

# 颗粒物质的多尺度结构及其研究框架\*

孙其诚<sup>†</sup> 金峰

(清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室 北京 100084)

**摘要** 颗粒物质力学的研究刚刚起步,目前很多方面还不完善.文章作者认为,该学科是应用性很强的基础学科,因此提出了从实际应用中发现问题,进而促进颗粒物质力学基础理论发展的研究思路,并以土力学为例做了说明.土是岩石经风化作用,由重力、流水和风力等搬运和沉积而成的产物,是密集颗粒物质体系之一.土粒是构成土体骨架、传递载荷的基本单元,与颗粒间复杂分布的孔隙水、气体共同决定了土体的非线性本构关系、剪胀(剪缩)和应力路径相关等复杂特征.以研究密集分布颗粒体系的颗粒物质力学在近20年内得到充分发展,它侧重现象的机理分析和实验的精细检测,为土力学的基础研究提供了重要启示.基于文章作者多年土力学和颗粒物质力学的研究经验,提出了土体具有多尺度结构的观点.除微观的单颗粒尺度和宏观土体尺度外,细观尺度的力链是颗粒接触力传递的路径,是存在于土体内的相对稳定的结构体.建立了初步的理论研究框架,提出了力链网络的复杂动力学响应决定土体复杂本构关系的基本设想.下一阶段将从理论分析、物理试验和基于自主开发的颗粒离散元模拟3个方面进行研究,逐渐充实土力学多尺度理论体系,以期取得突破.

**关键词** 颗粒物质,多尺度,力链,接触理论,液-固耦合

## The multiscale structure of granular matter and its mechanics

SUN Qi-Cheng<sup>†</sup> JIN Feng

(State Key Laboratory for Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract** Soil is the naturally occurring, unconsolidated or loose covering of broken rock particles, which consists of densely packed solid particles, interstitial liquid and gas. This collection of particles forms a supporting skeleton and determines the ability of soil to resist shear stress, as described in the concept of effective stress proposed by Karl Terzaghi. Many efforts have been made to apply this concept in engineering problems, rather than conducting more fundamental investigations on the geometrical and mechanical properties of the soil skeleton. In the past two decades, the closely related discipline of granular matter mechanics has received much attention due to its various intriguing phenomena. Many fundamental studies have provided a deeper understanding of granular matter. Based on our research on soil mechanics and granular matter in the last ten years, we propose that soil is intrinsically multiscale, i. e. besides microscale primary particles and macroscale bulk matter it also consists of mesoscale force chains. The correlations among the different scales are crucial. The mesoscale force chain network is determined both by particle properties and macroscopic boundary conditions. The evolution of the force chain network contributes to the macroscopic mechanical properties of soil.

**Keywords** granular matter, multiscale, force chain, contact mechanics, liquid-solid coupling

### 1 解决颗粒物质应用问题,深化力学基础研究

颗粒物质是大量固体颗粒相互作用而组成的复杂体系<sup>[1]</sup>,其中颗粒粒径大于 $1\mu\text{m}$ 、间隙液体黏性较低且饱和度小于1.颗粒物质广泛存在于自然界

中,比如约70%的原材料和50%的产品以颗粒物质形式存在.土体、面板堆石坝中粗大颗粒组成的堆石体、泥石流及其在河道中堆积形成的堰塞体等都是

\* 国家重点基础研究发展计划(批准号2007CB714100)资助项目  
2008-11-12收到

<sup>†</sup> 通讯联系人. Email: qcsun@tsinghua.edu.cn

典型的颗粒物质体系。

近 20 年以来,人们逐渐关注颗粒物质体系的精细力学行为,开展了大量实验观测和数值模拟,发现颗粒体系具有对外界微小作用的非线性响应和自组织等独特性质,呈现出的静力学和动力学行为尚不能用一般的固体力学理论、流体力学理论和凝聚态物理予以解释,国际著名刊物 Science 于 2005 年把颗粒物质与湍流并列为 100 个科学难题之一,吸引了众多杰出科学家加入到颗粒物质的研究中,使得对颗粒物质体系平衡和运动规律及其应用的研究逐渐成为一门科学——颗粒物质力学。

颗粒物质力学的研究注重机理分析和实验室规模精细检测,并能够考虑非均匀多尺度结构等。崭新的研究思路必然诞生原始性创新,20 年来已经在耗散颗粒气体、颗粒离散元、混合和分离、湿颗粒力学、振动和剪切动力机制等方面取得了突破,仅 Nature 一刊自 2000 年 1 月到 2008 年 8 月发表了 165 篇颗粒物质力学的论文。我国颗粒物质力学的研究起步较晚(系统而全面的研究工作应该是从 1999 年开始的),在国家自然科学基金委员会和科技部的大力支持下,我国科学家不懈努力,针对颗粒物质的若干关键科学问题开展了深入而细致的研究,取得了一系列优秀的研究工作,涉及颗粒间非牛顿流体的液-固耦合、稀疏流-密集流转变机制、二元混合颗粒体系的颗粒时钟现象、摩擦阻力的精细检测、非均匀结构及多尺度力学理论体系等方面,已经在国际上产生了一定的影响。同时,颗粒物质力学行为的研究也极大促进了土力学和泥石流等相关工程学科基础理论的发展,比如采用颗粒离散元分析了复杂土体本构关系,解释了剪切带形成机制,开展了粗大颗粒组成的大尺度堆石体的蠕变性能和变形机理研究,进行了泥石流起动-运动-堆积全过程的分析等<sup>[2,3]</sup>。可以说,我国颗粒物质研究瞄准了关键科学问题,并从基础理论到工程应用全面展开,与国际领先水平的差距逐渐缩短。

