

# 声子学 :用热处理信息和智能控制热流的新型科学和技术\*

王 雷<sup>1, 2, †</sup> 李保文<sup>1, 3, ††</sup>

(1 新加坡国立大学物理系 计算科学和工程中心 新加坡 117542)

(2 中国人民大学物理系 北京 100872)

(3 新加坡国立大学综合科学与工程研究生院 新加坡 117597)

**摘 要** 文章回顾了微观体系中热流控制研究的理论和实验发展,着重介绍了近年来通过利用非线性材料中能谱随温度变化的特性控制热流的最新研究进展.研究表明,热二极管、热三极管和热逻辑门等微观尺度热控制器件模型都是可行的.在理论上人们不仅可以对声子产生的热流进行整流、开关及调整,而且还可以用热来完成基本的逻辑运算.相关研究在环保节能方面也将得到广泛应用.

**关键词** 凝聚态物理学,微观体系热输运控制,综述,声子学

## Phononics :a new science and technology for processing information with phonons/heat and for controlling heat

WANG Lei<sup>1, 2, †</sup> LI Bao-Wen<sup>1, 3, ††</sup>

(1 Department of Physics and Centre for Computational Science and Engineering, National University of Singapore, Singapore 117542, Republic of Singapore)

(2 Department of Physics, Renmin University of China, Beijing 100872, China)

(3 NUS Graduate School for Integrative Sciences and Engineering, Singapore 117597, Republic of Singapore)

**Abstract** The theoretical and experimental studies of heat flow control on the microscopic scale are reviewed. We focus on the latest developments in recent years of heat flow control using the temperature dependent power spectra of nonlinear materials. It has been shown that the models describing microscopic heat control devices, such as thermal diodes, thermal transistors and thermal logic gates, are all feasible. In principal, we can not only rectify, switch and modulate heat flow created by phonons, but can also perform basic logic calculations by heat. This research will have wide applications in energy saving and environment protection.

**Keywords** condensed matter physics, control of thermal transport on the microscopic scale, review, phononics

热传导和电传导是自然界中两种最基本的能量输运方式,然而它们从来没有被同等重视过.基于晶体管和其他相关的一系列用于电流控制的发明所产生出来的电子学已经极大地推动了科学技术进步,从而使人们的生活在很多方面都产生了巨大变化.其中又以电子计算机的发明及应用为最高代表.然而,虽然人们已做了一些实验方面的努力,但类似的

可以像控制电流一样控制(由晶格振荡产生的)热流的元件一直还未能实现.利用精确的热流控制产

\* 新加坡国防科技局、新加坡教育部、新加坡国立大学基金资助项目,国家自然科学基金(批准号:10874243)资助项目  
2008-10-07 收到

† 通讯联系人. Email: phywanglei@ruc.edu.cn

†† 通讯联系人. Email: phylibw@nus.edu.sg

生多种实用功能的“声子学”是否只是一个梦想呢？

技术上来讲,控制固体中的热流要比控制电流难度大多,主要原因是热能的载体——声子并不是一种真实的粒子,它们只是些没有质量、不带电荷的由晶格振动形成的能量团.声子不受重力和电磁力的直接影响.有趣的是,虽然人为的热流控制是如此困难,但在自然界中尤其是生物体内,这种控制已经是司空见惯的,比如,生物体总能把各个器官的温度控制在最适合范围<sup>[1]</sup>.而这些热流控制看起来并不是基于类似半导体中P-N结那样的结构.我们是否可以在固体中人为地实现这些已经被不自觉地应用了很长时间的微观热流的智能控制?近年来在此领域研究的快速进展可能给了我们一个很乐观的回答,一个崭新的领域:“声子学”正在悄然而起.

