物理学咬文嚼字之二十一

Dimension：维度、量纲加尺度

曹则贤

（中国科学院物理研究所　北京　100190）

礼、义、廉、耻，国之四维；四维不张，国乃灭亡.

——《管子·牧民》

路线是个纲，纲举目张.

——毛泽东

摘　要　英文 dimension 和 measure 同源. Dimension 在中文物理学文献中以维度、量纲和广延度等不同的面目出现. 然而，英文 dimension 出现的地方，其含义常常是多方面的，择其一而译之，难免有失偏颇. 此外，dimension 是重要的数学和物理学概念，dedimensionalization，dimensional analysis，fractal dimension，fractional-dimension calculus，dimension reduction，等等，都涉及重要的科学思想甚至是专门的学科领域.

一个英文的科学名词进入中文语境，常常会以不同的面目出现. 比如 vector，如今物理学家管它叫矢量，数学家叫向量，据说以前是反过来的. 又比如 plasma，在生理学家那儿是血浆、体液，在物理学家那儿是等离子体，在矿物学家那里是一种绿色石英. 翻译时是否忠实地反映了其科学内容先顾不上，光是面目的不同就让人头疼. 这两个词好在还是在不同学科里出现了不同的译名，而 dimension 一词，即使在数学或物理的单一学科里，就以维度、量纲和广延度（尺寸、范围、规格）等不同的面目出现，而且 dimension 一词在英文文献中出现时其意思可能是复合的，但中文维度、量纲和广延度却似乎是各有严格定义. 对这一类词汇翻译时附加任何限制，都是一种裁减，剪掉了许多原来应有的意思. 将一个英文概念在物理学单一领域内翻译成几乎不会为人混用的多个词，实在是文化史和科学史上的怪事；那么，它是否会阻断了对相关物理学的正确理解呢？显然，这是一个值得考虑的问题.

英文 dimension = dis + metiri，即“to measure off”. 具体的意思是多方面的：(1) 任何一个可测的内容，空间的长宽高、时间、转角等等，大意为中文的维度；(2) 对长宽高、面积、体积等内容的测量值，大意为广延度、尺度、尺寸等. 比如这句“The **dimension** of the box was about 36 × 20 × 14 cm”，我们会将之翻译为‘箱子的规格约为 36 × 20 × 14 cm”；(3) 往大里说的测量范围，large dimension 除了更长更宽以外，也可以直接理解成更大面积、更大块头等，因此就具有了“重要性”的意思；(4) 就是用来表示某些物理量的基本单位之关系和内在性质，就是中文的量纲，其英文代名词有“the identity of measure formula”. 在翻译英文物理学文献时，dimension 的维度意义和量纲意义算能基本得到照顾，关于尺寸的意思经翻译后就让人很难看出原文是 dimension 了. 且就算是仅关于尺寸的，这个 dimension 也还包含着不同维度意义，比如，“a man of a giant dimension（大块头）”，这里 dimension 是三维的；而‘beams of similar linear dimensions（差不多尺寸的梁）”，“the variability of the linear dimensions of the tropical prawn（热带虾个头的变化）”，这里的 linear dimensions 更多地是指长度. 此外，在一般非科学文献中，dimension 常用来指事物的‘一个方面”，比如‘We ignore this dimension of Hegel's philosophy（我们回避黑格尔哲学这方面的内容）.”

英文 dimension 的意思多且近，给中文翻译造成了不少困难. 维度出现的地方常常意味着量纲的被忽视，而 dimension 作为规格、尺度的意思更是容易被忽

视. 有时,dimension 出现时其意义还是多重的. 比如,这句“the **dimension** of heat capacity per volume relative to the unit of length is -3”,汉语译成“比热容的大小随长度单位的立方成反比”或者“比热容的量纲含 L^{-3}”都稍显不足. 又比如,量子场论喜欢采用自然单位,即取 $c=1$;$\hbar=1$. 用 $\hbar c=197\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm}$ 就能恢复相关物理量的正确的 dimension (One can easily recover the right dimension of any physical quantities by making use of $\hbar c=197\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm}$). 这里,dimension 既是量纲,也有数值的意思[1]!对于采用自然单位的做法,有人很不以为然,Wesson 就觉得“这也许是数学上可接受的省劲小把戏,但物理上它却意味着信息的缺失,甚至会造成混乱(Mathematically it is an acceptable trick which saves labour. Physically it represents a loss of information and can lead to confusion.)”[2] 信哉此言!

