

连续变量多组分纠缠态光场及其在量子计算中的应用^{*}

苏晓龙 贾晓军 谢常德 彭堃掇[†]

(山西大学光电研究所 量子光学与光量子器件国家重点实验室 太原 030006)

摘要 在发展基于单光子的量子信息系统的同时,以光场正交分量为基础的连续变量量子信息科学也在蓬勃发展,多组分纠缠态光场是研究连续变量量子计算的基本资源.文章简要介绍了连续变量多组分纠缠态光场的概念和制备方法,以及连续变量量子计算的基本模型和实验研究进展.

关键词 多组分纠缠态,连续变量,量子计算

Multipartite entangled optical fields with continuous variables and their applications in quantum computation

SU Xiao-Long JIA Xiao-Jun XIE Chang-De PENG Kun-Chi[†]

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan, 030006, China)

Abstract In parallel with quantum information systems based on single photons, optical quantum information science with continuous variables based on the quadrature components of optical fields is also developing rapidly. For this, multipartite entangled states of light are the fundamental resources. In this paper we first introduce the concepts and preparation of multipartite entangled states, then discuss the basic models of quantum computation with continuous variables and the progress in experimental investigations.

Keywords multipartite entangled states, continuous variables, quantum computation

1 引言

量子信息是量子物理学与计算机科学、信息科学相结合的新兴学科,它是以量子力学的基本原理为基础,通过量子系统的各种相干特性(量子并行、量子纠缠、量子不可克隆等),进行计算、编码和信息传输的全新信息方式.量子信息是一个相对年轻的学科,一方面它赋予信息科学新的生命力,另一方面它又可以反过来从信息理论的角度具体化量子物理的概念,这将导致对量子理论更深层次的理解.信息的存储、处理和传输都依赖于物理系统,因此它们本质上服从物理学规律.经典信息和计算以经典物理概念为基础,而量子信息则是以量子力学原理为基本出发点.

量子信息科学根据所利用的量子系统的本征态具有分离谱或是连续谱结构而区分为分离变量与连

续变量两大类.能够用可数(有限)维希尔伯特空间表征的量子变量为分离变量,如光子或光波场的偏振.另一类量子变量,如粒子的位置与动量,光波场的正交振幅与正交位相分量等,它们的每一个值对应不同的正交本征态,其本征态构成无限维希尔伯特空间,称为连续变量.量子信息科学首先在分离变量领域提出和发展^[1],后来扩展到连续变量领域^[2,3].

量子纠缠是量子信息和量子计算的重要资源,它是量子系统独有的特性,不存在任何经典类似.量子纠缠反映了一个系统中子系统之间的量子相关性与不可分性.当两个或两个以上的子系统构成的量

^{*} 国家重点基础研究发展计划(批准号:2010CB923103)、国家自然科学基金创新研究群体科学基金(批准号:60821004)、国家自然科学基金(批准号:60736040)资助项目

2010-08-13 收到

[†] 通讯联系人. Email: kcpeng@sxu.edu.cn

子体系的态矢量,在任何量子力学表象中,都无法表示为组成它的各子系统量子态矢的直积形式时,这些子系统之间即表现出相互纠缠的不可分特性,即使将它们空间分离,对一个子系统的观测也必然影响其他子系统的测量结果.这种相互依存的非定域关联称为量子纠缠或简称纠缠.正因为利用纠缠,人们才能够突破经典电动力学的框架,从全新的视角去发展信息科学与技术,完成一系列经典通信不可能完成的工作,其中最引人注目的是量子离物传送(quantum teleportation)、量子密集编码(quantum dense coding)和量子密钥分发(quantum key distribution)等.

二粒子系统的纠缠概念最早于1935年在 Einstein, Podolsky 和 Rosen (EPR)三位科学家联合发表的著名论文中提出^[4],因此由两个子系统构成的纠缠态常常又被称为“EPR”对.虽然在 EPR 原始文献中,所讨论的可观测量子变量,是具有连续谱的正则坐标与动量,但是由于难于在量子水平上精确测定微观粒子的坐标与动量,所以早期验证 EPR 纠缠的实验都是用分离变量(粒子自旋或光子的偏振)执行的.由多于两个子系统构成的量子纠缠态称为多粒子(multiparticle)或多组分(multipartite)纠缠态.多组分纠缠态是进行量子计算和量子网络通信的基础.现已发现存在着不同类型的多组分量子纠缠态,它们具有不同的物理结构和物理特性,表征它们的波函数与量子不可分性判据也不相同.根据不同的关联类型,多组分纠缠态的形式可以多种多样.目前已经研究的连续变量多组分纠缠态主要包括以下几大类:Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 纠缠态^[5]、cluster 纠缠态^[6,7]、权重 Graph 纠缠态^[8]等.根据连续变量多组分纠缠态的多样性,我们可以应用它们完成不同的量子信息工作,如:受控密集编码量子通信^[9]、量子通信网络^[10]、量子秘密共享^[11]、量子计算^[12]、量子协作^[13]等.