电子学中对电流最基本的控制就是整流,简单说就是不对称的单向导电.这种控制是由一种称为(电)二极管的电子器件完成的.二极管的核心是由两块不同掺杂的半导体:P型和N型结合在一起形成的界面,即P-N结.类似地,最简单最基本的热流控制就是热整流,我们把完成热整流功能的器件称为热二极管.热整流可以简单地由液体的对流完成,日常生活中烧开水时把加热器放在容器下方比放在上方效率更高就是一个简单的例子.然而此种整流方式需借助重力作用,而且由于液体的存在器件难以小型化,因而实用性不高,因此不是本文讨论的主题.关于固体中热整流的研究可以追溯到1930年代.当时伦斯勒理工学院(Rensselaer Polytechnic Institute)的C. Starr在铜-氧化铜界面上发现不对称热导<sup>[2]</sup>.自此之后,1950到1960年代的众多研究集中于金属之间(特别是铁铝之间)的界面,此方向还一度形成热点.这些研究为宏观材料界面上的热整流效应积累了大量的实验数据,可惜因为缺少适当的理论支持,没能给此现象产生的机制一个公认的解释(见文献[3]).同时又受实验条件所限,很多实验结果也存在争议.例如,美国通用电器研究实验室(General Electric Research Laboratory)的F. H. Horn在1951年发现,一度被公认的Starr做出的实验结果无法重复.他认为Starr的实验结果是由错误地连接测温热电偶所造成的<sup>[4]</sup>.热整流现象的研究因此停留在技术层面和宏观尺度上,并且逐渐冷清,没能对技术进步和社会发展提供多少帮助.

21世纪初,意大利的Terraneo及其合作者基于共振原理<sup>1)</sup>和非线性系统中能谱随温度变化的特性<sup>2)</sup>,提出了实现热整流的一种微观理论机制<sup>[5]</sup>.将

几段不同的材料(其中至少有一段为非线性材料)拼接在一起,当温差加在某一方向上时,不同段材料间的能谱可能匹配得很好,从而有很大的热流流过,而当温度差加在相反方向上时,出现能谱不匹配,热流也因此变得很小.于是就可能得到热整流效应.

Terraneo的模型为一段非线性材料夹在两段参数不同的近似线性材料中间,当两端温差达三倍多时,正反向热流相差大约一倍,尽管这是一个非常小的效应,在实验室条件中难以观测,但已经提供了热整流的一种可行的理论基础.2004年,本文作者简化了原有模型的结构,只采用了两段非线性材料拼接,从而提高了界面上的温度差(见图1(a)).我们采用了固体物理中常用的Frenkel-Kontorova(FK)模型<sup>[6]</sup>,此模型由下述哈密顿量描述:
$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2} + \frac{1}{2}k(x_i - x_{i-1} - a)^2 + \frac{V}{(2\pi)^2} \cos(2\pi x_i).$$
这种模型描述了一串线性连接的粒子在周期外场中的运动,见图1(a).该模型被广泛地用于研究公度-非公度相变、电荷密度波、晶体位错、干摩擦等物理现象.当粒子处在较低温度时,粒子被局限在势阱的底部,只能进行高频振动,振动频率范围为: $\sqrt{V} < \omega < \sqrt{V+4k}$ (低温极限).而当粒子处于较高温度时,获得了足够的能量,可以在不同势阱之间自由跨越,此时的振

1) 考虑一个受周期外力驱动的线性振子,它的运动由以下微分方程描述: $\ddot{x} = -\omega_0^2 x + a \cos \omega t - \lambda \dot{x}$ .方程的渐近解为: $x = b \cos(\omega t + \phi)$ 其中振动的振幅 $b = -\frac{a}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \lambda^2 \omega^2}}$ .这个结果

显示了共振的现象,即当外驱动力的角频率 $\omega$ 等于振子自身的本征频率 $\omega_0$ 时,受驱动振子的振动幅度最大.这种现象同时解释了当一个系统中不同部分的振动频谱相互匹配时,热能交换就很容易,否则就非常困难.

2) 为解释这种机制,首先定义振子振动的能量谱为振动速度的傅里叶变换模的平方,以一维模型为例: $\mu(\omega) = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_0}$

$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_0} \dot{x}(t) e^{-i\omega t} dt|^2$ .由帕塞瓦尔等式可知: $\int_0^\infty \mu(\omega) d\omega = \langle v^2 \rangle$ ,即能谱曲线下包围的面积等于振子的温度(平均动能).考虑一个最简单的情况:一维线性振子模型.它的运动由以下微分方程描述: $\ddot{x} = -\omega_0^2 x$ .方程的解为: $x = A \cos(\omega_0 t + \phi)$ .显然,它的能谱为位于 $\omega_0$ 处的 $\delta$ 函数,注意,能谱的位置和温度无关.再考虑一个稍微复杂的非线性振子模型: $\ddot{x} = -\omega_0^2 x^3$ .它的能谱仍然是一个类似于 $\delta$ 函数的尖峰,然而重要的是,能谱的位置和温度相关,随着温度的升高,能谱右移.简单地说,能量越高,振动越快.能谱随温度变化是非线性系统独有的特性.高维非线性系统的能谱可以是在一个很大范围内的连续分布.