我们应该清醒地认识到,颗粒物质力学研究进展非常缓慢,仅在几个理想情况下有成熟的模型或理论,比如球形颗粒的弹性接触理论、快速颗粒流和颗粒间隙液体为牛顿流体时的液桥力(如果颗粒表面湿润,当相互靠近时,在接触点附近形成液桥,发生黏连作用,称为液桥力)等,一些基本和关键问题到现在还不清晰,比如,无法解释颗粒物质的屈服应力以及流动形态对剪切速率的强烈依赖性,因此目前它不是一门具有完善理论的力学分支。要促进颗

粒物质力学基础研究的发展,就必须结合实际应用问题。颗粒物质力学是应用性很强的学科,其研究对象——颗粒物质广泛存在于自然界,这就要求我们走到实践中去,从土体、堆石体、堰塞体到泥石流等实际问题中去寻求有意义的科学问题,在解决应用问题中凝练、产生科学问题,进而促进颗粒物质力学的基础研究。不考虑应用,只考虑扩展知识的纯基础研究,以及不考虑扩展理论知识的纯应用研究都不利于颗粒物质力学的长期发展,应开展既寻求扩展认识的边界,又受到应用目的影响的基础研究。巴斯德的大量工作是从应用研究开始的,例如研究发酵和狂犬病。巴斯德从很多实际问题的背后总结出科学原理和规律,他因此开创了微生物学,这就是实际问题的解决促进了基础性科学诞生的例子。总之,我们要寻求有意义的科学问题,除了从科学理论内在矛盾中去找,更应该从实际问题中去发现,这里面蕴涵着大量创新的研究课题。另外一个客观现实是,在我国特定的科研环境下,这种做法也较容易获得经费支持。

图 1 是按照细颗粒大小( $< 0.04\text{mm}$ )占颗粒总体积份额和颗粒间隙中液体(或气体)体积份额对堆石体、堰塞体到泥石流等常见颗粒物质体系进行了分类。其中土体、面板堆石坝中的堆石体和堰塞体等颗粒密集堆积,变形速率一般较小,属于准静态颗粒物质体系,称为颗粒固体(granular solid),风沙流和高含沙水流则极易于流动,称为颗粒气体(granular gas),而泥石流中粗大颗粒既流动,相互间又保持持续接触,称为颗粒流体(granular liquid)。

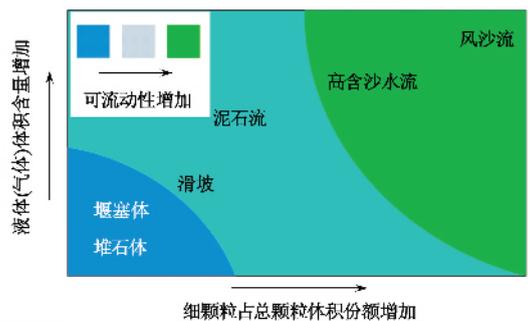


图 1 自然界常见的颗粒物质体系

土是岩石经风化作用,由重力、流水和风力等搬运和沉积而成的产物,土力学则是工程力学的一个分支学科,主要用于土木、交通、水利等工程应用。但是土粒是构成土体骨架、传递载荷的基本单元,与颗粒间复杂分布的孔隙水、气体共同决定了土体的非线性本构关系、剪胀(剪缩)和应力路径相关等复杂

特征,使得土力学的基础研究进展极为缓慢.基于我们多年从事土力学和颗粒物质力学的研究经验,提出了土体具有多尺度结构的观点.除微观的单颗粒尺度和宏观土体尺度外,细观尺度的力链是颗粒接触力传递的路径,是存在于土体内的相对稳定的结构体.建立了初步的理论研究框架,提出了力链网络的复杂动力学响应决定土体复杂本构关系的基本设想.同时还分析了土力学遇到的共性问题,比如土颗粒与孔隙水的耦合作用等.在下一阶段,我们将从理论分析、物理试验和基于自主开发的颗粒离散元模拟三个方面进行研究,解决土力学遇到的问题,同时促进颗粒物质存在的共性问题研究.

近期,中国科学院物理研究所/北京凝聚态物理国家实验室厚美瑛组织了“颗粒物质与复杂流体研讨会”,参会人员达到50余人,其中部分专家已经结合具体工程应用和自然界中遇到的基本问题开展了研究,引起了大家的广泛兴趣;为了促成学术界和工程界的融合,推进我国颗粒物质力学的研究,清华大学孙其诚和澳大利亚技术科学与工程院院士、新南威尔士大学余艾冰(A. B. Yu)作为特邀编辑共同主办了《科学通报》“颗粒物质物理及其应用”专题,向国内外10位科学家约稿(国内5位、国外5位),集中展示这一领域的重要成果,让更多的科研工作者了解颗粒物质物理研究及其工程应用的最新进展.我国对颗粒物质力学的研究力量和投入经费逐渐加强,如果我们有意识地从实际问题中去发现有意义的科学问题,挖掘里面蕴涵的大量创新研究课题,凭借精密先进的实验设备、宽松宁静的科研环境和坚持不懈的个人努力,我国科学家必然取得更杰出的科研成果.