一个连续变量量子计算机更适合于模拟连续变化的量子系统^[14].连续变量量子计算首先由 Lloyd 和 Braunstein 提出^[15].虽然噪声和有限的纠缠度使准确操控连续变量比操控分离变量更困难,但是从原理上讲,在某些情况下,连续变量量子计算机可以执行分离变量量子计算机所不能完成的任务.随后, Menicuuci 等提出了连续变量高斯 cluster 态 One-way 量子计算模型,并设计了使用压缩光的线性变换和平衡零拍探测执行单向(One-way)量子计算的理论方案^[12].在这个方案中,只需要进行单模平衡

零拍探测就可以对编码在 cluster 态上的信息进行多模高斯变换.如果再增加至少一个非 Gaussian 操作,就可以执行通用量子计算.

本文第二部分简要介绍连续变量多组分纠缠态光场及其实验制备,第三部分介绍连续变量量子计算模型及其实验进展,第四部分进行小结.

2 连续变量多组分纠缠态光场

在量子光学中,光场用湮灭算符 \hat{a} 表示.湮灭算符 \hat{a} 是非厄米的,不能被测量.光场的正交振幅和正交位相分量是厄米算符,可以被测量.量子化光场 \hat{a} 的正交振幅(\hat{X}_a)和正交位相(\hat{Y}_a)分量定义为:

$$\begin{aligned}\hat{X}_a &= \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad , \\ \hat{Y}_a &= \frac{i}{2}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \quad ,\end{aligned}\quad (1)$$

其中 a 与 a^\dagger 分别为光场的产生与湮灭算符.当光场为相干态或真空态时,其起伏方差为: $V(\hat{X}_a) = V(\hat{Y}_a) = 1/4$.

2.1 连续变量 GHZ 纠缠态

光学场连续变量 GHZ 纠缠态是 N 个子系统正交振幅(位相)分量之总和及两两相对正交位相(振幅)分量之差的本征态.当这些正交分量的和及差的起伏方差低于相应的标准量子极限时,这 N 个子系统处于类分离变量的 GHZ 纠缠态^[5].GHZ 态光场的正交振幅分量和正交位相分量具有如下量子关联:

$$\begin{aligned}\hat{X}_1 + \hat{X}_2 + \cdots + \hat{X}_N &\rightarrow 0 \quad , \\ \hat{Y}_i - \hat{Y}_j &\rightarrow 0 \quad ,\end{aligned}\quad (2)$$

或

$$\begin{aligned}\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2 + \cdots + \hat{Y}_N &\rightarrow 0 \quad , \\ \hat{X}_i - \hat{X}_j &\rightarrow 0 \quad ,\end{aligned}\quad (3)$$

其中 $i, j = 1, 2, \dots, N$.

目前,几个研究组已产生了连续变量三组分纠缠态,并将它们成功地应用于受控密集编码量子通信^[9]、量子离物传送网络^[10]和量子秘密共享^[11]等.2007年,我们研究组设计了利用正交压缩态光场产生连续变量四组分纠缠态光场的实验系统^[16],并从实验上获得了四组分 GHZ 和 cluster 纠缠态^[17],实验结果满足连续变量多组分纠缠的完全不可分判据.

2.2 连续变量 cluster 纠缠态

Cluster 纠缠态的纠缠保持特性要优于 GHZ 纠缠态.例如,仅仅执行一次测量就可以完全破坏 N 组分 GHZ 态的纠缠,而完全破坏 cluster 纠缠态

则至少需要 $N/2$ 次测量^[6]. 连续变量一维 cluster 纠缠态具有“链式结构”, 可以通过压缩态光场和相邻两模之间的量子非破坏(QND)耦合获得. 二组分与三组分 GHZ 纠缠态与 cluster 纠缠态没有区别, 但如果子系统在三组分以上, 二者则具有不同性质. 已从理论上证明, 连续变量 cluster 态加上任何单模非高斯测量可以完成通用量子计算^[12].

在无限压缩的情况下, 连续变量 cluster 纠缠态中的每个模式 \hat{a}_i 的正交分量之间具有以下的相关关系式:

$$\hat{Y}_{a_i} - \sum_{a_j \in N_a} \hat{X}_{a_j} \rightarrow 0, \quad a_i \in G, \quad (4)$$

$a_j \in N_a$ 表示与 a_i 模式相邻并具有相互作用的所有模式, 模式 \hat{a}_i 为 cluster 纠缠态中的任意模式. 利用 N 个压缩态光场 \hat{a}_i ($i=1-N$), 经过一系列合适的分束器耦合后, 即可制备连续变量 cluster 纠缠态^[7].