把 dimension 翻译成中文的维度和量纲是非常有意思的. 汉字的维字是大绳,作为动词则有用绳子约束的意思,推而广之有保持、维护的意思. 所谓的“天柱折,地维绝 ——《淮南子·天文训》”可见维与柱的对应. 所谓的“国有四维,一维绝则倾,二维绝则危,三维绝则覆,四维绝则灭”,四维指的是四种互相独立的有维系功能的存在,比如礼、义、廉、耻. 这里维度用来翻译 dimension 一个方面的意思,是坚持了其独立、分立、linearly-noncorrelated 的性质(线性不相关是维数的重要特征). 有意思的是,关于维度的动作“张”字,同英文的 subtend 也对应得很妙. Dimension 的另一译法“量纲”中的“纲”字,和“维”近似,也是较粗的绳子的意思,中文本就有“维纲”的说法. 对于渔网来说,重要的是网纲(图1). 一侧的网纲上挂上漂浮物,一侧的网纲上挂上重物,这样三维水体中两条平行的纲线就使渔网造成了一个大致垂直于水平面的或开或闭的截面!对于图1中的这种只在底部有网纲的渔网,撒网技术的关键(维也有关键的意思)就是要做到会提纲,纲举才有目(网眼)张.

图1 《鸳鸯河》中撒网的镜头. 这种网的底部一圈较粗的绳子就是纲,其上缀重物

关于维度

许多时候,研究一个物理问题,特别是运动学或动力学问题,先确定它是一个多少维空间(包括参数空间)的问题是有益的. 简单的单摆是在二维平面内运动的,是一个自由度的问题;傅科摆在三维空间内运动,是一个两自由度的问题. 1921 年以前的物理学,其基本出发点是“各种物理现象是在一个三维空间内展现的”;确切地说,我们的空间是 R^3 的,即需要三个独立的实数来表征(图2). 现实生活中,我们可以在前后、左右和上下六个方向上自由活动,这给了我们空间是 R^3 的信心. 我印象中,有方志敏烈士的书房名为“六碰居”的说法.“六碰居”算是对三维有限空间的文学描述吧?这样的空间,形象是个方盒子. 三维的 R^3 空间加上一维时间所构成的四维流形,所谓的 Minkowski 空间,就成了爱因斯坦狭义相对论的舞台.

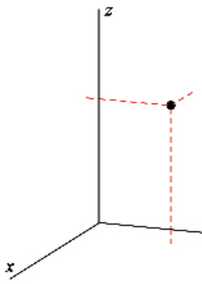

图2 Descarte 引入了坐标系的概念,将空间中一个点同一组实数(x, y, z)对应起来,这为代数与几何的统一提供了可能!

增加一个维度可以让问题变得容易解决. 以前,我们把地面交通看作是一个二维问题. 交通流量超过了某个临界值,堵塞等问题就出来了. 添加航空运输、建设立交桥等措施实际上是把问题拓展到三维空间去. 据说,四维空间里平均场理论干脆就是正确的理论了. 可能是循着差不多的思路,为了寻找能统一电磁学和引力的模型,Kluza 把广义相对论拓展到五维时空. 那一维我们普通人感觉不到的空间据说是卷曲的,半径很小以至于我们现在还在寻找探测其存在的物理方法. 这一思路在后来的理论物理模型中得到了发扬光大,文献中常能见到 11 维甚至

26 维时空的字样.

描述一个问题需要不同的独立参数,即需要确定几个不同维度上的值,是许多领域的学者甚至非学者都明白的事情. 比方,关于美女的体型的描述,社会各界人士都知道要用到三围:胸围、腰围、臀围. 这里,"围"字用得非常科学:(1)"围",汉字通"维",每一"围"代表一个独立的维度;(2)每一围都是长度的量纲;"围"字连测量的物理标尺都泄露了;(3)"围"还表明这一维度是关于闭合曲线的,是有限值(a dimension of limited extension). 有杂志说,亚洲女性的标准(胸、腰、臀)围应分别是 84 厘米、62 厘米和 86 厘米,有点说不通,哪能不分高矮三围取一样的绝对值!有中国科学家撰文指出,具有中国特色的美女,三围的特征值,以身高为单位标度,应为(0.535,0.365,0.565). 这里用到的是三个无量纲数,该表述已经非常具有物理学的水准了. 而波兰科学家波克瑞卡研究后认为,波兰美女的完美身高是 1.74 米,完美的(胸、腰、臀)围比例应为(0.92,0.7,1.0),这里连基本单位都来自该集合内部了,这是朝着物理学之数学本质,即 set with relations(集合及集合内元素间的关系),又前进了一大步(对物理体系的描述毕竟只能来自体系内部!). 这些较深入的关于物理和数学本质的几乎有点哲学味道的内容,可能有些初学物理的人们尚感生疏,而别的学家们已经娴熟地、自觉地使用这样的理论了.

