

# 物理学中的演生现象

张广铭<sup>1,†</sup> 于 淦<sup>2,3</sup>

(1 清华大学物理系 北京 100084)

(2 中国科学院物理研究所 北京 100190)

(3 中国科学院理论物理研究所 北京 100190)

**摘要** 在物理学过去的发展历史中,还原论的观点一直是物理学工作者进行研究的最基本的指导原则.它对整个学科的发展起到了巨大的推动作用,并取得了辉煌的成就.但是,以还原论为基础来研究和讨论复杂系统的合作现象时,却遇到了前所未有的挑战,从而使演生论的思想孕育而生,并成为当今物理学研究的重要指导原则.文章详细介绍了凝聚物理学中典型的演生现象的形成和发展的历史过程,主要的研究内容和研究方法,以及所取得的重要进展.

**关键词** 热力学相变,对称性破缺,序参量,平均场论,重正化群,元激发,费米液体

## Emergent phenomena in physics

ZHANG Guang-Ming<sup>1,†</sup> YU Lu<sup>2,3</sup>

(1 *Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

(2 *Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(3 *Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

**Abstract** In the historical development of physics, the idea of reduction has been a fundamental guiding principle which has played a most important role in many celebrated achievements of the past decades. However, when cooperative phenomena in complex systems are investigated on the basis of reduction, the theories have encountered enormous difficulties and challenges. Thus, emergent principles have to be established, and these have become a new paradigm in current theoretical research. This article will present a comprehensive discussion about the developments of prototype emergent phenomena in condensed matter physics, addressing various important topics, useful treatments, and major advances.

**Keywords** thermodynamic phase transition, symmetry breaking, order parameter, mean-field theory, renormalization group, elementary excitation, Fermi liquid

### 1 引言 —— 还原论的辉煌和局限

当今,对我们身边的物质世界比较流行的看法叫做还原论(reductionism),这是很多物理学家,特别是理论物理学家非常赞同的看法.而对我们学习物理学的人来说,这是一个非常基本的思维方法,即将一切复杂系统中出现的各种现象,都归结为最基本的组成单元和决定单元行为的基本规律.或者说,将复杂还原为简

单,然后再从简单重建复杂(见图1).回顾物理学的发展历史,从原子、分子物理学到原子核物理学,最终进入粒子物理学,处处可见还原论的踪迹:气体、液体和固体都被分解为分子或原子的聚集体;原子又被分解为原子核和电子;原子核被分解为质子和中子,而质子和中子又被分解为夸克.历史上,在每个还原阶段中呈现出的稳定的微观粒子,都曾被误认为是“基本”粒子.