2007 年, 我们研究组首先从实验上获得了连续变量四组分 cluster 纠缠态^[17]. 随后, 日本东京大学的研究组也实验制备了连续变量四组分 cluster 纠缠态光场^[18].

除连续变量 GHZ 纠缠态和 cluster 纠缠态之外, 各种类型的连续变量高斯图态(Gaussian graph state)也引起了广泛的研究兴趣. 图态是由多个量子系统以某种图形结构形成的多组分纠缠态. 图形中的每一个顶点代表一个物理系统, 顶点之间被相应系统的物理相互作用所连接^[8, 19]. 当图态中各个连线的相互作用均相同时, 称为非权重(unweighted)图态^[19], 如果它们不完全相同, 则称为权重(weighted)图态^[8]. 依赖不同的图形结构, 图态具有不同的纠缠特性. 这些性质各异的图量子态, 为我们设计不同类型的量子信息网络提供了丰富的纠缠资源. 例如, 张靖等提出利用连续变量权重图态, 可以无条件地执行任意多组分之间的量子协作(quantum teamwork)通信, 而不遭遇 qubit 模式下可能遇到的量子挫败(frustration)^[13]. 2008 年, 我们研究组首先实验制备了四组分权重图态^[20]. 由于其任意三组分之间均存在量子关联, 我们称之为 TTPC 纠缠态(total three-party correlation). 随后, 我们利用连续变量四组分 TTPC 纠缠态设计了两种量子密集编码通信网络^[21]. 在此通信网络中, 任意两个用户之间的通信被其余一个或两个用户控制.

2.3 连续变量多组分纠缠态量子不可分判据

Peter van Loock 等人研究了连续变量多组分

纠缠态的量子不可分判据, 为验证多组分纠缠态提供了依据^[22]. 考虑光场正交分量的以下线性组合:

$$\begin{aligned} \hat{u} &= h_1 \hat{X}_1 + h_2 \hat{X}_2 + \cdots + h_N \hat{X}_N, \\ \hat{v} &= g_1 \hat{Y}_1 + g_2 \hat{Y}_2 + \cdots + g_N \hat{Y}_N, \end{aligned} \quad (5)$$

判断 N 组分态可分或部分可分的必要条件是:

$$V(\hat{u})_\rho + V(\hat{v})_\rho \geq f(h_1, h_2, \cdots, h_N, g_1, g_2, \cdots, g_N), \quad (6)$$

其中 $f(h_1, h_2, \cdots, h_N, g_1, g_2, \cdots, g_N)$ 表示参量为 h_1, h_2, \cdots, h_N 和 g_1, g_2, \cdots, g_N 的函数. 对于任意部分可分的形式, 所有的密度矩阵算符可以写成:

$$\hat{\rho} = \sum_i \eta_i \hat{\rho}_{i, k_r, \dots, m} \otimes \hat{\rho}_{i, k_s, \dots, n}, \quad (7)$$

其中权重数 $\eta_i \geq 0$ 且满足 $\sum_i \eta_i = 1$, (m, n) 为一对可分的模式, $k_r \neq k_s$ 代表其余的模式. Peter van Loock 等人证明判断 N 组分态可分或部分可分的条件为:

$$V(\hat{u})_\rho + V(\hat{v})_\rho \geq \frac{1}{2} (|h_m g_m + \sum_r h_k g_k| + |h_n g_n + \sum_s h_k g_k|). \quad (8)$$

若违背上述条件, 则为纠缠态. 对于完全可分态, 其边界为 $\sum_j |h_j g_j| / 2$ ($j=1, \dots, N$), 大于部分可分态的边界. 因此, 若违背部分可分态的必要条件, 则必定违背完全可分态的必要条件. 针对各种类型的多组分纠缠态, 根据(8)式, 可以推导出具体的量子不可分判据.

2.4 连续变量多组分纠缠态光场的实验制备

以单模压缩态光场为基础, 经过一系列分束器耦合, 通过选择合适的耦合比例和干涉位相, 既可以制备连续变量多组分 GHZ 纠缠态光场, 也可以制备连续变量多组分 cluster 纠缠态光场. 我们以连续变量四组分 GHZ 纠缠态光场和 cluster 纠缠态光场的实验制备为例进行说明.