量纲分析(Dimensional analysis)

物理学需要一个关于物理量的清晰的理论. 物理理论中涉及的量,用符号表示,所代表的是运用一套自洽的单位得到的数值[1)]. 纯粹的数值没有意义,$c=3\times10^8\,\mathrm{m/s}$ 和 $c=1$ 都不妨碍建立一套自洽的物理学理论. 一个物理量的单位可大可小,但是不同物理量的本质区别在于其量纲. Reichenbach 所指明的"Each physical quantity is supposed to be equipped with a dimension which is characteristic of its quality." 这里的 dimension 就是量纲. 物理量其本质实际上是由其量纲所标识的,其数值会随选择不同的单位相应地变化. 电压和电流无法比较,因为它们根本就不属于同一类.

量纲分析的一个前提是存在一些物理量是基本的,其他物理量的单位由这些基本单位来表示. 国际单位制的基本单位有七个,对应的物理量有长度(米)、质量(千克)、时间(秒)、电流(安培)、温度(开尔文)、物质量(摩尔)和 Luminous Intensity[2)](candela,烛光、坎德拉). 前五个基本量构成了我们一般研究物理问题时表示其他物理量的基础,其他物理量的量纲表示成它们不同指数形式的乘积. 量纲分析若要具体应用起来,另一个前提是物理定律是关于一组物理量的幂函数之间的比例关系的. 比如,简单的力学问题涉及的一般力学量,其量纲为 $[\psi]=L^{\alpha}M^{\beta}T^{\gamma}$. 若某个力学量是别的一组力学量的幂函数的乘积,可以通过要求关于长度、质量和时间量纲的一致性从而确定幂指数,从而确定了幂函数形式的物理定律(power law)[3—5].

量纲分析的鼻祖是傅里叶(Fourier),是他首先把量纲的几何概念应用到物理量的分析. Fourier 注意到检验一个方程是否有错第一件事是检查各项的量纲是否一致,这一点后来用傅里叶定律表述出来,即"一个物理方程中的所有项必须是齐次的(all terms in a physical equations must be homogeneous.)". 在其名著《热分析》(Théorie analytique de la chaleur)中傅里叶写到:"每一个物理量,已知的或未知的,都拥有一个适当的量纲,且方程中只有量纲指标相同的项才可以比较(it should be noted that each physical quantity, known or unknown, possesses a dimension proper to itself and that the terms in an equation cannot be compared with another unless they possess the same dimensional exponent.)". 所谓的比较,实际上是写入同一个方程中做加、减、除的运算. 傅里叶还注意到,函数的变量都必须是无量纲的,这样它的值才不依赖于单位的选择. 19 世纪末,傅里叶的这些思想经由 Reynolds, Fitzgerald, Jeans 以及 Rayleigh 爵士得到了弘扬. Rayleigh 爵士将量纲分析用于一些难解的问题,试图从量纲分析出发寻找或建立方程. 1914 年,Buckingham 提出了所谓的 π-定理,后来可表述为:"任何完备的物理学方

1) 英文中 quantity, magnitude, amount 也并没有严格的区别. Magnitude 倾向于纯数值,所以有 changes by 3 three orders of magnitude(变化了一千倍),纯数值的问题. 但 physical quantity 应该是数目×单位,即 quantity = measure (amount) × unit. ——笔者注

2) Luminous intensity 中文有人翻译成照度,光度,还有的地方干脆是音译流明. 从定义"The candela is the luminous intensity, in a given direction, of a source that emits monochromatic radiation of frequency 540×10^{12} Hertz and that has a radiant intensity in that direction of 1/683 Watt per steradian."来看,应该是发光度、光度或者就是亮度. 另外,笔者弄不明白为什么要有物质量和 Luminous intensity 这两个基本物理量,毕竟理论物理的无量纲化过程是从五个基本常数构造出了五个普朗克单位. 笔者也不理解为什么安培会比电荷单位库仑更基本. ——笔者注

程都应该表述成 $F(\pi_1,\pi_2\cdots\cdots)=0$ 的形式，其中的 π 是由具体的物理量和系数构成的无量纲单项式.”[3] 普朗克和爱因斯坦也都是量纲分析方面的高手. 杨振宁先生等人也在构造新理论时用到量纲分析，“我们（杨振宁和 Mills）玩弄量纲分析之类的小把戏”，试图回答“规范粒子的质量是多少”的问题[6].

