

# 暗能量:观测证据和理论研究\*

蔡荣根<sup>1,†</sup> 詹虎<sup>2</sup>

(1 中国科学院理论物理研究所 北京 100190)

(2 中国科学院国家天文台 北京 100012)

**摘要** 自1998年发现宇宙的加速膨胀以来,大量的天文观测显示宇宙中存在压强为负的暗能量成分,暗能量已经成为目前宇宙学和理论物理的最重要的研究课题之一.文章介绍了暗能量存在的天文观测证据和理论研究现状与展望.

**关键词** 暗能量,天文观测,理论模型

## Dark energy: observational evidence and theoretical studies

CAI Rong-Gen<sup>1,†</sup> ZHAN Hu<sup>2</sup>

(1 *Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(2 *National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China*)

**Abstract** Many astronomical observations have accumulated since the accelerated expansion of the universe, which indicates that there exists a negative pressure energy component (dark energy) in the universe, was discovered in 1998. Dark energy is now one of the most important issues in modern cosmology and theoretical physics. We review the current status and prospects of astronomical observations and theoretical studies of dark energy.

**Keywords** dark energy, astronomical observation, theoretical model

在1998年和1999年,两个超新星研究小组意外地发现,经过标准化的高红移Ia型超新星的光度距离,大于只含暗物质和普通物质的减速膨胀宇宙模型的预期值.以广义相对论为基础的宇宙学必须引进一个新的宇宙组分,即有很强负压的暗能量,才能将宇宙由初期的减速膨胀在后期转变为加速膨胀.这个结果给理论物理和宇宙学带来了极大的挑战,也使宇宙加速膨胀和暗能量很快成为一个广为关注的研究方向.专家们普遍认为,要成功地解释加速膨胀很可能需要一场基础物理的革命.本文将介绍揭示暗能量存在的天文观测,暗能量的理论研究以及暗能量观测的现状与展望.

### 1 宇宙加速膨胀和暗能量

人们通常会将宇宙加速膨胀或暗能量这个重要发现与超新星联系起来.的确,在Ia型超新星结果<sup>[1,2]</sup>于1998年被发布之后,暗能量这个广义的概念才被提

出<sup>[3,4]</sup>.但值得一提的是,宇宙学常数(暗能量的模型之一)在1998年之前就已经不只局限于理论上的探讨了<sup>1)</sup>.从上世纪80年代中期开始,天文学家们通过对宇宙大尺度结构、微波辐射背景、引力透镜、哈勃常数和宇宙年龄的测量以及数值模拟,逐步意识到宇宙的平均物质密度只是宇宙临界密度的一小部分,并且在平坦宇宙的假设下,开始用观测数据限制宇宙学常数<sup>[5-9]</sup>.当时的问题在于,不能很好地区分不需要宇宙学常数的开放宇宙和需要宇宙学常数的平坦宇宙. Ia型超星光度距离的结果改变了这个状况,因为宇宙尺度上的距离是对宇宙膨胀较为直接的测量,与其他结果有高度的互补性,并且具备足够的敏感度和精度,显示了红移为0.5左右(距今约50亿年)的超新星不仅比完全由物质组成的临界宇宙所预期的暗,也比低物质密度、开放宇宙所预期的暗.在爱因斯坦广义相对论

\* 国家重点基础研究发展计划(批准号:2010CB833000)资助项目  
2010-10-28收到

† 通讯联系人. Email: cairg@itp.ac.cn

1) 暗能量的标量场模型也于1988年被提出<sup>[6]</sup>

的框架下,这些宇宙模型的膨胀必然是一直减速的,只有暗能量在今天占主导地位的模型,才能以其很强的负压强克服物质的引力,使宇宙由初期物质主导的减速膨胀过渡到目前由暗能量主导的加速膨胀,从而很好地解释了 Ia 型超新星的数据。

由于颇为出乎意料,超新星的结果受到不少质疑。Ia 型超新星的极大光度弥散较大,在 B 波段(中心波长 445nm)时,约为 0.4 星等<sup>[10]</sup>,即有约 40% 的不确定性,并不是很理想的标准烛光。菲利普斯研究了 9 个超新星的数据,发现 Ia 型超新星的极大光度与其光度衰减率有很强的相关性<sup>[11]</sup>,按此修正之后,极大光度的弥散才能减小到 0.15 星等左右<sup>[10]</sup>,成为实用的标准化烛光。因最初菲利普斯关系是从较小的样本上得出的,且缺乏很好的理论解释,人们对这个经验关系的误差及其普适性存有疑虑。1998 年和 1999 年 Ia 型超新星的结果中,用于拟合菲利普斯关系的训练集样本超新星已接近 30 个,数据质量有明显的改善<sup>2)</sup>,菲利普斯关系的统计误差也已计算在内,且其中一个小组使用了不同的方法,即通过整体拟合 Ia 型超新星多波段数据来修正极大光度,从而获得距离信息,并得出与另一组一致的宇宙加速膨胀的结论。