实验制备连续变量四组分 GHZ 纠缠态光场和线性 cluster 纠缠态光场的实验装置如图 1 所示. 激光器(Nd:YAP/KTP laser)输出的 540nm 的绿光和 1080nm 的红外光分别注入两个非简并光学参量放大器(NOPA1 和 NOPA2)作为泵浦场和注入信号场. 当非简并光学参量放大器运转于参量反放大状态时, 输出场信号模与闲置模在正和负 45° 方向的耦合模分别为正交振幅和正交位相压缩态光场^[23]. 由一对非简并光学参量放大器 NOPA1 和 NOPA2 产生的四个正交压缩态光场(分别由 a_1, a_2, a_3, a_4 表示), 经过分束器耦合, 产生 GHZ 和 cluster 四组分纠缠态. 两个明亮的正交振幅压缩态光场 a_2 和 a_3 以 $\pi/2$ 的位相差在一个 50% 分束器 BS₁ 上耦

合,位相压缩光 a_1 和 BS1 的输出场 a_5 以 0 位相差在 50%分束器 BS₂ 上耦合, a_4 和 a_6 以 0 位相差在 50%分束器 BS₃ 上耦合,则输出光场 b_1, b_2, b_3 和 b_4 为 GHZ 四组分纠缠态光场.若将 a_4 和 a_6 之间的位相差控制为 $\pi/2$,其余系统保持不变,则输出光场 b_1, b_2, b_3 和 b_4 为线性 cluster 四组分纠缠态光场.我们实验制备了量子关联度约 1.2dB 的连续变量四组分 GHZ 纠缠态光场和线性 cluster 纠缠态光场,它们满足各自的纠缠判据^[17].

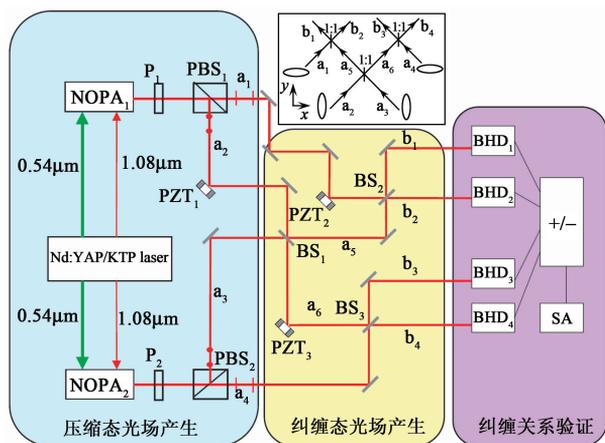


图1 连续变量四组分 cluster 和类 GHZ 纠缠态实验产生系统(图中上方小插图为原理示意图)

在日本东京大学产生连续变量四组分 cluster 纠缠态的系统中,利用 4 个光学参量放大器制备 4 个单模压缩态光场,再经过一系列分束器耦合,获得四组分 cluster 纠缠态光场^[18].在线性 cluster 四组分纠缠态产生系统中,若将分束器 BS₁ 的分束比选择为 1:4,则可抑制反压缩分量对 cluster 纠缠态量子关联的影响^[24].经此改进,我们获得了量子关联度为 3dB 的线性 cluster 四组分纠缠态光场,并用它演示了连续变量可控 X 操作^[25].

3 连续变量量子计算

量子力学使量子计算机有可能执行经典计算机所不能有效完成的某些计算工作.通过将量子比特(qubit)编码到分离的量子系统上,并对量子比特执行一系列通用量子逻辑操作,从而实现通用量子计算.目前量子计算的模型主要有两种:一种是传统的量子线路模型;另一种是基于测量的单向量子计算模型.单向量子计算以 cluster 纠缠态为基本资源,通过对一些量子比特的测量和测量结果的前馈执行量子计算,后续测量基的选择依赖于以前的测量结果.

一个连续变量量子计算机更适合于模拟连续变

化的量子系统.连续变量量子计算首先由 Lloyd 和 Braunstein 提出^[15].他们分析了如何实现由哈密顿量(为谐振子算符 \hat{a} 和 \hat{a}^+ 的多项式)描写的量子门(么正变换),并证明了实现通用量子计算只需要有限的连续变量量子逻辑门.由算符 \hat{a} 和 \hat{a}^+ 三阶以上多项式表示的哈密顿量相当于对模式 \hat{a} 的非线性变换.要执行通用量子计算,也就是实现任意哈密顿量,必须至少执行一个非线性变换.虽然噪声和有限纠缠度导致的有限精确性使准确操控连续变量比操控分离变量更困难.但是,随着纠缠度的提高和量子纠缠技术的应用,这些问题可能得到解决.2003 年, Ralph 等人研究了利用相干态进行量子计算的方案^[26].2006 年, N. C. Menicucci 等提出了连续变量高斯 cluster 态 One-way 量子计算模型,并设计了使用压缩光线性变换和平衡零拍探测执行 One-way 量子计算的理论方案^[12].在这个方案中,只需要进行单模平衡零拍探测就可以对编码在 cluster 态上的信息进行多模高斯变换.在此基础上,再增加至少一个非高斯操作,就可以执行通用量子计算.随后,Loock 和 Gu 等人进一步细化了连续变量 cluster 态量子计算模型^[27,28].2009 年,我们研究组以连续变量四组分 cluster 态为基础,通过理论计算,设计了不同类型的连续变量量子逻辑门^[24].