2010-07-12 收到

† 通讯联系人. Email: gmzhang@mail. tsinghua. edu. cn

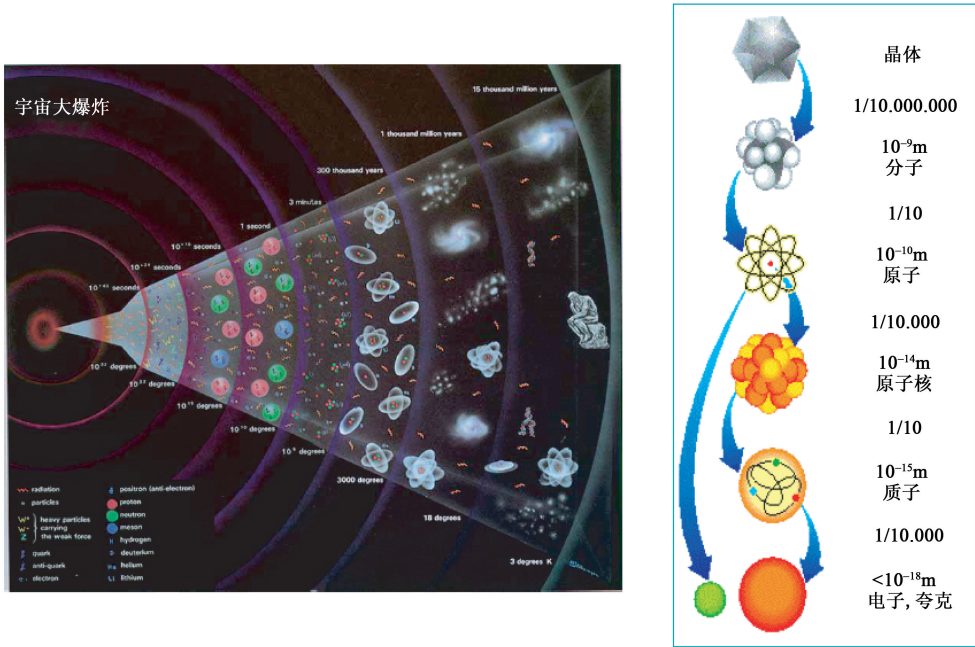


图1 还原论——逐本求源:宇宙从大爆炸开始产生基本粒子到原子核、原子、分子、晶体,最后到生物大分子的过程

同时,在每一还原层次,系统特征的长度尺度迅速变小,而特征的能量尺度则急剧升高。

同时,还原论的思想与大统一的过程相伴随。在19世纪中,电力与磁力由Maxwell统一为电磁力,光波也被并入电磁波谱。到20世纪中期,自然界中被确定的四大基本相互作用力:引力、电磁力、弱力和强力,这些力的统一问题是20世纪理论物理学的一个重要组成部分。爱因斯坦晚年的梦想,就是建立一个大统一的理论。20世纪60年代,Glashow, Weinberg和Salam成功地将弱力与电磁力统一;到70年代,又把强力包含进去,建立了“标准模型”。但这不是描述基本相互作用的统一理论,它不包括引力,不能解释许多令人困惑的现象,诸如暗物质、中微子振荡等。还原论的最终目的是试图建立一个包罗万象的“大统一理论”,即万事万物的理论(theory of everything)。

如果我们所考察的体系包含很少的粒子,通过理论计算预测的结果可以与实验十分一致。然而,由于数值计算的困难程度随着体系尺度的增大而指数增加,乃至在可以预计的将来无法从理论上准确预测大量粒子组成体系的性质。更重要的是,物质结构实际上可以划分为一系列的层次,各层次有其组成的“基本”粒子及其特征长度和特征能量,而且各层次之间除了一定程度的耦合外,每个层次还存在自己特有的基本规律(见图2)。由于各层次之间的这种脱耦性质,使得从简单构筑复杂并不像设想的那

么容易,从而切断了粒子物理学对其他能量尺度小许多的物质结构层次的影响。因此,我们确实能够按照古希腊人的理想把一切复杂的系统分解成最基本的单元,并了解这些单元的行为,但是,对于复杂系统本身的丰富物理现象而言,我们却还是一无所知!

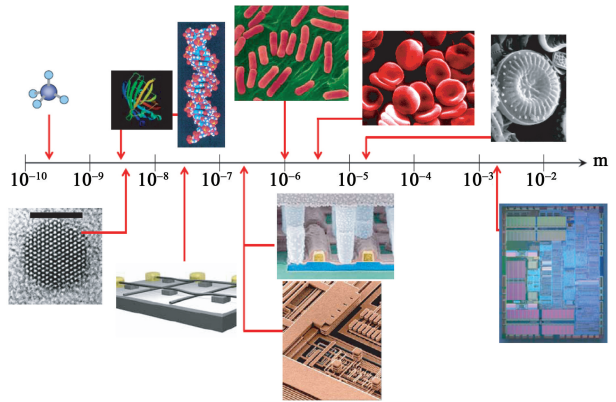


图2 物质结构被划分为一系列的层次,各层次有其组成的“基本”粒子以及其特征长度和特征能量,每个层次还存在自己特有的基本规律

## 2 演生现象——物理学研究的新范式

早在1972年,美国著名的凝聚态理论物理学家Philip W. Anderson就对过分强调还原论的思想方法(有时也称为“建构论”——Constructionism)提出质疑。他在美国《科学》杂志上发表了一篇文章,题目叫More is different<sup>[1]</sup>,中文翻译过来就是:“多者异