量纲分析不能告诉你什么方程是物理正确的，但可以给些提示，至少可以避免低级错误. 对于建立简单物理关系的数学形式，量纲分析是非常有效的. 例如，无摩擦面上的弹簧，一端有质量为 m 的物体，若弹簧的恢复系数为 k，求振荡周期的表达式. 假设周期同质量和恢复系数之间满足幂指数率，$T\propto m^{\alpha}k^{\beta}$，量纲分析表明必有 $\alpha=-\beta=1/2$. 因此，$T\propto\sqrt{m/k}$. 再举一例，弹性模量为 e，密度为 ρ，特征长度为 l 的弹性体，自然振荡频率（不区分具体的振荡模式）的可能表达式是什么？考虑 $e\propto ML^{-1}T^{-2}$，$\rho\propto ML^{-3}$，显然量纲正确的表达式为 $f=l^{-1}\sqrt{e/\rho}$.

基于量纲分析的一大成果是一批普朗克单位的出现. 所谓的普朗克单位，就是对引力常数 G、光速 c、普朗克常数 $\hbar$、玻尔兹曼常数 k、真空介电常数 ε_0，按照量纲分析的路子，构造了所谓的普朗克长度 $l_p=\sqrt{\hbar G/c^3}\approx1.61\times10^{-35}\mathrm{m}$，普朗克质量 $m_p=\sqrt{\hbar c/G}\approx2.176\times10^{-8}\mathrm{kg}$，普朗克时间 $t_p=\sqrt{\hbar G/c^5}\approx5.391\times10^{-44}\mathrm{s}$，普朗克温度 $T_p=\sqrt{\hbar c^5/Gk^2}\approx1.41\times10^{32}\mathrm{K}$，普朗克电荷 $q_p=\sqrt{\hbar c4\pi\varepsilon_0}\approx1.875\times10^{-18}\mathrm{C}$. 据说，我们的大爆炸理论可理解普朗克时代的宇宙，即岁数比 1 普朗克时间长、块头比 1 普朗克长度大且脾气（temperature）已经冷却到 1 普朗克温度以下的宇宙. 理解比这更小或者更年轻或者更高温的宇宙需要量子引力理论. 笔者小时候见过一篇论文，题目是“$10^{-43}\mathrm{s}$ 以前的宇宙”，当时我就想起了 2004 年 Angewandte Chemie 杂志上的一篇文章“Science or Science Fiction（科学还是科学幻想）？”3). 这样的极端尺度是否是两个宇宙的分水岭，或是两个理论的界限，笔者不懂，不敢妄议.

有量纲量

注重数值而忽略量纲可能是数学上为追求简单性所养成的习惯. 象由“我的土地面积减去边长为 870”这句话写出方程 $x^2-x=870$，从物理的角度来看是一个非常不科学的做法. 边长为 30 米和边长为 30 公里的两块地还是有些差别的. 关于方程，笔者曾强调过它不仅是数值的相等，还有量纲的同一和背后物理图像的自洽. 物理学教课书按说应该注意到这一点，但许多作者却有意无意间忽视了这一点. 比如，关于弯曲空间几何的入门课程都会提到立体投影（Stereographic projection），即将单位球 $x^2+y^2+z^2=1$ 上的点投影一个（切）平面（X,Y）上. 按照图 3 给出的投影面，一般的书上会给出（X,Y）$=\left(\frac{x}{1-z},\frac{y}{1-z}\right)$. 但如考虑到坐标都是长度的量纲，显然，上述的表示数值上是正确的，但物理上却损失了点什么. 如果我们把问题和解改写为将单位球 $x^2+y^2+z^2=R^2$，$R=1$，投影到切平面上，变换公式为（X,Y）$=\left(\frac{Rx}{R-z},\frac{Ry}{R-z}\right)$，则量纲关系一目了然. 许多物理书，比如关于广义相对论的，之所以让我们这些资质平庸者觉得难读，很大程度上是未能顾及这一点！