2008 年,日本东京大学的研究组以压缩态为辅助态,实验演示了连续变量可控 X 操作^[29].随后,他们又实验完成了连续变量量子误差修正^[30]和一个通用量子二次相位门^[31].在误差修正实验中,基于九束光场之间的纠缠,量子信息被编码到连续变量上,实验结果证实了量子误差修正^[30].在他们的通用量子二次相位门实验中,输入态和一束辅助的压缩光,通过 QND 门耦合后,产生双模 cluster 态,然后通过测量其中一束光场的正交位相分量,并将测量结果前馈到另一束光场的正交位相分量上,执行相空间平移,从而完成二次相位门操作^[31].我们研究组以连续变量线性 cluster 四组分纠缠态为基础,经过测量和测量结果的前馈,实验演示了可控 X 操作^[25].

3.1 连续变量量子计算的逻辑操作

量子逻辑操作是量子计算的重要组成部分.在连续变量量子计算的标准模型^[27]中,将泡利 \hat{X} 和 \hat{Z} 算符推广到相空间平移算符组(Weyl-Heisenberg 组).对于满足对易关系 $[\hat{q}, \hat{p}] = i$ 的连续变量算符,位置算符 \hat{q} 和动量算符 \hat{p} ,相空间变换算符定义为

$$\hat{X}(s) = e^{-is\hat{p}} \quad \text{和} \quad \hat{Z}(t) = e^{-it\hat{q}} \quad s, t \in \mathbb{R} \quad (9)$$

$\hat{X}(s)$ 和 $\hat{Z}(t)$ 作用到连续的计算基态 $|q\rangle_q$ 和 $|p\rangle_p$ (位置和动量本征态)上, $\hat{X}(s)|q\rangle_q = |q+s\rangle_q$ 和 $\hat{Z}(t)|p\rangle_p = |p+t\rangle_p$,因此, $\hat{X}(s)$ 和 $\hat{Z}(t)$ 的作用是完成相空间平移变换.

通过 Fourier 变换算符可以实现位置基 $|q\rangle$ 和 $|p\rangle$ 动量基之间的变换,相当于 qubit 情况下的 Hadamard 门. Fourier 变换算符的表达式为

$$\hat{F} = \exp[i((\pi/4)(\hat{q}^2 + \hat{p}^2))] \quad (10)$$

Fourier 变换算符作用到位置 $|q\rangle$ 上,将其变换为动量基 $|p\rangle$,如下式所示:

$$\hat{F}|s\rangle_q = |s\rangle_p \quad (11)$$

CNOT 和 CPHASE 操作推广到连续变量领域就是可控 X 和可控 Z 操作,由控制变量的位置本征值决定目标变量在相空间的平移.可控 X 和可控 Z 操作分别表示为

$$C_X = \exp(-i\hat{q} \otimes \hat{p}) \text{ 和 } C_Z = \exp(-i\hat{q} \otimes \hat{q}) \quad (12)$$

3.2 基于连续变量 cluster 纠缠态的量子计算模型

分离变量 cluster 态量子计算模型的本质是单比特 teleportation 模型^[27].连续变量 cluster 量子计算也以 teleportation 为基本演化.图 2 为连续变量 cluster 量子计算中 teleportation 单元.图中输入态(模式 1) $|\Psi\rangle$,通过连续变量可控 Z 门与模式 2 的零动量本征态 $|p=0\rangle = \int dx |x\rangle/\sqrt{\pi}$ 耦合.经过 Fourier 变换 $F(F|x\rangle = \int dy e^{2ixy} |y\rangle/\sqrt{\pi} = |p=x\rangle)$ 和任意的关于计算基的对角操作 $\hat{D}(\hat{D} = \exp[i f(\hat{x})])$,测量模式 1 的位置变量 \hat{x} ,测量结果为 s ,则模式 2 演化为 $X(s)FD|\Psi\rangle$.通过在特定的 cluster 态上组合这种基本的 teleportation 单元,则可以执行量子计算.