也”。文章非常深刻地指出，“将万事万物还原成简单基元及其基本规律的能力，其实并不蕴含着从这些规律出发重建整个宇宙的能力……当面对尺度与复杂性的双重困难时，以还原论为基础的建构论的假定就完全崩溃了。其结果是，大量基本粒子构成的巨大复杂聚集体的行为并不能依据少数粒子的性质，做简单的外推就能理解。取而代之的是，在每一个复杂性的发展层次之中，都会呈现出全新的物理概念、物理定律和物理原理，要理解这些新行为所需要做的研究，就其基础性而言，与其他研究相比，毫不逊色”<sup>[1]</sup>。这就是说，由大量基元(agent)构成的复杂体系在每一不同的聚集层次，都会呈现出许多意想不到的全新复杂物理性质，这些性质已经远超出组成基元的物理学规律(见图3)。按照这种看法，物理学所做的研究工作，重要的是承认这些客观的现实，以它为依据，找出它的基本规律，理解这些全新现象是如何“emerge”出来的。

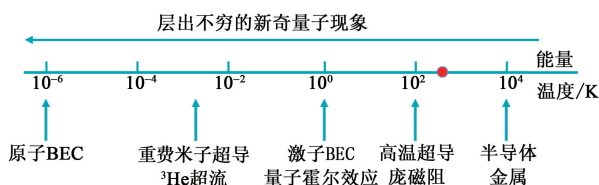


图3 随着特征能量尺度或温度的不断降低，凝聚态物理体系不断呈现出新奇的量子现象

“Emerge”的名词形式“emergence”，目前尚无公认的译法，曾被翻译成“层展”或“呈展”。根据emerge在生物学中有“演化”的含义，加之它所描述的性质又是“从无到有”的，把它译成“演生”似乎更为恰当。一个多世纪以来，生物学家推测，生命是从无生命物质在没有上帝或其他因素干预下，“偶然地”(如达尔文所说)“演生”出来的。实际上，进化生物学家们把整个的生物进化过程看成是由比较简单的对象到比较复杂对象的演化。这里所指的“演生”是由于尺度变化所导致的新特性，这类现象在生命体系中是层出不穷的。在一定意义上说，“多者异也”就是把演生的概念应用到研究物理问题并加以推广<sup>[2]</sup>。

有关演生现象还有另外一个值得注意的特点，即从非常简单的相互作用之中展示出复杂的结构。让我们从一滴水说起，这是日常生活中大家都非常熟悉的事情。一滴水有多少个分子很容易算出来，2mm直径的水滴，算一下它的体积，乘上阿伏伽德罗常数，除上18，差不多是 $10^{20}$ 个水分子。从日常生活当中大家都有经验，水在正常的大气压下被加热到 $100^{\circ}\text{C}$ 时，就变成蒸汽，蒸汽升高到天空中形成彩

云。同样，一滴水在正常的大气压下降温到 $0^{\circ}\text{C}$ 的时候会结成冰，冰的晶体是非常漂亮的(见图4)。相变是演生现象最具代表性的例子，一滴水这样一个简单模型系统中出现的合作现象可以说明在复杂性方面我们可以走得很远<sup>[3]</sup>。L. P. Kadanoff在1991年曾撰文指出，“在自然世界中观察到结构的丰富性并不是物理定律复杂性的结果，而是由极其简单的定律多次重复应用而产生的”。这里单个的水分子结构没有改变，相互作用也不变，为什么 $10^{20}$ 个水分子，会“集体地”、“不约而同地”从一个相变到另外一个相？新的相在老的相中是如何孕育、如何形成的？不要说 $10^{20}$ 个水分子，就是100个人，要有秩序地从一个门走出去，还得需要大家自觉地遵守纪律，一个一个地走出才行。为什么 $10^{20}$ 个水分子，可以那么集体地、不约而同地、很默契地做这件事情？

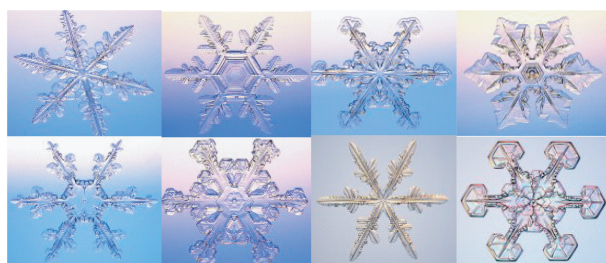


图4 部分绚丽多彩的冰晶结构

### 3 对称破缺——热力学相变的本质特征

对于相当多的体系，“对称破缺”是很直观的概念：一个正方形具有8个对称元素，变成长方形就只剩下4个了，这种对称性的降低或“丢失”就是破缺。类似地，一个小磁体，没有外场时可指向任意方向，具备旋转对称，但在外场中它指向外磁场方向，旋转对称性就破缺了。这里主要讨论的不是这类例子，而是非平庸的，即当体系的“粒子”数趋向无穷大时(热力学极限下)的对称性破缺问题。从数学上看，有限自由度的体系和无限自由度的体系有根本性的不同。有限体系只有一个状态空间(数学上叫希伯特(Hilbert)空间)，粒子数确定，不同的表示相当于取不同的坐标系，不同粒子数的态属于不同的空间。然而，无穷自由度的体系可以用不同的状态(希伯特)空间表示。“对称破缺”是指从一个希伯特空间表示到另一个表示的转变<sup>[4]</sup>。