Ia 型超新星的属性(如光谱、极大光度、菲利普斯关系等)有可能随红移演化,造成与宇宙学距离随红移变化关系的混淆。已有的观测表明,就总体而言,近邻 Ia 型超新星的光谱与中(高)红移 Ia 型超新星的光谱及它们随超新星爆发过程的变化吻合得很好<sup>[12-14]</sup>。虽然最近发现在紫外波段(静止坐标系)中等红移 Ia 型超新星比近邻 Ia 型超新星略亮些<sup>[15, 16]</sup>,但 1998 年和 1999 年 Ia 型超新星的结果是基于更长波长的数据(静止坐标系),所以不受影响,而且这个紫外波段的差异使得中(高)红移超新星的距离被低估<sup>[16]</sup>,若不加修正,只会削弱暗能量的证据。另一种可能性是在不同红移处,不同亚类的 Ia 型超新星的比例会有所不同,造成 Ia 型超新星整体属性的细微演化,例如上述紫外波段的差异就有可能受此影响<sup>[16]</sup>,但目前没有证据表明,这个问题严重地影响了 Ia 型超新星的结果。当然,现有数据还不充足,一些微小的演化有可能被统计误差掩盖。对将来的大型项目来说,这些系统的误差将会变得很重要<sup>[17]</sup>。发表 Ia 型超新星结果的文献通常会非常详尽地讨论系统误差,其中包括上述的演化、在不同寄主星系里爆发的超新星之间的差异、星系际灰色尘埃、选择效应、引力透镜影响、样本污染等等<sup>[1, 2, 18, 19]</sup>,本文不一一赘述。

威尔金森(Wilkinson)宇宙微波背景各向异性探测器(WMAP)为暗能量的存在提供了很重要的

证据<sup>[20, 21]</sup>。首先,它精确地测量了微波背景光子最后散射面的角直径距离,这个距离可以直接限制暗能量属性,也是宇宙微波辐射背景对暗能量限制的最主要的来源<sup>[22]</sup>;其次,它对物质密度、重子密度等重要的宇宙学参数也给出了很强的限制,大大减小了其他观测手段探测暗能量时受这些参数不确定性的影响。宇宙平均曲率和宇宙学常数对微波背景数据有很强的简并性,但只需将微波背景与哈勃常数结合,即可很好地限制宇宙平均曲率和宇宙学常数。若结合更多的数据,则可以限制暗能量的状态方程。

宇宙大尺度结构对暗能量的限制主要有两个途径:一个是,类似于宇宙微波辐射背景,星系两点关联函数(或功率谱)的总体形状可以用来测量宇宙学参数<sup>[7, 23]</sup>,如物质密度,然后结合其他数据,可以限制暗能量;另一个是,星系关联函数在约 150Mpc (500 万光年)尺度上的重子声波振荡特征<sup>[24]</sup>,在线性理论下不随时间演化,所以可以当作一个标准尺来测量不同红移处的角直径距离,进而限制暗能量<sup>[25]</sup>。如果有精确的红移信息,还可以通过测量不同红移处的哈勃参数及大尺度结构增长率来限制暗能量和检验引力理论<sup>[25, 26]</sup>。

重子声波振荡指的是在宇宙重子物质<sup>3)</sup>尚处于电离态时期(宇宙年龄小于约 50 万年),在主要为氢、氦的等离子体和光子紧密耦合组成的相对论性流体中传播的声波扰动。在质子、氦离子与电子复合为中性原子之后,光子脱耦,原先的声波扰动冻结在重子物质的分布里,并通过引力作用影响了暗物质的分布,最终导致星系关联函数在约 150Mpc 尺度上被轻微增强,这在星系功率谱上体现为一系列的振荡。重子声波振荡的信号已在斯隆数字巡天(SDSS)和两度视场星系红移巡天(2dFGRS)的数据中被探测到,并对低红移的角直径距离和暗能量给出了独立于超新星方法的限制<sup>[27, 28]</sup>。

如果光子穿过一个随时间变化的引力势,其入射能量和出射能量将会有所差别,这就是所谓的累积萨克斯-乌尔夫(integrated Sachs-Wolfe effect, 简称 ISW)效应。一般来说,只有在很大尺度上,引力势才有可能在光子穿越的时间内发生足够的变化,让我们能够观测到这个效应。在临界宇宙模型中,很大尺度结构的线性演化刚好与宇宙的膨胀同