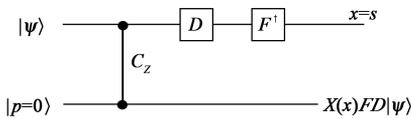


图 2 连续变量 cluster 量子计算中的 teleportation 单元

3.3 连续变量量子逻辑门的实验实现

与连续变量量子计算理论研究的突飞猛进相比,实验研究发展还处于初步阶段.实验中,由于存在噪声和只能产生有限压缩度的压缩光,所产生的 cluster 态不可能是理想的.然而,误差修正方案的提出和实验实现^[30],以及光场压缩度与纠缠度的不断提高^[32-34],为进行连续变量 cluster 量子计算实验研究提供了理论和技术支撑,我们研究组利用线性四组分纠缠 cluster 态成功地执行了可控 X 逻辑操作,原则上证实了用 cluster 态实现量子逻辑运算

的可行性.

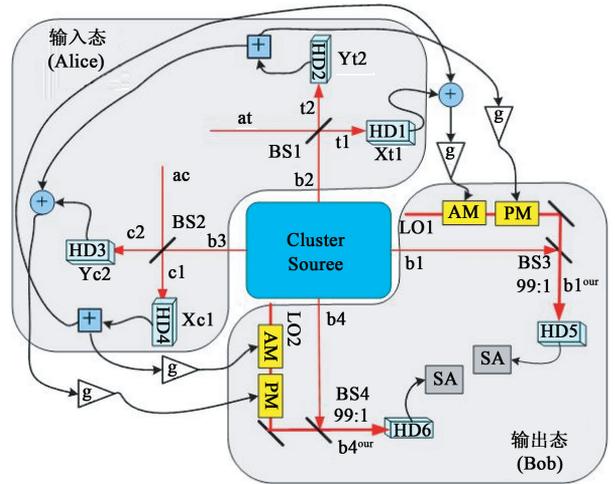


图 3 利用四组分线性 cluster 纠缠态实现可控 X 操作

图 3 所示是利用四组分线性 cluster 纠缠态实现可控 X 操作的实验系统^[25].将两束输入光场 at 和 ac 与四组分线性 cluster 态的子模 $b2$ 和 $b3$ 模耦合,用平衡零拍探测系统测量其输出光场的正交分量,并将之反馈到四组分 cluster 态的其余两个子模 $b1$ 和 $b4$ 的正交分量上,最后利用平衡零拍探测系统对输出光场进行测量,以验证可控 X 操作.我们方案的优点在于采用 cluster 态可以实现非局域的量子操作,完成双模演化.可控 X 操作的哈密顿量为: $H = -\hat{X}_c \hat{Y}_t$,下标 c 和 t 分别表示控制模式和目标模式.可控 X 操作理想的输入输出关系如下:

$$\begin{aligned} \hat{X}_c^{\text{out}} &= \hat{X}_c, \hat{X}_t^{\text{out}} = \hat{X}_t - \hat{X}_c, \\ \hat{Y}_c^{\text{out}} &= \hat{Y}_c + \hat{Y}_t, \hat{Y}_t^{\text{out}} = \hat{Y}_t \end{aligned} \quad (13)$$

即输入的控制分量 \hat{X}_c (\hat{Y}_t) 被叠加到输出的目标模式 \hat{X}_t^{out} (\hat{Y}_c^{out}) 上,而 \hat{X}_c (\hat{Y}_t) 保持不变.对于有限压缩,输出模式正交分量的表达式如下^[25]:

$$\begin{aligned} \hat{X}_t^{\text{out}} &= \sqrt{\frac{5}{2}} e^{-r} \hat{X}_{a_2}^{(0)} - \sqrt{\frac{1}{2}} e^{-r} \hat{Y}_{a_4}^{(0)} + \hat{X}_t - \hat{X}_c \\ \hat{Y}_t^{\text{out}} &= \sqrt{2} e^{-r} \hat{Y}_{a_1}^{(0)} + \hat{Y}_t \\ \hat{X}_c^{\text{out}} &= \sqrt{2} e^{-r} \hat{Y}_{a_4}^{(0)} + \hat{X}_c \end{aligned} \quad (14)$$

$$\hat{Y}_c^{\text{out}} = -\sqrt{\frac{5}{2}} e^{-r} \hat{X}_{a_3}^{(0)} + \sqrt{\frac{1}{2}} e^{-r} \hat{Y}_{a_1}^{(0)} + \hat{Y}_t + \hat{Y}_c$$

其中上标 0 表示真空场的正交分量, r 为压缩参量.当 $r \rightarrow \infty$ 时,(14) 式即为理想情况下可控 X 操作的输入输出关系.