一个宏观的物理体系随着温度的逐步降低，从一个无序相变到一个有序相，我们称之为热力学相变。相变的微观机制是构成系统的微观粒子之间的

相互作用和微观粒子本身无规热运动相互竞争的结果,而温度则是调节两者相互竞争强弱程度的外参量.当我们把相变进行分类时,我们注意到体系的化学势或热力学函数通常依赖于温度、体积和压力.如果在相变点,热力学函数本身是连续的,但是它的一阶导数是不连续的,比如体积、熵有跃变,对应的相变叫做第一类相变.冰的溶化和水的汽化是第一类相变.如果热力学函数和它的一阶导数在相变点都是连续的,只是二阶导数不连续,有跃变,所对应的相变就叫第二类相变,超导、超流、顺磁-铁磁、气-液临界点都属于第二类相变.有时我们称它们为“连续相变”,说的都是同一件事.

描述相变要引入“序参量”,液体和气体的密度差,或者铁磁体的自发磁化强度,就是序参量.序参量为某一物理量的平均值,可以是标量或矢量,甚至是张量.在第一类相变点,序参量有跃变,而在连续相变点,它是连续变化的.在通常情况下,当温度比较高的时候,系统处在对称性比较高的状态;随着温度逐渐降低,系统所处物态的对称性发生自发破缺.例如,铁磁体有一个自发磁化,或者向上,或者向下,这时上下是不对称的.温度高于相变温度,即居里点以后就没有自发磁化,上下的对称就恢复了.对称性的降低意味着出现有序相,其序参量值不等于零.在高温相,序参量的值为零,在低温相为一有限值.序参量是被用来定性地和定量地描述低对称相对于高对称相的偏离.朗道的对称破缺相变理论指出,不同的相之所以有差别,就是因为它们具有不同的对称性,相变不过是系统对称性发生转变的过程.对称性破缺理论描述了几乎所有已知的有序相,诸如固态相、铁磁相、反铁磁相、超流相等,以及它们与无序相之间的相变<sup>[4,5]</sup>.

怎样描述相变?有一个最简单的理论,就是所谓的“平均场理论”:认定一个粒子,把这个粒子受到其他粒子的相互作用以它的平均值来代替,这个平均值叫作“平均场”,再把这个平均值“自治”地定出来.从1873年的范德瓦尔斯气体状态方程,到1907年的外斯分子场理论,再到1934年布拉格-威廉姆斯的合金有序化理论,直到1937年朗道二类相变“普遍”理论,都说的是同一回事.平均场理论看起来非常简单漂亮,对相变的描述是有效的,但很可惜,在临界点附近跟实验不符,而且差别非常明显,是不可“调和”的<sup>[3]</sup>.1944年,挪威的理论物理学家Onsager对Ising模型(一个描述顺磁-铁磁系统的最简单物理模型)进行了研究,他找到了这个二维Ising模型的严格解,发现比热在临界温度时呈现对

数发散,而不是平均场理论预言的有限跃变,这是对平均场理论最大的挑战.

但是,人们注意到一个非常有意思的现象:如果根据“标度假定”,把磁场、磁化强度和温度重新“标度”,发现不论是铁磁体系,还是气-液体系,做一个尺度变换之后,不同体系的实验点都落在同一条线上,表现出一种“普适性”.所谓“标度变换”,就是一个尺度的变换.拿自旋的例子来讲,考虑一个由三个自旋组成的团簇,其中两个向上,一个向下,我们按照“少数服从多数”,把这个自旋的团簇用一个向上的有效自旋代替,再做一个尺度的变换.这个尺度变换以后,各种热力学量就会做相应的变换,可以推出所谓的“标度律”.“普适性”和“标度律”的物理起源是体系本身在接近临界点的时候,构成体系的微观粒子互相关联起来了,不约而同地集聚(见图5).虽然粒子和粒子之间的相互作用是短程的,但是在接近临界点的时候,互相有关联的粒子会变得越来越长,这个特征长度,即关联长度,变得非常长了,真正在第二类相变的临界点时候它是趋向于无穷的.所以,这里不是没有规律,而是要探求新的规律,包括临界点附近关联长度如何增长<sup>[4]</sup>.