## 2 土体中的多尺度结构

土体由固相(土粒)、液相(水)和气相组成,土壤颗粒是构成土骨架的基本部分,其大小分布广泛,从小于 $5\mu\text{m}$ 的粘粒到1m量级的块石,同时土粒间的水和气体在孔隙间分布复杂,这就决定了土体复杂的本构关系,它不仅具有应力与应变的非线性,还具有加压膨胀特性(对于密集堆积颗粒,当施加外力时,颗粒体积会增大)以及和应力路径相关等特性.从K. von Terzaghi提出著名的有效应力原理开始,基于连续性假设的土力学理论得到了迅速的发展,提出了很多唯象的模型,解决了大量工程问题,也已经成为工程力学的一个重要分支.但是,模型涉

及到的参数往往较多,计算复杂,这主要是因为没能提炼出主要矛盾,缺乏对土体的一些现象的准确和简明的理论描述.

从颗粒物质力学的角度看,土体本身就是一种密集的颗粒物质,特别是以砂粒(粒径在 $75\mu\text{m}$ — $2\text{mm}$ )和粉粒(粒径在 $5\mu\text{m}$ — $75\mu\text{m}$ )为主的砂土,土粒间相互离散,以强耗散的接触摩擦为主,热运动忽略不计.以发展较快的基于颗粒离散元软件PFC(particle flow code)为代表的模拟数值方法,已经开展了土体应力-应变关系等的数值模拟研究,取得了一些可喜的进展,比如模拟了土体剪切带形成和发展,研究了颗粒摩擦系数和孔隙率等对土体宏观力学行为的影响等,突破了常规的土工试验和唯象研究的一些限制,初步揭示了土的微观结构的演化规律,为砂土力学的研究提供了新的契机.但是,这方面的研究大多局限于现象的模拟和重现.颗粒物质力学的研究为土力学的基础研究提供了重要启示,我们认为,除了需要颗粒力学的高效数值算法、并行计算、网络计算等技术发展以外,在目前以及今后一段时间内,针对砂土力学的重点应该放在提出新的研究思路,对海量数值模拟数据和试验数据进行分析综合,建立微观的颗粒相互作用与宏观的土体力学行为的本质联系,进而构建侧重机理研究的土力学理论,否则,基于离散元模拟的研究必将沉迷于现象的唯象模拟,淹没在数据的海洋中.这样一方面没有充分发挥颗粒物质力学对颗粒相互作用机理深入研究的优势,使颗粒力学的研究脱离工程应用,另外一方面限制了土力学基础研究的发展.

深入分析表明,土体具有多尺度结构的观点.“多尺度”一词普遍出现在生物、材料、化学、物理、力学等学科的研究中,但是至今没有严格的定义,以至于在不同学科中的含义相差很大.以力学中的多尺度为例,在固体破坏中,不同尺度的微损伤相互作用产生更大尺度上的裂纹导致材料破坏<sup>[4]</sup>;在流体力学中,不同时空尺度的涡旋相互作用构成复杂的流动图案.这些力学问题的共同特点是存在不同大小的结构层次,结构间有不同程度的关联,不同结构层次上的物理机制可能不一致.由于这些结构层次的尺寸大小不同,因此称为多尺度.从宽广的视野来看,物质世界的空间尺寸层次跨越了大约42—43个数量级,小到 $10^{-18}\text{m}$ — $10^{-17}\text{m}$ 的亚原子粒子,大到 $10^{26}\text{m}$ 的宇宙半径,现代科学研究涉及的时间标度从寿命约为 $10^{-25}\text{s}$ 的 $z^0$ 粒子到137亿年的宇宙年龄(约 $10^{18}\text{s}$ ),跨越了大约43个数量级,与空间尺寸层

次一一对应,每个空间层次都有特定的结构,呈现出独特的运动规律,进而构成了不同的专业学科,如图2所示。因此多尺度是物质世界的内禀特性,是现代科学学科划分的基本依据。因此,多尺度一词首先指的是空间结构的多层次性,而不是指研究对象的大小,比如管径为1mm内的层流与管径为1m内的层流虽大小不同,但是流动结构处处相同,没有本质差异,则不属于多尺度问题。多尺度方法是研究复杂体系的有效思路,其核心问题就是尺度层次的合理分割及尺度间的关联,亦即首先根据系统内在物理机制分割成不同尺度的有限结构层次,然后逐一去分析研究,并充分考虑尺度分割完毕后尺度间的关联。

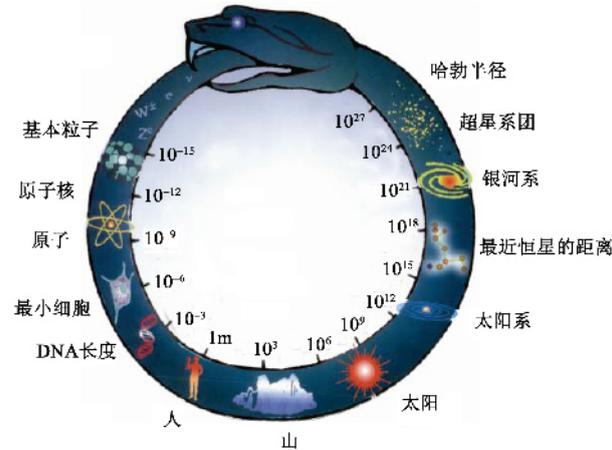


图2 蛇吞尾形象地表示了物质空间尺度层次(图片来自文献[5])