图 4 是输入场为真空场时,可控 X 操作前后输入、输出场的噪声谱变化.图中曲线 1 为散粒噪声基准.直线为理想情况下各输出场正交分量的噪声.此时,输出控制态噪声 \hat{X}_c^{out} 和 \hat{Y}_t^{out} 噪声保持不变,仍

然处于散粒噪声基准,而输出目标态噪声 \hat{X}_t^{out} 和 \hat{Y}_c^{out} 的噪声高出散粒噪声基准 3dB. 曲线 2 和 3 分别是不使用和使用 cluster 纠缠态时,输出场正交分量的噪声谱. 当使用 cluster 纠缠态时,输出场正交分量的噪声比不使用 cluster 纠缠态时的噪声低约 1.8dB. 我们利用表示实验获得的输出态 ρ_2 和理想输出态 ρ_1 之间重叠度的保真度公式 $F = \{\text{Tr}[\langle \sqrt{\rho_1} \rho_2 \sqrt{\rho_1} \rangle^{1/2}]\}^2$ 来定量描述可控 X 操作的执能. 当不使用 cluster 纠缠态($r=0$)时,控制模式和目标模式的保真度均为 0.73. 当使用 cluster 纠缠态时,我们实验获得的控制模式和目标模式的保真度均为 0.87,比不使用 cluster 纠缠态时高 0.14.

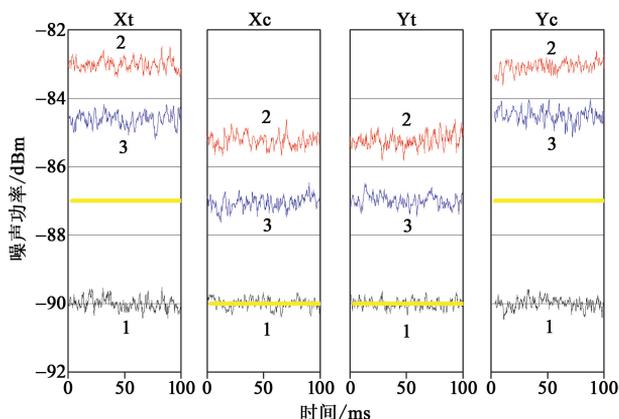


图4 真空场输入时可控 X 操作输出场的噪声谱

图 5 是日本东京大学实验演示二阶量子相位门的示意图^[31]. 输入态 $|\psi\rangle$ 和一束辅助的压缩光, 通过 QND 门耦合后, 产生双模 cluster 态. 然后通过测量其中一束光场的正交位相分量, 并将测量结果前馈到另一束光场的正交位相分量上, 以进行相空间平移, 则输出光场完成二次相位门操作. 在这一实验中, 二次相位门完全由平衡零拍探测中本地震荡光的位相控制. 二次相位门结合相空间平移和傅里叶变换, 构成可以执行任何单模高斯变换的通用门.

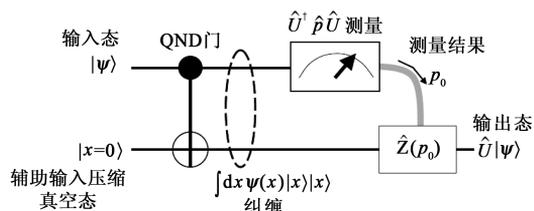


图5 量子二次相位门示意图

3.4 连续变量通用量子计算

目前实验演示连续变量量子逻辑门仅限于量子二次相位门. 为了执行通用量子计算需要实现三阶

相位门(cubic phase gate). 与量子二次相位门相比, 三阶相位门的物理实现更具有挑战性. 由于所要实现的哈密顿量不再是正交分量的二次方, 因此需要一个非线性光学元素. 实现三阶相位门有两个独立的方案, 一种是在 cluster 纠缠态中嵌入非线性资源, 使之成为非高斯态; 另一种方案是对于已经存在的高斯 cluster 纠缠态的模式执行光子计数^[35]. 以前的研究表明, 如果可以通过在 cluster 纠缠态上执行测量实现三阶相位门, 则三阶相位门可被应用于任意输入态. Gu 等人通过将连续变量 cluster 纠缠态量子计算结构扩展到包括非高斯资源的系统, 从理论上证明了在仅使用高斯操作的连续变量 cluster 纠缠态结构中, 增加一个合适的非高斯操作, 就足以实现通用量子计算^[28].

4 小结

本文简要介绍了连续变量多组分纠缠态光场的概念和实验制备方法, 同时描述了连续变量量子计算的模型及实验进展. 目前, 分离变量量子信息和连续变量量子信息正在并行发展. 分离变量量子信息一般情况具有条件性, 效率受到限制, 但其保真度很高; 连续变量量子信息具有无条件性的特点, 可以达到高效率, 但是其保真度低. 为了发展实用的量子信息系统, 混合(hybrid)的量子信息协议具有一定的优势^[36]. 它结合了分离变量和连续变量量子信息的技术手段, 可以更有效地实现量子中继、量子计算等量子信息工作.