图5 在铁磁相变的临界点,系统中原子磁矩的关联涨落很大,关联长度趋于无穷大,并形成许多大小相套磁畴

#### 4 重正化群——研究演生现象的有效手段

真正解决这个问题的是原来研究量子场论和粒子物理的威耳逊(K. G. Wilson),他提出了临界现象的重正化群理论,并因为这个划时代的贡献,获得了1982年的诺贝尔物理学奖.平均场理论的失败是因为不能很好地描述相变点附近的涨落现象,而重正化群理论的成功正在于能非常有效地描述这些涨落.这种理论,简单来讲就是考虑不同尺度的涨落:先把短距离、小尺度的涨落处理掉,然后再考虑比较大的尺度的涨落,最后给出一个算法,算出临界指

数,定量地描述各种物理量如何随逼近临界点而变化,直接与实验比较.现在用一个图说明一下(见图6),在这个理论的框架里,物理体系用参量空间来描述.它的图像非常像一个马鞍.在鞍点附近,有两种不同的参数变化方向.如果沿其中一个方向运动时,系统会往下滑,离鞍点越走越远,这个方向的参数叫做“有关参量”.如果在另一个参数方向运动,系统离鞍点越走越近,这个方向的参数叫做“无关参量”.前面所说的标度律,就表示只有两个有关参量.很多不同体系都表现出来同样的性质,叫做普适性;同样一个不动点(鞍点)控制参量空间的一个区域,属于这个区域的系统对应同一个“普适类”,具有相同的临界指数.临界指数仅依赖于空间的维数,依赖内部自由度的数目和相互作用力程的长短.在重正化群理论发现以后,人们认识到平均场理论要到四维以上的空间才成立,而实际的复杂物理系统大都是三维空间,所以它是不对的.后来,人们在太空无重力影响的条件下,做实验测量临界指数,准确到小数点后第三位,结果与理论计算完全一致.在这个理论中没有任何可调参数,它的成功说明理论思维的威力,说明理论抓住了自然现象的本质,这件事情对物理学的发展有非常重要的影响.

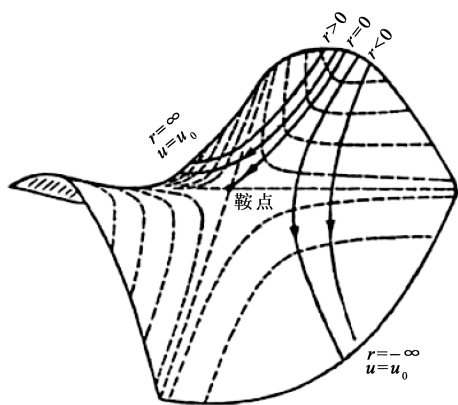


图6 在参数空间中,临界点附近的重正化流形图

重正化群方法不仅解决了相变问题,还对研究许多凝聚态物理的难题很有帮助,近藤(Kondo)问题<sup>[6]</sup>是另一个突出的例子.威耳逊用数值重正化群求得了近藤问题的精确解,与运用贝特(Bethe)假定得到的解析解一致,严格论证了P. Nozières的费米液体假说.其实,安德森的poorman's scaling是对近藤问题运用重正化群研究的最早尝试.重正化群是研究演生现象的一种有效方法.当然,它不是唯一的,也不是万能的方法.如果千姿百态、丰富多彩的真实自然现象都能用同一个模子、同一框架去描述,

那就失去了它无穷无尽的魅力.安德森自己的科研实践也体现了这一点.“多者异也”一文发表后,他最关注的就是复杂的现象如何从简单的体系中“演生”出来<sup>[4]</sup>,诸如磁矩如何从非磁背景中产生等.而“自旋玻璃”的研究开拓了“复杂系统”研究的广阔领域,从“货郎担”的组合优化问题、随机图论,到计算复杂性、自纠错编码,甚至金融市场.