那么,对于土体来说,首先面临的的就是尺度层次的分割。从土体颗粒间的接触作用和土力学研究的土体应力应变特性来看,我们认为,应该划分为“微观”、“细观”和“宏观”三个尺度层次。严格地说,“微观”应该指原子层次,比如颗粒表面接触时表面原子间的粘连作用。在我们的研究工作中,我们认为“微观”尺度应该是组成土体的基本单元,即单颗粒;“宏观”尺度是指能够代表砂土宏观力学特性的砂土颗粒聚集体,或者说是土力学研究的基本微元体及其以上的尺度;“细观”尺度则是指由基本单元组成的较为稳定的结构体,它对宏观尺度的行为有较大影响,显然它既大于基本单元的微观尺度,又小于宏观尺度,在土体中这一细观尺度就是力链<sup>[6]</sup>。对于特定的问题,微观、细观和宏观等三个尺度所指的对象不一样。在固体的统计细观力学研究中<sup>[7]</sup>,微观尺度指的是微裂纹、微孔洞、微损伤和微结构等构成固体损伤演化的基本单元,宏观尺度的固体破坏是大量微损伤的累积,并通过跨尺度的非线性关

联发展而诱发宏观灾变,微小尺度上的某些无序结构的效应可能被强烈放大,上升为显著的大尺度效应,是一种跨尺度演化的过程。在固体颗粒流态化过程中<sup>[8]</sup>,微观尺度指的是微小颗粒,比如平均粒径为55 $\mu\text{m}$ 的FCC颗粒,其表面力较强,诸多颗粒相互吸引形成较为稳定的新结构体——聚团,构成了细观尺度,虽然聚团可以在瞬间破碎和生成,但是一旦生成,则聚团相对稳定,对流态化系统的整体流动、传热和传质等有较大影响。图3分别是固体破坏中微裂纹的级串、土体中力链和气固流态化中的聚团等细观尺度结构,其中固体统计细观力学和流态化多尺度能量极小模型都已经取得了成功,为我们正在进行的土体多尺度研究提供了很好的借鉴。

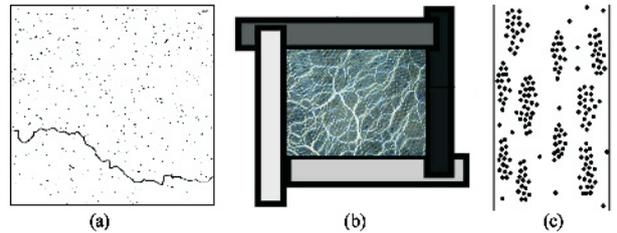


图3 三个典型的多尺度研究例子 (a)二维微裂纹系统中大量微裂纹级串导致破坏;(b)二维土体单剪时的力链;(c)气固流态化过程中的聚团(图片分别来自文献[7],[9]和[8])

### 3 土力学多尺度研究框架

在土体内,毗邻颗粒间发生接触形成诸多强度迥异的力链,单条力链通常由几个或十几个颗粒间持续接触而形成较为稳定的准直线形结构,它们相互交联构成非均匀的网络贯穿于土体中。接触力强的颗粒构成强力链,其数目较少,支撑了颗粒体系的大部分重量及外载荷。弱力链数目巨大,几乎均匀分布在颗粒介质内,与强力链衔接,参与强力链断裂后的重构,在维持强力链剪切稳定性方面起了非常重要的辅助作用<sup>[10,11]</sup>。一般而言,在颗粒位移大、局部土体变形大的部位,往往是强力链断裂和强力得到释放的地方,或者是弱力链为主的地方,因为此时弱力不足以约束土粒运动。不可否认,从土体组构的演化来研究土体宏观力学性能有一定的合理性,如图4所示的土体单剪变形场。但是,我们认为力链网络是土力骨架传递外载荷的途径,其复杂动力学响应更能揭示土体宏观力学性能,是土力学研究的主要矛盾。从图4可以看出,力链网络形态和所对应的颗粒位移有很大不同。在力链网络中,力链方向与剪切

方向的夹角约为 30 度左右,并且非常规则.在剪切带中的力链形态与剪切带外的力链形态基本一致,没有受到影响.

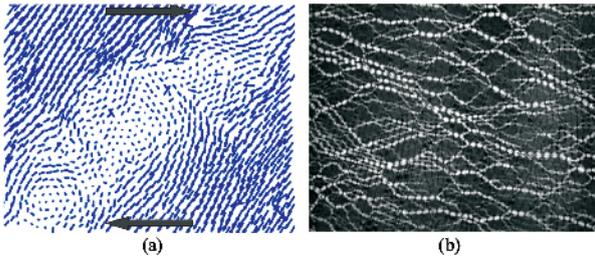


图 4 二维土体单剪时的颗粒位移 (a)土体变形场 (b)力链网络形态(图片来自文献[2])

研究力链及其网络形态的变化也具有直接的理论意义.砂土颗粒粒径可达  $10^{-3}$  m 甚至更大,单条力链可达  $10^{-2}$  m 量级,而连续介质力学所需要的砂土体积单元约为  $10^{-1}$  m,也就是常规三轴试验的尺度,几条力链相互连接就可以贯穿整个砂土试样,进行统计平均已经没有意义,因此力链网络的演变必然会对砂土的力学行为产生极其重要的影响<sup>[12,13]</sup>.近几十年以来,经典土力学就是基于连续介质的统计平均假设,通过体积单元的力学试验,确定其本构关系,从而构成土力学基本理论,这显然属于唯象研究,始终没有从土体内部力或应力传递网络的角度思考土的复杂力学行为.颗粒物质力学经过近 20 年的发展,从微观层次上建立了土颗粒的接触力学理论,可以得到土体内每个颗粒的接触细节,再结合本文中我们提出的多尺度框架,就有可能对土体的复杂本构和可变性特征进行深入理解.