目前, 量子通信和量子计算研究正在向纵深发展. 制备多组分纠缠态是发展量子计算与量子信息网络的前提. 随着多光子分离变量和多组分连续变量量子纠缠产生系统的日趋完善, 以及各类量子通信网络和量子计算理论设计方案的问世, 量子信息科学研究正在逐步向实用化目标拓展. 虽然在实用化进程中还存在很多技术难题, 如退相干、纠缠纯化等尚待解决, 然而量子物理与信息科学相结合所展示的诱人前景是不容置疑的. 发展量子信息的终极目标不是取代现有的经典信息系统, 而是利用量子物理的独有特性去补充经典信息的不足, 量子信息科学必须与经典信息技术相结合才能构成完美的信息体系. 随着研究的进一步深入, 相信量子信息距离我们的日常生活将会越来越近, 最终对日常生活产生巨大的推动作用.

参考文献

- [1] Nielsen M A, Chuang I L. Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge: Cambridge University Press, 2000
- [2] Braunstein S L, Van Loock P. Rev. Mod. Phys. ,2005,77:513
- [3] Wang X B, Hiroshima T, Tomita A *et al.* Phys. Rep. ,2007, 448: 1
- [4] Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Phys. Rev. ,1935,47:777
- [5] van Loock P, Braunstein S L. Phys. Rev. Lett. ,2000, 84: 3482
- [6] Zhang J, Braunstein S L. Phys. Rev. A,2006,73:032318
- [7] Van Loock P, Weedbrook C, Gu M. Phys. Rev. A,2007,76: 032321
- [8] Zhang J. Phys. Rev. A,2008,78:052307
- [9] Jing J T, Zhang J, Yan Y *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2003, 90: 167903
- [10] Yonezawa H, Aoki T, Furusawa A. Nature, 2004,431: 430
- [11] Lance A M, Symul T, Bowen W P *et al.* ,Phys. Rev. Lett. , 2004, 92:177903
- [12] Menicucci N C, Van Loock P, Gu M *et al.* Phys. Rev. Lett. , 2006,97:110501
- [13] Zhang J, Adesso G, Xie C D *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2009, 103:070501
- [14] Ghose S, Sanders B C. J. Mod. Opt. ,2007,54: 855
- [15] Lloyd S, Braunstein S L. Phys. Rev. Lett. ,1999,82:1784
- [16] Su X L, Jia X J, Xie C D *et al.* Sci. China Ser. G—Phys Mech Astron. ,2008, 51: 1
- [17] Su X L, Tan A H, Jia X J *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2007,98: 070502
- [18] Yukawa M, Ukai R, Van Loock P *et al.* Phys. Rev. A ,2008, 78:012301
- [19] Zhang J. Phys. Rev. A,2008,78:034301
- [20] Tan A H, Wang Y, Jin X L *et al.* Phys. Rev. A ,2008, 78: 013828
- [21] Shen H, Su X L, Jia X J *et al.* Phys. Rev. A,2009, 80: 042320
- [22] van Loock P, Furusawa A. Phys. Rev. A,2003, 67: 052315
- [23] Zhang Y, Wang H, Li X Y *et al.* Phys. Rev. A, 2000, 62: 023813
- [24] Tan A H, Xie C D, Peng K C. Phys. Rev. A,2009, 79: 042338
- [25] Wang Y, Su X L, Shen H *et al.* Phys. Rev. A ,2010, 81: 022311
- [26] Ralph T C, Gilchrist A, Milburn G J *et al.* Phys. Rev. A, 2003,68: 042319
- [27] van Loock P. J. Opt. Soc. Am. B,2007, 24: 340
- [28] Gu M, Weedbrook C, Menicucci N C *et al.* Phys. Rev. A, 2009, 79: 062318
- [29] Yoshikawa J, Miwa Y, Huck A *et al.* Phys. Rev. Lett. , 2008,101: 250501
- [30] Aoki T, Takahashi G, Kajiya T *et al.* Nature Physics,2009, 5: 541
- [31] Miwa Y, Yoshikawa J, van Loock P *et al.* Phys. Rev. A, 2009, 80: 050303(R)
- [32] Takeno Y, Yukawa M, Yonezawa H *et al.* Opt. Express, 2007,15: 4321
- [33] Vahlbruch H, Mehmet M, Chelkowski S *et al.* Phys. Rev. Lett. ,2008, 100: 033602
- [34] Mehmet M, Vahlbruch H, Lastzka N *et al.* Phys. Rev. A , 2010,81: 013814
- [35] Gottesman D, Kitaev A, Preskill J. Phys. Rev. A,2001, 64: 012310
- [36] van Loock P. arXiv. quant-ph/1002.4788v1