相变和临界现象是演生论最好的例证<sup>[3]</sup>.对称破缺、平均场理论的失效,关联长度的发散,相变的孕育,标度律和普适性,重正化群的应用和实验检验,说明我们做事情要先了解实验事实,从现实出发归纳出基本规律,然后找出描述基本规律的理论,这中间当然要做一些假定.此外,粒子物理里的所谓Higgs机制实际上类似于超导体中出现的Meissner效应.粒子物理整个的图谱,是建立在弱电统一理论的基础上的,即“标准模型”.如果没有从相变和超导理论引入的对称破缺的概念,就不可能有这些发展.宇宙大爆炸的模型被越来越多的天文观测所证实,为什么宇宙会加速爆胀,这里就必须运用相变的观念.物理学的各个分支,实际上是由演生现象把它们非常密切地联系在一起,如凝聚态物理和统计物理与其他分支有非常密切的关系,和物质结构、天体演化、量子态的调控以及其他前沿技术都有密切的关系,其中热力学相变和临界现象都是这些领域里的重要而基本的物理现象.

## 5 元激发——“准”粒子的起源

对于一个典型的多体系统,在高能或高温时,系统的性质是由构成此系统的原子或分子之间的相互作用来决定的,这种相互作用可能非常复杂并很特别.随着温度的降低,由于原子之间的相互作用,根据朗道的对称破缺理论,系统的连续平移对称性在低温下会发生自发破缺,从而形成一定的晶体结构或者超流液体态.在这一系统的基态中,唯一的低能激发是原子在各自平衡位置附近的振动,这种激发类似于我们日常生活中熟悉的声波.在基本的量子理论中,所有波都有对应于量子化的微观粒子,与声波相对应的量子化的微观粒子被称为声子(phonon).声子与原来的原子或分子极为不同,他们有着非常简单而普适的性质,他们的集合完全可以用来描述整个晶体或超流态系统的低能物理行为<sup>[7]</sup>.

由于大多数晶体的形成在空间的3个方向上破坏了平移对称性,原子的集体振动将产生3种无能隙

声子. 因此, 我们可以说, 无能隙声子的起源是平移对称性在固体中的破缺. 此外, 对于超流体, 除了声子外, 还存在另外一种元激发粒子, 称为旋子. 旋子之间可以通过交换声子相互关联, 从而导致反比于距离 4 次方的偶极相互作用<sup>[7]</sup>. 这里一个新的、完美的物理定律在凝聚的多体物质系统中演生出来! 更多的例子如表 1 所示. 在凝聚态物质系统中, 支配“基元”的物理定律常常是特定且非普适的, 而支配低能集体激发的物理定律却是普适的、完美的. 虽然这些集体激发的行为与粒子非常相像, 但它们不是基本的. 如果我们在小尺度上仔细观察这些集体激发, 就会看到复杂的、非普适的多原子系统. 因此, 支配集体激发的物理定律的简洁与完美不是来自于原子之间相互作用的简洁性, 而是来自于这些物理定律必须保证集体激发要在低能极限下演生出来<sup>[7]</sup>.

此外, 现有的多体理论有两大基石, 即朗道的对称破缺理论和费米液体理论. 费米液体理论的核心是认为相互作用的费米子组成的复杂多体系统的行为类似一个自由费米系统, 其所对应的微观粒子称为准粒子. 准粒子和原来的费米子具有相同的电荷, 满足相同的统计规律, 但是准粒子具有一定的有效质量和寿命, 而且不能离开母体单独存在, 所以称“准”粒子. 朗道的费米液体理论描述了几乎所有已知金属的低温物理性质, 它还构成了我们对于超导体、反铁磁体等许多非“正常”金属态的认识基础, 这些非正常金属态可以被认为是费米液体的某些不稳定的、对称性破缺的基态. 另一方面, 费米液体理论也十分令人费解, 因为普通金属中电子之间的库仑相互作用能和费米能是一个量级, 同时比费米能量附近的能级间距要大很多. 微扰理论对如此强的相互作用已不再适应, 很难相信一个如此强大的相互作用的多电子系统能与一个无相互作用准粒子系统的行为相像. 然而, 自然界本身一遍又一遍地提醒我们: 尽管有强大的库仑相互作用, 金属的低能行为仍与一个自由准粒子系统类似, 这又是重正化群思想再奏凯歌! 直到 20 世纪 80 年代末, 由于分数量子霍尔效应和高温超导体的发现, 朗道的费米液体理论才受到严重挑战.