动频率变为  $0 < \omega < 2\sqrt{k}$  (高温极限). 在高低温的交界处, 粒子能谱对温度的依赖非常敏感, 因此, 上述的匹配/不匹配效应可以很强. 在图 1(b)和(c)中, 当热二极管两端的温度交换时, 能谱的匹配程度可以很不一样, 从而造成很大的正反向热流差. 调节模型的参数, 在高低温只相差两倍时就可以得到上百倍的正反向热流差<sup>[7]</sup>, 远远好于之前的模型. 图 1(d)是在固定两端的平均温度而改变二者温差的大小和方向时, 流过热二极管的热流与无量纲温差  $\Delta$  (定义见图) 之间的关系. 此曲线非常类似于电二极管的  $I-V$  曲线. 在随后的工作中, 我们又将其中一段材料换以 Fermi-Pasta-Ulam(FPU)模型进行处理<sup>[8]</sup>. 这种模型描述了一串非线性连接的粒子, 不含外势, 哈密顿量为

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2} + \frac{1}{2}k(x_i - x_{i-1} - a)^2 + \frac{1}{4}\alpha(x_i - x_{i-1} - a)^4.$$

显然, 在 FPU 模型中, 粒子能量越大(温度越高)振动越快, 即能谱随温度的增加而向高频端移动, 方向与 FK 模型相反. 将这两种模型结合可使得能谱的匹配/不匹配效应变得更大, 因此得到了上千倍的正反热流差<sup>[9]</sup>.

上述理论模型提出后引起不少理论物理学家的关注, 但更多的人恐怕还是认为那些只是纯理论模型, 要真正在实验上实现困难重重, 可能是未来很久以后的事. 然而出人意料的是, 仅仅两年后, 也就是 2006 年, 在美国加州大学伯克利分校物理系 A. Zettl 教授的实验室中, 来自台湾的博士生张之威等人就用纳米管实现了微观固体热整流器(Chang 等<sup>[10]</sup>). 他们将一些重分子如  $C_9H_{16}Pt$  沉积到一段纳米管的一半上(见图 2), 此时纳米管不同部分的振动能谱随温度的变化就不再一致. 当温差加载到纳米管的不同方向上时, 实验观察到一个方向上的热导比另一个方向上的热导大 3%—7%. 自此之后, 很快又出现了其他更好的实验结果, 例如德国维尔茨堡大学(Wurzburg University)的 R. Scheibner 等小组利用量子点系统得到了 10% 的正反热流差<sup>[11]</sup>. 虽然在这些实验中得到的热二极管整流效率比起理论模型能给出的小了很多, 但这些工作仍然是了不起的进展, 毕竟这只是第一步. 我们知道, 在早期 1940 年代电子二极管、三极管刚刚被发明时, 它们的工作效率也比当今的产品低得多.