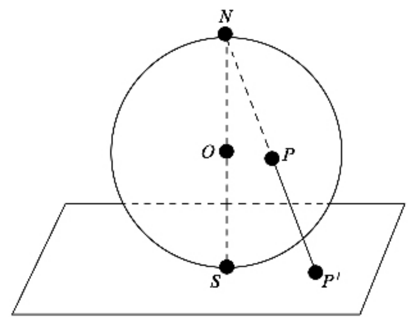

图 3　立体投影. 这个为了绘制地图所引入的技法（technique）对晶体学、微分几何、广义相对论等诸多学科都具有奠基性的意义

如何将不同量纲的量以“加”的形式融入同一个方程中去？我们看到，物理学上是通过引入一些有量纲的系数来使得方程各项达成“齐次性”的，比如，在电磁场的能量密度表示 $U=\frac{1}{2}(\varepsilon E^2+\mu H^2)$ 中. 费曼曾用这种方程形式开过一个大玩笑，说用一个方程可以写出所有的物理规律，即令 $U=\alpha(F-ma)^2+\beta(\nabla\cdot E-\rho/\varepsilon_0)^2+\cdots$ 为零，则各项分别为零就再现了各个具体的物理公式. 费曼原文中没有 α、β 这些系数，上述表达式中的系数是笔者添加的，以使得各项有相同的量纲.

但是，量纲相同的项，并不可以就当作同样的物理量看待. 比如，力矩和功有相同的量纲，就不可以混淆. 实际上，力矩是 $\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$，而力做功是 $\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{F}$，前者是一个 bivector，后者是标量，简单相加会造成运算的困难. 但是，进一步地但是，认为这两者不可混淆

3）　我每看到高深的论文就犯迷糊. ——笔者注

的观点现在也已经过时了. 在 Clifford 代数的语境里，两个矢量的积定义为 $ab = a \cdot b + a \times b$ 利用这种代数几何语言重写的物理学,比如经典力学,就揭示了许多过去不好理解的内容[7].

无量纲量与无量纲化

物理量之间的关系常涉及一些其变量为纯数值的函数,这就要求函数变量中的几个物理量要凑成无量纲的量，我们说这样的量是 dimensionless 或者 non-dimensional,而过程则称为无量纲化. 我在读到 Weyl 构造了 Coordinatization 这个词时，心想要是为无量纲化构造个英文词,这个词应是同样拗口的 Dedimensionalization 吧. 检索一下果然如此,只是不知是哪位先生的捷足先登了.

物理学中描述波动用的是三角函数或虚变量的指数函数. 波是在空间沿一定方向传播的,所以考虑关于空间矢量 $\boldsymbol{r}$ 和时间 t 的变化是必要的,要使得 $\boldsymbol{r}$ 能无量纲化,必须引入一个量纲为 L^{-1} 的矢量 $\boldsymbol{k}$,相应地,时间 t 无量纲化要引入一个量纲为 T^{-1} 的量 ω,这样得到了波函数的形式 $sin(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t)$. 注意，矢量 $\boldsymbol{k}$ 的量纲为 L^{-1},它是一个在与坐标空间对偶(dual)的动量空间里的矢量. 许多教科书在正弦波的坐标空间表示中画出了所谓的波矢 $\boldsymbol{k}$,显然是出于误解.

另一个有意思的例子是,热力学中的许多公式是以对数函数形式出现的. 对数函数的变量也应该是无量纲的,因此,象如下的关于理想气体熵的表达式 $S = C_p \log T - R \log p + \mathrm{const.}$ 就是比较成问题的. 若气压为 $1.0 \times 10^{-4}\mathrm{Pa}$，$R\log P$ 这一项的值是多少？实际上,正确的表述应该是 $S - S_0 = C_p \log T/T_0 - R\log P/P_0$,这样,对数函数的变量都是无量纲量了,连单位都不必在意,只要统一就行. 它还带出关于熵的正确物理图像,即过程造成的熵变,而非熵的值,才是由上式决定的. 这也告诉我们熵是一个只能定义到一个任意常数（determined up to a constant)的物理量. 同时,我们也就看出了体系的比热就反映了熵变. 这样,对具体的物理过程,哪些影响系统熵值的状态数需要加以考虑,取决于所关切的问题. 在我读过所有提到熵(entropy，Entropie)的书中,我记得只有 Cusack 给出了关于熵的正确理解[8].

有时候,无量纲量的选择是自然的. 象关于临界现象的描述,如临界现象发生在某个温度 T_c,则对该温度的偏离程度应为无量纲的 $|1 - T/T_c|$,那么,在此附近物理量的变化大概就是关于 $|1 - T/T_c|$ 的幂函数或指数函数了. 一般好像就是选择幂函数$(1 - T/T_c)^{\alpha}$ 的形式,这个函数大概是我们人类能想象的复杂程度适中的一种函数关系,到底是否正确描述了物理我就不知道了.