结构决定性质,那么体现在土力学的研究中,则是对于相同的力链网络,尽管土体中颗粒性质、级配等相差很大,也必然有相似的宏观力学规律.我们也可以说,如果土体样本足够大,三轴试验得到应力应变规律具有可重复性,尽管表面看来力链网络形态千差万别,其内在的某一参数必然具有唯一性.来自凝聚态物理学的一个简单例子是,石墨和金刚石都由碳元素组成,只是由于碳原子空间排列和间距不同,导致二者外形和强度的天壤之别.凝聚态物理的研究中发现,如果把碳元素换成同族的硅元素,然后分别排列成石墨和金刚石的空间结构,那么也呈现出与石墨和金刚石非常相近的性能.对于力链网络,我们遇到的难题是要提出一个合理的标度参数来量化力链网络形态及其演变规律,目前看来这方面的工作很艰难,使得我们无法理解土体和颗粒物质具有的独特的静力和动力特性.要取得突破,需解决两

个关联:一是颗粒与力链的关联,包括力链形态判断、力链稳定性与颗粒力学参数的关系等具体问题;二是力链网络与土体本构关系的关联,包括力链形态描述、网络演变规律量化等具体问题.

#### 4 颗粒尺度与力链尺度的关联

力链是颗粒接触力传递的路径,颗粒间接触力的计算准确与否就直接决定了力链的强弱,影响了力链网络形态,进而决定了颗粒物质宏观的力学性能.因此颗粒接触力必须按照接触力学严格计算,任何的简化势必造成对颗粒物质内力链的形成过程以及整个力链网络构型和强度造成影响.一般说来,颗粒表面摩擦系数和颗粒体积分数更直接地影响力链结构及其稳定性.当颗粒体积分数较小时,颗粒较为松散而不能形成强力链;同样,当表面摩擦系数较小时,即使微小剪切也使得力链断裂,因而也不能形成稳定力链,所以这两个参数是决定颗粒物质力学性能的重要参数.这方面进展非常缓慢,人们主要基于光弹性试验测定二维颗粒体系的接触力大小特征,同时还采用激光共聚焦显微镜测定微液滴间接触力分布特征<sup>[14]</sup>,还没有进行力链形态描述的研究.

在颗粒接触力计算方面,球形颗粒接触理论比较成熟,比如在计算法向接触力时,如不考虑颗粒间粘连作用,可采用 Hertz 定律,如考虑颗粒间粘连作用,则采用 Johnson - Kendall - Roberts( JKR )理论、Maugis - Dugdale( MD )理论和 Derjagin - Muller - Toropov( DMT )理论等.切向接触力的计算更加繁琐,不仅依赖于法向力,而且受到切向力加载历史的影响,比如不考虑颗粒间粘连作用,切向力可由 Mindlin - Deresiewicz 接触理论描述;如考虑颗粒间粘连作用,切向力则由 Savkoor - Brigg 接触理论与 Mindlin - Deresiewicz 接触理论相结合形成的 Thornton 接触理论确定.这些接触理论是颗粒准静态弹性接触的分析结果,构成了完整的球形颗粒接触力学体系.

砂土较为简单,颗粒粒径变化范围相对较小,球形度好且质地坚硬,那么在计算法向接触力时可采用 Hertz 理论;而对于粘土,颗粒粒径小,易于粘连变形,此时需采用 DMT 理论、MD 理论和 JKR 理论来计算,其适用范围由 Tabor 数  $\lambda$  决定,  $\lambda = \sigma_0 \left( \frac{9R^*}{2\pi\Delta\gamma E^{*2}} \right)^{1/3}$ , 其中  $\sigma_0 = \frac{16\Delta\gamma}{9\sqrt{3}\varepsilon}$ ,  $\Delta\gamma$  是表面能,  $\varepsilon$  为原子或分子的平衡间距,  $R^*$  和  $E^*$  分别为当量半

径和杨氏模量当量  $1/R^* = 1/R_1 + 1/R_2$ ,  $1/E^* = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$ ;  $E_1, \nu_1$  和  $E_2, \nu_2$  分别为两接触颗粒的杨氏模量和泊松比。

参数  $\lambda$  可以理解为由粘连引起弹性变形与表面力的有效作用范围之比。当 Tabor 数  $\lambda < 0.12$  时, 亦即曲率半径小, 高粘附能和高弹性模量高的颗粒, DMT 接触理论适用; 当  $\lambda > 6$  时, 亦即大半径, 低粘附能和低弹性模量的颗粒, JKR 接触理论适用, 如图 5 所示。

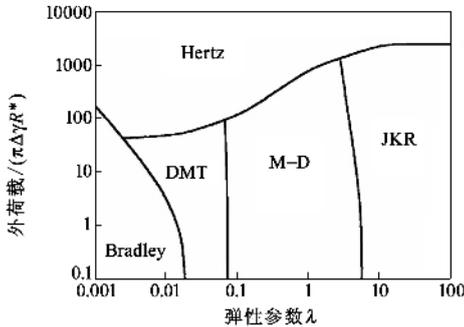


图 5 Hertz 接触理论, JKR 接触理论, DMT 接触理论和 Maugis - Dugdale 理论的适用范围( 图片来自文献 [5])