比简单的热整流更进一步的热流控制就是热流的开关、调节和放大. 在电流控制中, 这个工作由电三极管完成. 最重要的一类电三极管称为场效应三

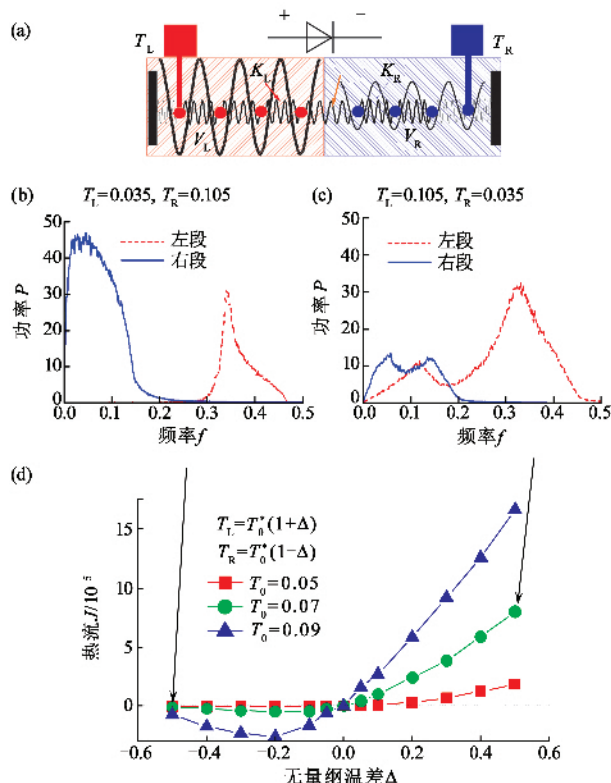


图 1 (a)热二极管模型由两段(左段和右段)势阱高度  $V$  不同的 FK 模型组成. 在某一温度范围内, 右段的势阱高度较低, 粒子总能自由地通过, 因此振动能谱总是集中在低频端, 而在左段的粒子则不同, 粒子能否通过取决于温度, 相应的能谱也敏感地与温度相关. 因此当左、右两段温度互换时, 界面能谱的匹配程度可以有很大不同, 从而造成正反向热流的不同. (b)和(c)显示了在  $\Delta = -0.5$  和  $\Delta = 0.5$  时界面左、右两段的能谱. (b)中左、右两段的能谱几无交叠, 而(c)中左、右两段的能谱在低频端有很大重合. 强烈的匹配/不匹配效应解释了非对称热导产生的原因. (d)显示了通过热二极管的热流随无量纲温差的关系, 曲线的物理意义和形状都非常类似于电二极管的  $I-V$  曲线.

极管(field effect transistor, FET). 它有三个电极: 漏极 D、源极 S 和栅极 G. 在工作时, 漏极 D 和源极 S 分别置于高低不同的电压上, 而从 D 流入再从 S 流出的电流大小受栅极 G 上的电压控制, 可以从很大到几乎为零. 而通过 G 的电流永远保持接近于零. 这是最重要的要求, 否则 G 极的电压就不能被微弱的信号控制, 三极管也就起不到放大信号的作用. 类似于场效应三极管控制电流一样, 我们也希望能发明一种类似的热流控制元件——热三极管完成同样的任务.

为研究热三极管可能的结构和工作方式, 考虑如图 3(a)所示的由左右两段不同材料连接而成的系统, 连接点以  $O$  标识. 系统两端分别固定于温度  $T_L = T_-$  和  $T_R = T_+$ ,  $T_- < T_+$ . 温差产生热流由右端

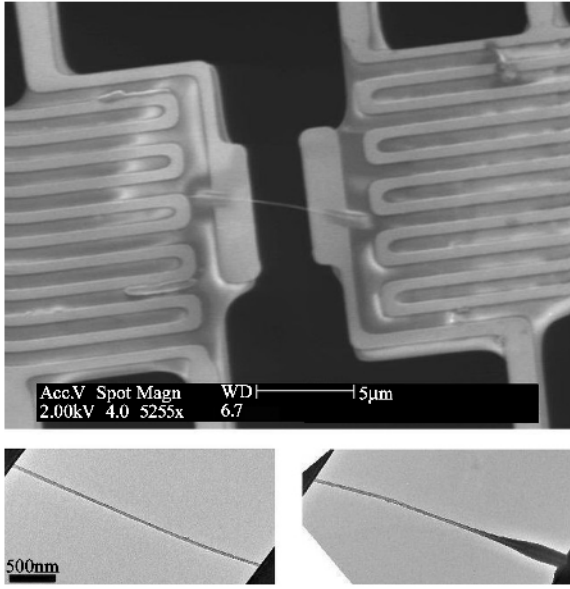


图2 上图显示了一段连接两个电极的纳米碳管(中间灰线)的电镜照片;下图为纳米碳管在沉积重分子  $C_9H_{16}Pt$  之前(左下)和之后(右下)的高倍照片.感谢文献[10]的作者张之威(C. W. Chang)提供照片