分数维度

在多数的物理和数学问题上,当 dimension 按照维度理解时,它一般是正整数. 但这样做的理由似乎未加仔细考察. 如果我们仔细观察一下大自然,会发现许多现象所展现的空间并非是整数维的、规则的几何体.“ 云团不是球形的,海岸线不是圆的,树干不是光滑的,闪电也不沿直线传播（Clouds are not spheres，mountains are not cones，coastlines are not circles，and bark is not smooth，nor does lightning travel in a straight line.（Mandelbrot，1983）”. 1967 年,Mandelbrot 在 Science 杂志上发表了“ 英国的海岸线到底有多长 ”的论文[9] ,开创了分形几何这们新学科.

分形几何研究的是如图 4 中的科赫雪花那样的几何对象. 科赫雪花是 von Koch 于 1904 年提出的，是一类典型的分形(Fractal). 一般来说，当长度度量单位越来越小时，分形的长度,或面积、体积等量，会无限增大. 若将特征尺度(标尺,测量单位)在各个方向上变为 $1/r$，则其测度变为原来的 r^D 倍(If we take an object residing in Euclidean dimension D and reduce its linear size by $1/r$ in each spatial direction，its measure（length，area，or volume）would increase to $N = r^D$ times the original),这样就定义了一个不一定为整数的特征维度 D,称为 Fractal dimension,也有文献写成 fractional dimension. 对于科赫雪花，这样定义的分数维度为 $D = \ln 4/\ln 3 \approx 1.26$. 当然，还有多种不同的分数维度的定义，此处不详细讨论[10,11].

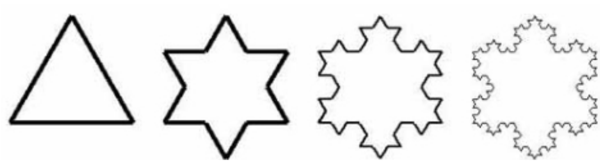

图 4　科赫雪花的迭代法构造. 自一等边三角形开始,将每一个直边的中间三分之一向外侧弯折,使得弯折部分和原来的线段(现在已经不存在了)构成新的、尺寸更小的等边三角形

关于分数维度的英文写法 fractional dimension，它用于指称分数维度的微积分运算[12]. 我们一般接

触到的微积分都是 dx/dt, d^2x/dt^2 , $\int_V f(\vec{r},t)\,d^3r$ 之类的整数维度的,当我 1994 年第一次看到有 $d^{2.3}y/dx^{2.3}$这样形式的运算时,我真是惊呆了,惊讶于何至于人家的思维就那么不受禁锢. 有分数维的微分运算是因为微分和积分运算本是通过 Γ 函数可统一的. 定义对函数 $f(t)$ 的任意 v 次积分为

$$D^{-v}f(t) = \frac{1}{\Gamma(v)}\int_0 (t-\xi)^{v-1}f(\xi)\,d\xi,$$

其中,v 是实数. 则我们看到,$v=0$ 是函数自身的积分表达,$v=1$ 是常规意义上积分的定义,$v=-1$ 是常规意义上微分的定义(请回顾复分析的相关内容). 关于分数维的微分,比如对于 $v=-0.5$,有

$$D^{0.5}f(t) = \frac{1}{\Gamma(0.5)}\int_0 \frac{f(\xi)}{(t-\xi)^{1.5}}d\xi,$$

显然, 右侧是可以按照常规的微积分技术计算的.

限域效应

Dimension Reduction,若理解为减少随机变量数目的过程,只是统计学的一种算法或技巧. 而对物质世界来说,尺度的减小/维度的减少会引入实质性的效应. 物质的 dimension (维度和尺度混合的意思)的调节会带来性质的根本性变化. 将某物质体系(比如半导体材料)的尺度沿一个方向压缩到纳米尺度以至于表现出新的量子效应,就成了量子阱结构. 沿两个方向上压缩就成了量子线,沿三个方向上压缩就成了量子点[4)]. 这些尺度受到压制的结构会表现出新的量子现象,是量子层面上的限域效应(quantum confinement effect). 比如,半导体硅的体材料是间接带隙材料,几乎不发光. 而将硅量子点埋置在禁带宽度较大的氧(氮、碳)化硅基质中,量子限域效应会让硅量子点成为好的发光体 (图 5). 目前,利用硅量子点已实现了强的可见光全谱发光. 对于不同的特定体系,出现限域效应的尺度是不一样的. 对硅颗粒发光的问题来说,限域尺寸约为 5 纳米. 而对拥有现代战斗机的空军来说,200 公里大小的空间就能感觉到限制. 新加坡空军借驻在澳大利亚,其如何保卫本国边疆不受侵犯就不太容易想象,这是国家层面上的限域效应.