综上所述, 凝聚态物理学新的范式已经形成: 对称性在此是主角, 对称破缺导致有序相的出现(见表 1), 基态通常是最大的有序态; 激发态显示恢复原本对称性的倾向, 因而出现各式各样的元激发与拓扑缺陷; 在临界区域, 涨落的关联长度达到宏观尺度, 直到临界点, 这是有序与无序相“合二而一”.

表 1 具有对称破缺现象的特征凝聚态物质系统

物理现象	破缺对称性	有序相	序参量	元激发
铁电性	空间反演	铁电体	电极化强度	光学声子
铁磁性	时间反演	铁磁体	磁化强度	磁振子
超导电性	规范不变性	超导体	宏观量子波函数	库珀对
超流性	规范不变性	超流体	宏观量子波函数	声子、旋子
结晶	平移和旋转	晶体	动量空间粒子密度	声子
电荷有序	平移	电荷密度波	动量空间电荷密度	相位子
自旋有序	平移	自旋密度波	动量空间自旋密度	自旋波

## 5 结束语

凝聚态物理“最精采”的篇章是相变和临界现象, 元激发——声子、等离激元、自旋波、激子、极化子……, 朗道费米液体理论, 玻色—爱因斯坦凝聚, 超流, 超导, 约瑟夫森效应, 量子霍尔效应, 量子相变, ……这所有的一切都是演生现象最好的例证! 一方面, 演生系统的低能行为对于粒子的微观结构不敏感, 具有“鲁棒性”(robustness), 是因为有一些更“高”的原则在“保护”它, 如对称性或系统的拓扑性质. 只有超越这个能量尺度, 我们才能“看到”更微观的结构. 另一方面, “演生”出来的“新粒子”和“新的量子数”, 不是由“组成基元”的性质直接推演出来的. 我们对演生现象的认识往往是曲折的: 首先承认基本的实验事实, 寻求“唯象”的描述, 作大胆的假设和推测, 探索微观“论证”, 作出进一步的理论预言, 最后由实验检验.

演生现象是自然界的普遍规律吗? 研究微观和宇观的学者承认对称破缺、多重真空, 对演生论有保留, 但超弦理论学家同意空间维数是“演生”出来的, 时间“看来也是”. 有人甚至认为宇宙本身也是“演生”出来的, 生命现象看来更是“演生”出来的. 不过, 我们应该认为, 还原论和演生论是两种不同的研究方法, 前者为 Top-down, 后者为 Bottom-up. 这两者既是对立的, 但又是互补的! 探索物质运动集体行为的演生现象是一个新的学科前沿, 与粒子物理、宇宙学有密切关系, 并与之相互补充; 研究演生现象的科学观和方法论对认识生命现象, 理解认知过程乃至社会现象, 都有重要的意义.

**致谢** 作者衷心感谢中国科学院物理研究所向涛研究员、王楠林研究员多年来在众多相关问题上的有益的讨论.

## 参考文献

- [ 1 ] Anderson P W. Science, 1972,177:393
- [ 2 ] Schweber S. Physics Today, 1993, (11): 34
- [ 3 ] 于渌,郝柏林,陈晓松. 相变和临界现象. 北京:科学出版社,2005 [Yu L,Hao B L,Chen X S. Phase and critical phenomena. Beijing: Science Press,2005 (in Chinese)]
- [ 4 ] Anderson P W. Basic Notions of Conedensed Matter Physics. Menlo Park; Benjamin, 1984
- [ 5 ] 冯端,金国钧. 凝聚态物理学(上卷). 北京:高等教育出版社, 2003[Feng D,Jin G J. Condensed Matter Physics(I). Beijing: Higher Education Press,2003(in Chinese)]
- [ 6 ] 张广铭,于渌. 物理,2007,36:434[Zhang G M,Yu L. Wuli (physics),2007,36:434 (in Chinese)]
- [ 7 ] 文小刚. 量子多体理论——从声子的起源到光子和电子的起源. 北京:高等教育出版社,2004 [Wen X G. Theories of Quantum Many-Body Systems:From the origin of phonons to the origin of electrons. Beijing:Higher Education Press,2004 (in Chinese)]