流向  $O$  点再由  $O$  点流向左端.分别考虑热流  $J_L$  和  $J_R$  随  $T_0$  ( $T_L < T_0 < T_R$ ) 的变化,有

$$\begin{cases} R_L \equiv \left( \frac{\partial J_L}{\partial T_0} \right)_{T_L = \text{const}}^{-1} \\ R_R \equiv - \left( \frac{\partial J_R}{\partial T_0} \right)_{T_R = \text{const}}^{-1} \end{cases}$$

式中  $R_L$  和  $R_R$  为左右两段的微分热阻.在通常情况下,温差越大,导致的热流就越大,因此有  $R_L, R_R > 0$ .于是  $J_L$  和  $J_R$  随  $T_0$  的依赖情况如图3(b)所示,即  $J_L$  随  $T_0$  单调上升而  $J_R$  随  $T_0$  单调下降.因此二者的交点必然是唯一的,在此交点处  $J_L$  和  $J_R$  互相抵消因此是稳态的唯一可能.我们可以在  $O$  点连接一个控制热源,改变此点温度从而达到控制热流  $J_L$  和  $J_R$  的目的.  $J_L$  和  $J_R$  的变化为  $dJ_L = dT_0/R_L$ ,  $dJ_R = -dT_0/R_R$ .受控后  $J_L$  和  $J_R$  不能再相互抵消,其差值须由控制热源提供  $dJ_0 = dJ_L - dJ_R$ .这样,将此装置想象成一个热三极管,其放大倍数可以定义为

$$\alpha = \left| \frac{dJ_L}{dJ_0} \right| = \left| \frac{R_R}{R_L + R_R} \right|$$

显然,当  $R_L$  和  $R_R$  都大于零时,必然有  $\alpha < 1$ ,这样的热三极管没有放大作用!

为了使热三极管有放大功能,即  $\alpha > 1$ ,  $R_L$  或者  $R_R$  必须有一个小于零,也就是说,必须有一个是负微分热阻——在一定范围内两端的温差越小,通过体系的热流越大.这样的要求与通常的直觉很不

符合,但不违反任何基本物理原理.事实上,只要有一个类似上述热二极管的模型就可以.将此热二极管右端固定于高温,改变左端温度  $T_L$ ,当  $T_L$  很低时,左端粒子的能谱处于高频,与右端粒子(处于低频)不匹配,因此虽然温差较大,然而热流很小,当  $T_L$  升高时,左端粒子的能谱向低频端延伸,因此温差虽然减小但热流却可以增加,这就产生了负微分热阻.若图3(a)中的右段包含负微分热阻,则图3(c)所示情景就成为可能:  $J_R$  在某段不再是  $T_0$  的单调减函数,它可以弯折下来,从而与  $J_L$  产生多个交点,这样就可能使  $\alpha$  大于1.

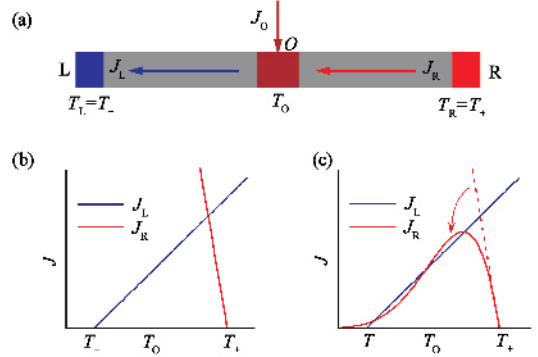


图3 (a)热三极管的原理 (b)当  $R_L$  和  $R_R$  都一直大于0时,  $J_L$  和  $J_R$  只能有唯一的交点 (c)在某区间  $R_R < 0$ ,  $J_L$  和  $J_R$  可以有多个交点