然而,以为将物质体系一个方向上的 dimension (尺度)减小就等价于消灭了一个 dimension (维度)的想法可能是有害的. 比如,基本粒子很小,但是把三维空间中的基本粒子当作无尺寸的零维存在加以处理,会引起许多灾难式的结果. 实际上,许多由令

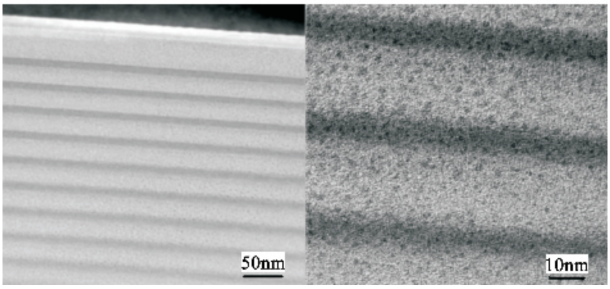

图 5 Si 纳米颗粒埋置在 SiC/SiN_x 量子阱中所形成的量子阱-点体系[13]

物理尺度趋于零招致的问题干脆就被命名为灾难(catastrophe). 为了避免思维过度简化造成的困难,人们想出了许多招数,包括弦论(粒子被看成一维弦的振动模式),似乎并没有带来对相关问题令人满意的解决.

维度的问题不仅仅是一个科学问题,它在生活、社会、经济甚至军事、政治的层面上都可能表现出来. 基于错误的维度认识所引起的问题其结果可能是灾难性的. 举一个简单的例子. 我们都知道我们生活在三维空间,而我们国家商品房的参数指标却是(底)面积,是一个二维的量. 当初计划经济时,老房子结构都是三米多高甚至上四米的,也就是说第三维的尺度是有保障的,分房子时将级别同面积挂钩就行了. 这样的一套体系延续到商品房时代,问题就大了. 商品房按面积卖,商人在利益最大化的驱动下会想方设法减少成本,压缩高度就成了自然的选择. 一些住房的高度被压到了 2.50 米左右(再低了,建筑工人就没法干活了,开发商自己都看不下去了). 而与此同时,我国人口高度却呈迅速增加的趋势,目前小学毕业的男孩女孩身高在 1.70 米以上的,至少在北京地区已是常见的了. 关于 90 后的孩子们,男孩身高预期为 1.80 米应是正常的. 若一个人身高为 1.85 米,脚面到手指尖高度约为 2.40 米,无疑地, 2.50 米高的房子已经让他有相当的压抑感(如果房子面积再小于 3m × 3m 的规模,他就真的是一个量子点了). 鲁迅先生所描述的' 未敢翻身已碰头 '的日子怕是要伴随他了,天长日久,限域效应(压抑感)对其身心健康的负面影响就会显现出来,表现为诱发各种生理的、心理的疾病. 房子分明是三维的结构却按照二维的单位销售,由此衍生的问题让社

4) 量子点可定义为在所有方向上都没有足够伸展(dimension,extension)的体系. 社会生活中茫然无助的老百姓就是量子点,其日常行为一定是受限体系的行为. 使用任何大尺度上的思想、理论来理解或要求他们的行为,都有失厚道. ——笔者注

会如何消受？偏偏住房又是使用年限在七十年量级的商品，其影响要跨越三代人；人口增高与住房高度降低的矛盾所造成的恶果，可能会成为我们的社会不能承受之重.

同样，关于政治、军事等一些大问题的思考亦应该从维度概念出发. 中国的崛起一定是二维闭合空间 S^2 上的问题，期间的外交与军事斗争应以此为出发点周密地、科学地加以考虑. 自身影响力的辐射，外界的反应，物理边界与各类软边界的改变等等，可以用球面上的力场或流场的动态平衡与失稳模型加以粗略地理解. 此外，中国许多行为的影响也要从中国的 dimension（尺度意义上的 dimension）的角度去考虑. 四分之一的世界人口，一千万平方公里左右的国土，五千余年的文明史，如果再加上第一位的经济实力（朝着这个目标，我们在努力着！），这样的 dimensions，如果世界没有“中国威胁论”那倒是怪事！而这样的 dimensions，也注定了中国必须要从人类的、世界的全局角度来考虑自己的事情.