从图 5 可以看出, 在高载荷时, 比如  $\frac{N}{\pi R^* \Delta \gamma} \approx 40-2500$ , Hertz 接触理论适用。Maugis - Dugdale 区域位于 DMT 区域和 JKR 区域之间, 当 Maugis - Dugdale 区域过渡到 DMT 区域时, 粘连变形小于  $0.05\epsilon$ , Maugis - Dugdale 区域过渡到 JKR 区域时, 粘连变形大于  $20\epsilon$ 。从图 5 还可以看出, 接触面有粘连作用时, 接触面半径要大于 Hertz 理论的计算值; 当载荷确定时, 相对接触半径随着  $\lambda$  的减小而增加, 也就是粘连作用更加明显。在零载荷时甚至负载荷下也能产生一定大小的接触面。

在准确计算颗粒接触力的基础上, 我们确定了二维颗粒体系的力链判断准则: 颗粒必须相邻, 颗粒间球心连线角度变化小于  $30^\circ$ , 同时颗粒上接触力要大于一定数值。图 6 是我们基于此判据, 对滚筒中颗粒混合模拟中得到清晰的准静态力链和动态力链, 我们正对其结构形态进行量化分析。

如图 6 (a) 所示, 当滚筒缓慢旋转时, 绝大部分颗粒处于相对静止状态, 颗粒表面呈现稳定倾斜角, 此时内部的力链是稳定的, 单条力链较长且接触力较大; 当滚筒转速增大时, 颗粒表面倾斜角增大, 表面颗粒发生下滑, 而底部颗粒被滚筒边壁带到表面, 颗粒间同时发生持续接触和摩擦滑动, 形成的力链开始不稳定, 且力链较短, 如图 6 (b) 所示; 当旋转速

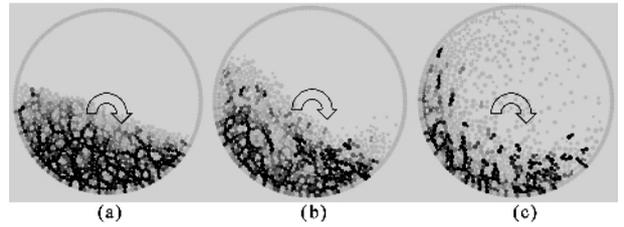


图 6 旋转滚筒中颗粒间的力链。滚筒转速自左向右逐渐增大 ( 图片来自文献 [5])

度继续增大, 多数颗粒脱离颗粒表面而在滚筒内的空间中运动, 力链稳定性很差, 长度也为 3 个颗粒粒径大小, 如图 6 (c) 所示。

### 5 土颗粒与孔隙水的液 - 固耦合

土壤颗粒间通常有孔隙水, 水与颗粒的连接方式由饱和度决定, 并呈现出复杂连通结构( 亦即液桥, liquid bridge )和复杂的流动规律, 直接影响了土的变形和强度。孔隙水在颗粒间的挤压流动和剪切运动是流体力学的难点, 也是土力学的重点和难点, 见图 7。

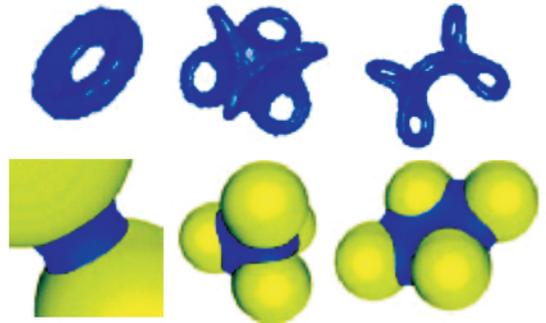


图 7 土颗粒中不同饱和度时的三相分布形态。上一排图是微焦点 X 射线计算机层析得到的孔隙水分布形状; 下一排图是基于 Surface Evolver 软件模拟得到的颗粒与孔隙水气液界面形状( 图片来自文献 [15])

从理论上讲, 多个颗粒通过孔隙水的连通而发生复杂的水动力相互作用, 有着重要的理论意义。研究多颗粒的各类边值问题是一个十分棘手的问题, 即使流场控制方程是线性的, 由于颗粒间水动力相互作用, 使得问题呈现出非线性, 反映到各个颗粒运动的动力学参数之间是相互耦合的, 并且数学上要处理至少三连通以上区域, 既要用到外解表达式, 又要用到内解表达式, 这是由于一个颗粒既属于另外一个颗粒的外场, 另一个颗粒又属于该颗粒的外场, 其解析解相当复杂, 理论上目前没有统一的解决方法, 因而研究工作大多是要么研究场中的单个颗粒,

或用统计学方法处理多个颗粒问题而不考虑它们之间的相互作用,再用各向同性的输运扩散参数来描述。然而这些方法难以处理颗粒相互靠近时的强相互作用问题,比如,当颗粒相互靠近时,其流动的扩散系数就不同于稀疏颗粒群对应的扩散系数,这时需要掌握孔隙水中多颗粒流体力学相互作用的特性。同时颗粒之间的水动力相互作用不仅影响了所有颗粒的外部流场,而且也影响了各自的内部流场,这方面的理论工作由于分析手段的制约而很难开展。研究多个颗粒在流场中的水动力相互作用必然涉及到非定常问题的讨论,涉及时空的耦合,由于非定常问题理论研究的困难,使得国内外对于多颗粒在孔隙水中迁移所引起的非定常流动的研究至今未能给出相应的理论结果。