一个真实的热三极管模型由 D, S 和 G 三段组成,如图4(a)所示.模型中三段都以 FK 模型模拟,具体参数略去(读者可以参见文献[12]).D 段左端粒子  $O'$  与中心粒子  $O$  以一个线性的弱耦合相连,这是此模型的关键之一.在很大的温度范围内  $O'$  与  $O$  之间表现出负微分热阻(原因即是此两点能谱的匹配/不匹配,见图4(b)中的插图),  $T_D$  和  $T_S$  固定于高低两个温度上,调节  $T_G$ , 热流  $J_D$  和  $J_S$  就可以被调节(此处暂时忽略 G 段中的热阻因此  $T_G$  和  $T_0$  相等).我们看到  $J_D$  和  $J_S$  有三个交点,在交点上  $J_G = 0$ ,即控制端不需提供热流.特别注意“on”和“off”这两个交点  $J_D$ (或  $J_S$ )在此两点上相差了两个数量级.这显然就是一个很好的热开关.调整此热三极管的参数,它也可以被用来作热调节器,即在一定范围内  $J_D$ (或  $J_S$ )连续可调但  $J_G$  一直保持接近于0.此处不再赘述,请参阅文献[12].

有了热三极管,接下来就可以考虑将他们合理应用,完成逻辑运算的任务.在一个数字电路中,有两个标准电压分别用于表示两个布尔逻辑态“0”和“1”(例如在晶体管-晶体管逻辑电路(TTL)中为

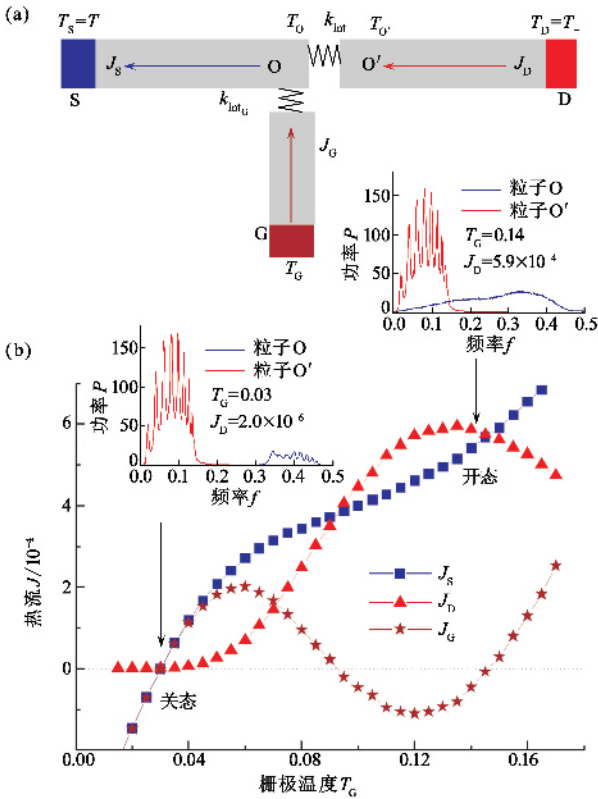


图4 (a)热三极管模型结构图。O和O'间的波浪线表示二者的弱连接,这个弱连接是它们之间产生负微分热阻的重要原因; (b)热三极管D、S和G三极中的热流随G端温度 $T_G$ 的变化。在“开”态和“关”态两个交点处有 $J_C = 0$ ,而 $J_D$ (或 $J_S$ )在此两点的改变接近两个数量级,因此这可以用来做一个很好的热开关。插图为O和O'两点的在“开”态和“关”态两个态上的能谱分布,它解释了随着 $T_G$ ( $T_O$ )上升,D到D之间的温差下降而热流在很大范围内反而增加,即负微分热阻产生的原因

0V和5V)。类似地,我们用热三极管的“ $T_{off}$ ”和“ $T_{on}$ ”作为两个标准温度表示“0”和“1”。

最基本的一个逻辑门就是复制门。复制门的基本功能是将输入信号标准化,也就是说当输入信号大于(小于)一个临界值 $T_c$ 时,输出信号将是标准的 $T_{on}$ ( $T_{off}$ )( $T_{on} > T_c > T_{off}$ ),而不会是中间的数值。它的作用不只是简单地复制输入信号,还包括了将输入信号标准化,即当输入信号稍微偏离标准值 $T_{on}$ ( $T_{off}$ )时,输出信号会是标准的 $T_{on}$ ( $T_{off}$ )。为实现这样的功能,回到图4(a)中考虑G段热阻 $R_C$ 的作用。当 $T_G$ 等于3个不同的数值时, $J_D$ 和 $J_S$ 相等,因此 $J_C$ 等于零。当 $T_G$ 接近但不精确等于其中两个数值 $T_{on}$ 或 $T_{off}$ 时,研究G段中因此产生的热流 $J_C$ 的方向,可以得知热流 $J_C$ 所带来的温差总是使得 $T_O$ 比 $T_G$ 更加接近 $T_{on}$ 或 $T_{off}$ 。见图5(a)。于是如果我们把热三极管的G端作为输入端,O端作为输出端,串