Dimension 的内涵，不妨细思之.

补缀：　本文付印后，在李淼博客上学到了 dimension transmutation（量纲嬗变）这个概念. 这让我想到，本咬文嚼字序列可能一直就是这么挂一漏万地走过来的，殊感惶恐. 仓皇间一时不能深入理解量纲嬗变之深意，加之维度递变（我斗胆名之为 dimension transition）的事情也有讨论的必要，故暂搁置，容以后文章结集时增补.

参考文献

[1] Fujita T. Symmetry and its Breaking in Quantum Field Theory. New York：Nova Science Publishers，Inc，2007

[2] Wesson P S. Space Science Reviews，1980，27：117

[3] Palacios J. Dimensional Analysis，translated into English by Lee P. London：MacMillan and Co. Ltd. 1964

[4] Duncan W J. Physical Similarity and Dimensional Analysis，London：Edward Arnold，1955

[5] Hornung H G. Dimensional Analysis：Examples of the Use of Symmetry，Dover Publications，2006

[6] 杨振宁. 杨振宁文集（上），上海华东师范大学出版社，1997. 32

[7] Hestenes D. New Foundations for Classical Mechanics，Dordrecht：Kluwer Academic Publishers，1999

[8] Cusack N E. The Physics of Structurally Disordered Matter：an Introduction，Bristol：Adam Hilger，1987

[9] Mandelbrot B. Science，1967，156：636

[10] Math and Real Life：a Brief Introduction to Fractional Dimensions，http：//www. imho. com/grae/chaos/fraction. html

[11] West B J，Bologna M，Grigolini P. Physics of Fractal Operators. Springer，2003

[12] Oldham K B，Spanier J. The Fractional Calculus：Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order，Dover Publications，2006

[13] Huang R *et al*. Nanotech，2008，19：255402

·物理新闻和动态·

单摆的旋转控制

用计算机模拟来预测飞机机翼或桥梁架等部件上的振荡何时会处于危险状态并不是很有效，其原因是由于不能正确地估算出振荡部件每一点的摩擦和一切可能的弯曲与扭曲，因此无法确定不稳定振荡会在何时出现. 而在使用物理实验方法时，又存在着不容易找到不稳定振荡发生的区域以及当不稳定状态发生时带来的危险应如何去控制的问题. 所以寻找一种安全合理的动力学测试方法是工程上的迫切要求.

联想到人们玩呼拉圈运动，当呼拉圈绕着臂部旋转时，臂部的运动方向是与圈的旋转方向相同的. 若圈突然改变旋转方向时，你的臂部就会撞向呼拉圈，也就是说，你的臂部在向前运动而呼拉圈在向后运动，这是一种不稳定状态，是很难保持和控制的. 为此研究者们需要掌握这类振荡运动，要让它能逐步地从稳定状态过渡到不稳定状态，并寻找到两种状态间的交迭区，即产生分叉的位置. 最近苏格兰 Aberdeen 大学的 J. Sieber 博士和他的同事们建立了一个“反馈控制系统”以及相应的算法程序来与实验配合. 物理实验的装置如下：用一个活塞驱动一根轴心的支点，让它在 1 秒内上下 3 次，这带动了附在轴上的单摆作圆周运动，这种运动模式类似于飞机上的螺旋桨推进器. 系统测试单摆在运动中的各种数据并将其输入计算机中. 利用这些数据，计算机就能控制单摆的振幅与周期. 对于稳定的旋转态，当摆的运动是向上时，轴的支点也是向上的，但对于不稳定状态，单摆向上运动时，轴的支点是向下的. 计算系统首先是让单摆处于稳定的运动状态，然后作一定微调使单摆进入不稳定运动状态. 所以在算法语言中包含有两个新的操作：一个操作是逐渐改变对单摆振幅的控制，让单摆的每一步运动都能与活塞支点的运动相适应，最后慢慢地让活塞的运动趋近于零；另一个操作是让单摆的运动进入交迭区，即可以让单摆的运动由稳定状态向不稳定状态过渡，它的特点是，使系统缓慢地进入交迭区，并改变单摆运动与活塞支点运动的相位差，而不需要对单摆的振幅作很大的变动. 他们的实验结果与理论预测相当吻合，甚至于在实验时并不知道交迭区的确切位置时就能将系统引入交迭区. 所以这是一项非常有效和精确的动力学测试算法，它将帮助工程技术人员能简便地找到符合实际的数学模型.

（云中客　摘自 Physical Review Letters，1 July 2008）