## 6 力链尺度与土体力学性能的关联

我们把力链网络视为半柔性网络<sup>[16]</sup>,包括网络大小  $W$ 、力链长度  $L$ 、力链交点间距  $l_c$  以及力链半径  $l_b$  等 4 个尺度,尺度间关联就成为分析力链网络力学性能的关键,其中一个重要概念是非仿射长度  $\lambda$ ,  $\lambda = l_c \left( \frac{L}{l_b} \right)^{1/3}$ , 采用  $L$  与  $\lambda$  之比,标度准静态力链网络的剪切模量  $G$ 。其中,我们引入了一个新概念——力链半径  $l_b$ ,颗粒间接触力越大,则  $l_b$  越大,目前还没有把两者一一对应起来,这是从颗粒到力链关联时要着重研究的。我们分析认为  $l_b/l_c$  表征了相邻交点间线段  $l_c$  的压缩刚度和弯曲刚度的比值,  $L/l_c$  是力链  $L$  上的交点数目,而  $\langle l_c \rangle = \pi/\rho$ ,  $\rho$  是力链数密度  $\rho = \frac{NL}{W^2}$ ,显然  $L/\lambda$  考虑了力链网络的 4 个尺度结构。 $L/\lambda$  越大,力链上发生非仿射(亦即发生弯曲)的长度就越大,力链就越“软”,反之亦然。

在初步研究中,  $N$  条长度  $L$ 、半径  $l_b$  的力链在  $W \times W$  的正方形区域内生成,其位置和方向均随机分布。目前仅考虑准静态和小变形的情况,取剪切应变  $\gamma = 0.002$ ,忽略在剪切形变过程中力链间新形成的交点,以及力链的断裂。那么力链间的交点视为永久性连接,亦即力链沿着交点不可相对滑动,但是两力链绕交点自由旋转。左右边界采用周期性边界条件,当沿着上下边界施加  $\gamma = 0.002$  的应变时,力链发生轻微压缩(拉伸)和弯曲并通过交点相互牵连。我们采用 ANSYS 有限元软件计算力链达到力平衡时的形态,此时整个网络的哈密顿能量必然处于极

小值,见图 8(a)。从图 8(b)中可以清晰地看到力链上各点的弯曲和拉伸情况,箭头指向达到平衡时的位置,长短表示位移大小。注意到此时网络中间区域的力链发生了旋转。由此,可以计算得到力链网络的剪切模量,分析力链交点数、长度、力链力学参数对网络剪切模量的影响。

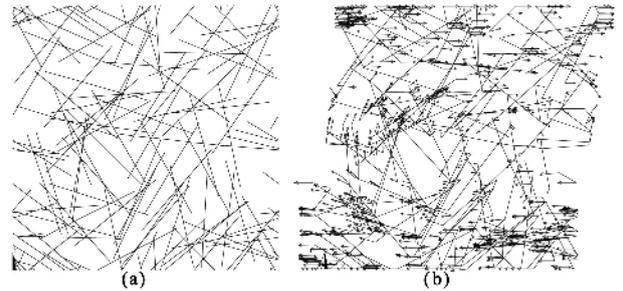


图 8 二维力链网络发生了剪切变形(采用 ANSYS 软件计算得到),其中应变为 0.002,  $L/l_c = 15.0$ ,  $\lambda = 0.483$ 。(a)网络初始分布;(b)力链上各点的位移(图片来自文献[10])

## 7 结论

现代土力学已经得到了很好的发展,在工程应用领域成功地解决了很多工程问题。但是,基于连续介质假设的现代土力学主要是用“唯象”的方法来研究土体,提出的模型已经有很多,往往计算复杂、参数太多,这主要是因为没有提炼出主要矛盾。基于对土力学的思考和颗粒物质力学的研究,我们认为土体具有典型的多尺度结构,可以从颗粒力学的角度研究土体的力学行为,为土体力学行为的研究提供新的途径。我们建立了初步的理论研究框架,提出了力链网络的复杂动力学响应是决定土体复杂本构关系的基本设想,其中力链形态的描述是目前研究的关键。这应该是揭示土的力学特性机理的一条崭新途径,日本京都大学的学者早在几十年前就试图从细观上揭示土的力学特性机理,但仅从单粒及其周围单粒的统计规律出发进行研究,未认识到力链网络的存在,至今未见有突破性成果报道。

清华大学水沙科学与水利水电国家重点实验室正在从理论分析、物理试验和基于自主开发的颗粒离散元 3 个方面进行研究,在解决工程应用问题的同时,逐渐深入土力学的基础研究,希望通过多尺度结构分析,提炼出土体的主要控制因素,能够对一些现象予以准确和简明的理论描述,最终促进颗粒物质力学的发展。由于土体的构成复杂,在研究初期应该对土体进行简化,比如忽略颗粒破碎的影响,把颗

粒形状视为球形,只考虑二维土体等,这主要受限于现有的理论,比如颗粒破碎机制和非规则形状颗粒接触理论尚未建立.我们希望有更多的研究人员能够关注颗粒物质力学的最新研究成果,共同推进土体力学的基础研究工作.

致谢 清华大学于玉贞教授阅读全文,提出了宝贵意见,特此表示感谢.