联数个。这样最终的输出就会越来越接近理想的复制门。在图5(b)中,我们展示了一个由6个热三极管组成的复制门,它的输出和理想复制门极为接近。

非门翻转输入,即当输入为“0”(  $T_{off}$  )时,输出为“1”(  $T_{on}$  )。输入为“1”(  $T_{on}$  )时,输出为“0”(  $T_{off}$  )。这显然要求当输入信号(温度)上升时,输出信号(温度)下降。这种通过升高系统一部分温度从而降低系统另一部分温度的要求,又一次和我们的日常经验严重冲突,因此似乎是不可能的。为达到此目的,我们将信号输入到O端,由于O和O'间的负微分热阻,高的 $T_O$ 会导致大的D段热流 $J_D$ ,因此增加了D端和O'端之间的温差 $T_D - T_{O'}$ 。因为 $T_D$ 是由热源固定的,因此 $T_{O'}$ 必然降低,见图5(c)。注意由于 $T_{O'}$ 总是比 $T_c$ 更高(事实上甚至比 $T_{on}$ 还高),因此将总是被下一级元件当做“1”来处理。为了解决这个问题,我们需要用一个“分温器”(分压器的对应物,结构类似)。分温器的输出温度只是输入温度乘以一个介于0和1之间的固定比率。我们可以很容易地改变分温器的参数,调节这个比率,使得当最初的输入信号为 $T_{off}$ ( $T_{on}$ )时,分温器的输出大于(小于) $T_c$ 。这个输出经过一个复制门的数字化,最后的输出就完成了非门的功能,见图5(d)。

与(或)门是一个三端的元件(两个输入端,一个输出端)。当两个输入相同时,输出等于输入,否则输出就为“0”(“1”)。由于已经有了复制门,与(或)门的实现就很简单了。将两个输入信号(最好先各自经过一个复制门数字化)接入同一个复制门,显然,当两个输入信号都是“0”(“1”)时,输出必然为“0”(“1”)。简单调节一些参数,可以很容易地使得当两个输入不同时输出为“0”(“1”),与(或)门由此就可实现。(具体请参阅文献[13])

我们已经用热实现了所有的基本逻辑操作,将它们结合起来就可以完成更复杂的工作,如数学运算,甚至“热(声子)计算机”在理论上是可行的。这标志着一个全新的领域——声子学已经不再只是一个梦想。在不远的将来,信息载体的家庭成员或许会增加到三个:电子,光子和声子。

不可否认,现在还有大量的问题如时间响应等急需研究。声子的低速限制了热信号的传输速度,如何构造一个热学网络去最优化操作速度,从而抵消这种影响也是一个重要的问题。和我们前期关于热二极管(整流器)的工作一样,热三极管热逻辑门的理论模型提供了将来实验和工业应用的物理机制及原理。考虑到热二极管(整流器)模型提出仅两三年

