理数值计算方法	20.0	F. S. Levin	量子理论导论(影印)	126.0

我店以经营科技专著为特色 以为科技工作者和大专院校师生提供优质服务为宗旨 欢迎广大读者来店指导或来电查询. 电话 010-82872662、62556876、89162848

网址 http//www.explorerbook.com

电子邮箱 :explorerbook@ vip. 163. com 邮政编码:100080

通讯地址 北京市海淀区海淀大街 31 号 313 北京探索高等科教书店 联系人 徐亮、秦运良

.......

•物理新闻和动态 •

核辐射尘埃用于识别赝品

科学家和研究艺术的历史学家研究出一种他们认为十分可靠的鉴别赝品的方法. 他们通过测量铯 – 137 与锶 – 90 同位素 的强度就可以判断一件艺术品是在 1945 年之前制作的还是在 1945 年以后制作的. 因为这两种同位素并非天然存在的,而是 在核爆炸中释放到自然环境中的.

自从 1945 年 7 月在美国新墨西哥州进行的第一次原子弹爆炸实验及几个星期后在日本的广岛和长崎进行的原子弹轰炸 以来,已进行了2000次以上的核试验. 铯 - 137 与锶 - 90 是这些核试验的副产品. 微量的铯 - 137 与锶 - 90 同位素会进入到 地球的土壤和植物中去. 通过用作油画颜料粘合剂的亚麻籽油. 这些同位素会进入到 1945 年后制作的艺术品中.

科学家们采用质谱仪方法来判断一件作品中是否有铯 – 137 与锶 – 90 存在. 这种技术需要从油画作品中取 1mm² 左右的 样品进行化验. 他们证明,在 1950 年制作的油画中,含有痕量的铯 – 137 与锶 – 90 同位素,而在 20 世纪前半叶制作的油画中, 则不存在这两种同位素.

虽然油画中存在这两种同位素可以表明油画制作于 1945 年之后 但不存在这两种同位素并不能证明油画制作于 1945 年 之前 因为狡猾的赝品制造者可以使用 1945 年前生产的亚麻仔油粘合剂来制作赝品. 因此 要鉴定一件艺术品是真品 还需要 将这种技术与其他技术结合起来进行考察.

(树华 编译自 Physics World News 4 July 2008)