2) 例如,菲利普斯得出超新星 B 波段极大光度的弥散为 0.8 星等, 2—3 倍于目前的常见值

3) 天文学家在这个问题上习惯性地不区分重子与轻子,并将所有元素称为“重子”

步,而非线性演化又非常弱,使得引力势在宇宙尺度上几乎不随时间演化,所以观测不到累积萨克斯—乌尔夫效应.但在一个加速膨胀的宇宙里,引力势在大尺度上是衰减的,当宇宙微波背景光子穿过一个大尺度的略高(低)密度区域,会获得(失去)能量.因此,累积萨克斯—乌尔夫效应被认为是宇宙加速膨胀的最直接的检验.多个小组通过分析宇宙微波辐射背景与星系分布的关联,发现星系密度的涨落与微波背景的温度涨落的确有正相关性,这为宇宙加速膨胀提供了重要的证据<sup>[29,30]</sup>.

上述观测结果对距离、大尺度结构增长和宇宙学参数都有不同的敏感度,都有各自的系统误差.虽然对每一项结果都有可能找到一些不需要宇宙加速膨胀或暗能量的解释,但是在现有的标准宇宙学框架内,将这些独立的观测综合起来,以很高的精度揭示了一个低物质密度的平坦宇宙,要构成这样的宇宙,一个被称为暗能量的宇宙新组分是必不可少的.

## 2 暗能量的理论研究

现代宇宙学是建立在爱因斯坦的广义相对论和宇宙学原理之上的.所谓的宇宙学原理是说我们的宇宙在大尺度上是均匀各向同性的.所以广义相对论、宇宙学原理和宇宙中的物质成分是研究宇宙学的三个基本要素.确实,自1998年发现宇宙的加速膨胀以来,基于这三要素,人们已经提出了许多模型来解释观测到的宇宙加速膨胀的这一事实.可以将文献中的暗能量模型(严格地说是解释宇宙加速膨胀的模型)分为以下三类<sup>[31]</sup>:(1)在宇宙学尺度上修改广义相对论;(2)摒弃宇宙学原理;(3)引入具有负压强的暗能量.

广义相对论在小到亚毫米,大到太阳系尺度上被检验是精确成立的.但这并不表明在其他尺度上广义相对论一定成立.确实在微观尺度上,由于量子效应,广义相对论必定具有某些修正.另一方面,在宇宙学尺度上,目前没有任何物理定律禁止修正广义相对论.因此,人们自然地希望在宇宙学的尺度上修改广义相对论来解释观测到的宇宙膨胀效应.在这个方面,20世纪60年代就被提出来的标量—张量理论具有很强的竞争力.标量—张量理论原来是为了结合马赫原理而引入的.通过与普通物质适当的耦合,这一理论不仅可以与现有的引力实验相符,而且这个标量场还可以驱动宇宙加速膨胀,与现有的天文观测一致.另外两个目前国际上讨论较多的修改引力模型是膜世界图像理论和所谓的 $f(R)$ 引

力理论.膜世界图像理论认为,我们的宇宙是一张嵌入在更高维时空中的膜,即存在外维度.当然这一思想并不是新的,因为上世纪初人们就试图通过引进外维度来统一描述引力和电磁相互作用.超弦理论和超引力理论的发展更使人们广泛研究外维度的物理.20世纪90年代末提出的膜世界图像理论包括ADD模型(ADD分别为人名首字母,下同),RS模型和DGP模型.与以往相比,新的一点是,引力可以在整个时空中传播,而标准粒子物理模型中的物质被限制在膜上.这一特点的好处是能够解决所谓的等级问题.在DGP模型中,有一个晚时自加速膨胀,则可以解释观测到的宇宙加速膨胀现象.而所谓的 $f(R)$ 理论是将广义相对论的作用量推广为标量曲率的一般函数,它能够构造一个既能满足现有引力实验的约束又能解释宇宙加速膨胀的理论模型.在这些修改引力的模型中,自然人们不需要引入负压强的暗能量而解释宇宙加速膨胀.

另一不需要引入暗能量而又能解释观测结果的是放弃宇宙学原理.我们的宇宙在大尺度上是均匀的,各向同性的,而在小尺度上显然是非均匀的.这些非均匀性是否能够解释我们观测到的宇宙加速膨胀现象显然是一个有趣的问题.另一个想法或许更有挑战性:我们的宇宙是各向同性的,但是是非均匀的,我们所处的位置比较特别,我们所在之处物质的密度比整个宇宙的物质密度低.整个宇宙具有像洋葱一样的结构,这样的模型同样能部分解释我们目前观测到的宇宙加速膨胀的现象.