### 参考文献

[ 1 ] 陆坤权,刘寄星.软物质物理学导论.北京:北京大学出版社,2006[ Lu K Q, Liu J X. Introduction to Soft Matter Physics. Beijing: Peking University Press, 2006( in Chinese ) ]

[ 2 ] 费祥俊,舒安平.泥石流运动机理与灾害防治.北京:清华大学出版社,2004[ Fei X J, Shu A P. Movement Mechanism and Disaster Control for Debris Flow. Beijing: Tsinghua University Press, 2004( in Chinese ) ]

[ 3 ] 李广信.高等土力学.北京:清华大学出版社,2004[ Li G X. Advanced Soil Mechanics. Beijing: Tsinghua University Press, 2004( in Chinese ) ]

[ 4 ] 白以龙.力学进展,1996,26:433[ Bai Y L. Advances in Mechanics, 1996 26:433( in Chinese ) ]

[ 5 ] 孙其诚,王光谦.颗粒物质力学导论.北京:科学出版社,2009[ Sun Q C, Wang G Q. Introduction to Granular Matter Mechanics. Beijing: Science Press, 2009( in Chinese ) ]

[ 6 ] 孙其诚,王光谦.自然科学进展,2008,18:1104[ Sun Q C, Wang G Q. Progress in Natural Science, 2008, 18:1104( in Chinese ) ]

[ 7 ] 夏蒙芬,白以龙,柯孚久.中国科学A,1994,24:37[ Xia M F, Bai Y L, Ke F J. Science in China Series A, 1994 24:37( in Chinese ) ]

[ 8 ] 李静海,郭慕孙, L. Reh. 中国科学B,1992,22:1127[ Li J H, Guo M S, L. Reh. Science in China Series B, 1992 22:1127( in Chinese ) ]

[ 9 ] Majmudar T S, Behringer R P. Nature, 2005, 435:1079

[ 10 ] Edwards S F, Oakeshott R B S. Physica D, 1989, 38:88

[ 11 ] Cates M E, Wittmer J P, Bouchaud J P *et al.* Phys. Rev. Lett., 1998, 81:1841

[ 12 ] 孙其诚,王光谦.力学进展,2008,38:87[ Sun Q C, Wang G Q. Advances in Mechanics, 2008 38:87( in Chinese ) ]

[ 13 ] Campbell C S. J. Fluid Mech., 2002, 465:261

[ 14 ] Zhou J, Long S, Wang Q *et al.* Science, 2006, 312:1631

[ 15 ] Scheel M, Seemann R, Brinkmann M *et al.* Nature Materials, 2008, 7(3):189

[ 16 ] Head D A, Levine A J, Mackintosh F C. Phys. Rev. E, 2003, 68:061907

## 封面故事

肖家桥堰塞湖是“5.12”大地震在四川安县茶坪河干流形成的仅次于唐家山堰塞湖的第二大高危堰塞湖,坝上积雨面积154.81平方公里,坝高57—67米,坝长260米,坝宽390米,滑坡方量约242万立方米,最大蓄水量3000万立方米,直接威胁坝下游12.78万人的生命财产安全.

肖家桥堰塞湖形成后,清华大学等各方面专家快速到现场观测,制定出了排险避灾的科学方案.四川水电工程局于5月25日至6月6日,连续不间断施工,共开挖土方19.8万立方米,形成上口门宽120米,下口门宽40米,深30米的导流明渠.6月6日13时15分,肖家桥堰塞湖实施有控制泄水导流.下泄流量由小到大,逐渐排泄,堰口最大流量达到1200立方米/秒,并先后启动1/5、1/3溃坝疏散撤离预案,19:45分水流平稳,21时解除警报.泄水历时8小时,坝前水位下降15.37米,下泄水量700万立方米,泄流成功.在肖家桥堰塞湖泄流过程中,临时有序疏散下游群众4.8万人,无人员伤亡和财产损失.

照片是2008年6月3日12时由清华大学王光谦从坝上游拍摄的肖家桥堰塞湖及导流明渠施工场景.

(清华大学 王光谦)

### · 物理新闻和动态 ·

## 多语种广告

在竞争日益激烈的全球商业营销中,一个总部设在美

国、比利时和日本的跨国公司,要想在印度销售它的商品,应该用什么语言作为它的电视广告用语呢?显然用印度的土著语言——印地语或英语是一种好的选择,因为大多数印度人说印地语,但一部分城市居民同时还说英语.

美国 Minnesota 大学的 R. Ahluwalia 博士和 Michigan 大学的市场营销专家 A. Krishna 博士合作研究后发现,这个问题在很大程度上是与销售什么商品有关.当你需要销售豪华的奢侈性商品,如高级的巧克力、化妆品时,你的销售对象是能用两种语言说话的消费者,这时使用英语较好.而一些属于生活必需品的商品,如清洁剂等,则用销售地的母语效果比较好.所以广告语言最合适的方法是使用混合语言.

研究者们在西班牙作了一些试验,他们发现在西班牙推销跨国公司的产品时,如果只使用西班牙文,对于某些双语消费者比较重要的商品,其销售效果远不如同时使用西班牙文和英文两种语言作广告有效.这时外语的使用具有非常积极的影响.但这种效果对于生活必需品种类的商品就没有太大的差别,相反,仅仅使用西班牙文可能会有更大的说服力.

研究人员还发现,在销售商品过程中,如何划分和挑选语言,将其做出分类是一件相当困难的工作.一般来说,用销售地母语作广告所承载的商品没有用英语作广告的商品精致和高级,但这些分类对于公司来说是涉及价值数百万美元的广告预算,因此是一个有重要影响的决策.有时候归属分类不当常会带来适得其反的广告效应.因此为安全起见,两位研究者建议,还是使用两种混合语言的广告比较合适.

(云中客 摘自 Physics News Update, 873 25 September 2008)