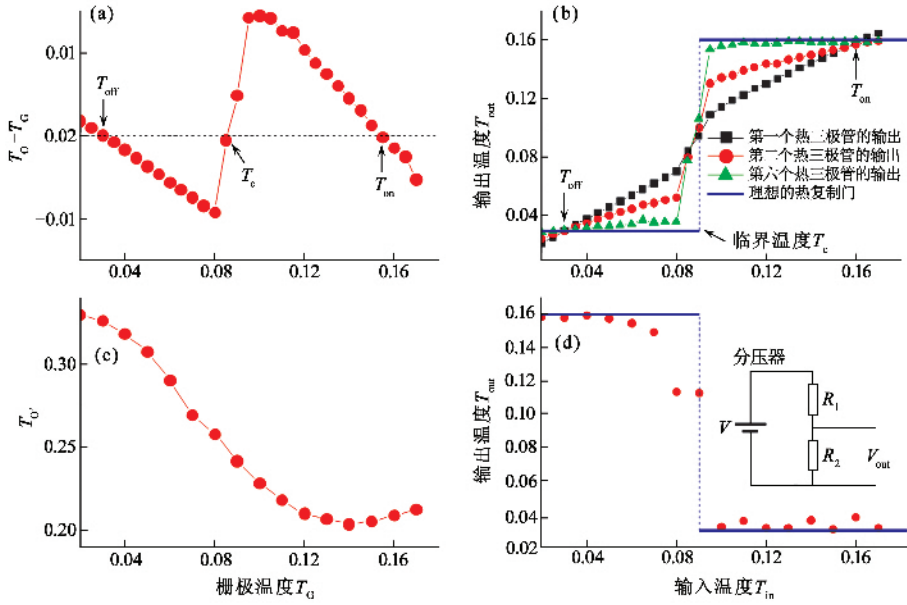


图5 (a)  $T_0 - T_G$  作为  $T_G$  的函数. 注意  $T_0$  总是比  $T_G$  更靠近  $T_{on}$  或  $T_{off}$  其中较近的一个 (b) 由 6 个热三极管组成的一个复制门的功能已经很接近一个理想的复制门 (c)  $T_0$  作为  $T_G$  的函数. 在很大范围内当  $T_0$  提高时  $T_0$  降低, 这是实现非门的关键 (d) 非门的功能. 插入图: 分压器, 即分压器的热对应物的结构. 它的输出只是输入的一个介于 0 和 1 之间的一个比率:  $V_{out} = VR_2 / (R_1 + R_2)$

时间就被实验所证实, 分子热泵<sup>[14]</sup>、纳米碳管中的声子波导<sup>[15]</sup>及微观热导调节<sup>[16]</sup>等理论和实验研究也在不断产生新的进展, 我们相信热三极管和热逻辑门甚至是热计算机也会在不远的将来成为现实. 另一方面, 声子学中的基础元器件如热整流器、热开关等也可以在散热保温等方面具有广泛的应用, 为节能降耗技术提供必要及关键的支持.

参考文献

[ 1 ] Ed. Kenneth R Diller. Biotransport : heat and mass transfer in living systems. New York : New York Academy of Sciences , 1998 ; Lubashevsky I , Gafiychuk V. adap-org/9911001 and adap-org/9911002  
 [ 2 ] Starr C. J. Appl. Phys. , 1936 , 7 : 15  
 [ 3 ] Thomas T R , Probert S D. Int. J. Heat Mass Transfer , 1970 , 13 : 789  
 [ 4 ] Horn F H. J. Appl. Phys. , 1951 , 22 : 1214  
 [ 5 ] Terraneo M , Peyrard M , Casati G. Phys. Rev. Lett. , 2002 , 88 : 094302

[ 6 ] Braun O M , Kivshar Y S. Phys. Rep. , 1998 , 306 : 1  
 [ 7 ] Li B , Wang L , Casati G. Phys. Rev. Lett. , 2004 , 93 : 184301  
 [ 8 ] Fermi E , Pasta J , Ulam S. in : Ed. Fermi E. Collected Papers , ( Vol. 2 ). Chicago : University of Chicago Press , 1965. 78  
 [ 9 ] Li B , Lan J , Wang L. Phys. Rev. Lett. , 2005 , 95 : 104302  
 [ 10 ] Chang C W , Okawa D , Majumdar A *et al.* Science , 2006 , 314 : 1121  
 [ 11 ] Scheibner R *et al.* New Journal of Physics , 2008 , 10 : 083016  
 [ 12 ] Li B , Wang L , Casati G. Appl. Phys. Lett. , 2006 , 88 : 143501  
 [ 13 ] Wang L , Li B. Phys. Rev. Lett. , 2007 , 99 : 177208 ; Phys. World , 2008 , 21( 3 ) : 27  
 [ 14 ] Segal D , Nitzan A. Phys. Rev. E , 2006 , 73 : 026109 ; Marathe R , Jayannavar A M , Dhar A. Phys. Rev. E , 2007 , 75 : 030103  
 [ 15 ] Chang C W *et al.* Phys. Rev. Lett. , 2007 , 99 : 045901  
 [ 16 ] Chang C W *et al.* Appl. Phys. Lett. , 2007 , 90 : 193114