但是,这些修改引力的理论和放弃宇宙学原理的理论所面临的挑战是,不仅要很好地拟合目前的天文观测结果,而且要与标准宇宙学理论一样,能够相当成功地解释从原初核合成至今的诸多过程和结构的生成与演化.所以这些模型目前或多或少还存在一些困难.目前国际的主流观点是在广义相对论的框架内,在宇宙学原理基础上,通过引入具有负压强的暗能量来解释宇宙加速膨胀现象.那么,什么是暗能量,其本质为何?

暗能量最经济、最简单的候选者是爱因斯坦本人在1917年引入的宇宙学常数.目前所有的观测数据与宇宙学常数在 $2\sigma$ 范围内是自洽的,但是人们必须面对著名的宇宙常数问题:为什么宇宙常数是如此之小,与一般的理论估计相差123个数量级?这就是所谓的精细调节问题,因为宇宙学常数和量子场论给出的真空能是无法区分的.如果引入TeV能级的超对称性,理论估算值和实际观测值仍相差56个数量级.

超弦理论预言存在大量的真空,不同的真空具有不同宇宙学常数.如何解释观测到的极其微小的宇宙学常数,其中一个可能性是利用人择原理:如果宇宙学常数不是现在的观测值,人类将无法观测到.与暗能量问题相关的另一问题是宇宙的巧合问题:为何暗能量密度与暗物质密度刚好在目前是一个数量级?为了解决这些问题,人们提出了许多动力学暗能量模型,如 quintessence(精质), phantom(幽灵), Chaplygin gas(查普里琴气体), K-essence(K-质), tachyon(快子), quintom(精灵), hessence(海圣斯), holographic energy(全息暗能量), agegraphic energy(年轮暗能量), Ricci dark energy(里奇暗能量)等等.一方面这些模型或多或少能够解释一些问题,但也引起了一些新问题,另一方面目前的观测数据还没有办法选出优胜者.此外,在宇宙常数与观测数据相一致的同时,状态参数小于-1 或者跨过-1 的暗能量模型也是与观测数据相容的.具有这样物态的物质是不稳定的,这对现代物理学提出了更严峻的挑战.

所以可以公平地说,虽然宇宙加速膨胀现象发现已有十余年了,人们也进行了大量的实验观测和理论研究,但是暗能量的本质仍然是雾里看花,朦朦胧胧,仍然是本世纪现代物理学和宇宙学的最大迷惑和挑战之一.暗能量就是宇宙学常数吗?暗能量的状态参数大于-1? 小于-1? 还是跨过-1? 暗能量和暗物质具有相互作用吗? 这些问题的答案一方面依赖于越来越多、越来越精确的天文观测数据的获得,另一方面需要理论研究的突破.

在暗能量的理论研究方面,伴随着国际上的研究热点,国内研究人员也做出了具有国际影响力的研究成果.目前在中国科学院理论物理研究所、高能物理研究所、国家天文台、中国科学技术大学、中国科学院研究生院等单位 and 国内许多高等学校(如北京大学、清华大学、上海交通大学等)已经形成了一支以中青年为主的、具有国际竞争力的、非常活跃的创新研究队伍,在宇宙学的相关课题上开展了富有成效的研究,取得了许多具有国际影响力的研究成果.特别在暗能量这一课题上,成绩尤为显著,提出了富有创新精神的暗能量模型,导引了国际上大量的后续研究,形成了暗能量研究的新方向.

### 3 暗能量观测的现状与展望

宇宙加速膨胀的现象只能在很大尺度上被测量到,而不同暗能量(以及修改引力等)理论的差别也

只能在一些尺度上的距离和结构演化的历史上得以体现,所以利用天文观测数据进行整体拟合是目前检验暗能量理论的唯一手段.虽然现有的观测数据已经精确地限制了由宇宙学常数和暗物质主导的宇宙学模型,但是这些数据对更广义的暗能量状态方程的限制很弱,还不足以区分众多的理论,也未能检验这个“宇宙学常数”对时空的恒定性.因此,迫切地需要更大规模的多色成像和光谱巡天,以减小统计误差;还需要通过多种测量手段,提高对暗能量及引力属性的测量精度,充分检验宇宙加速膨胀的理论,并为其发展提供进一步的线索.

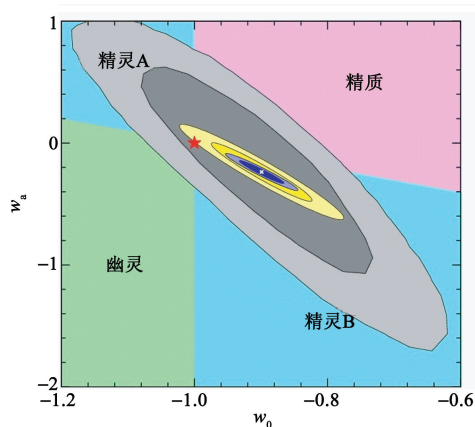


图1 对暗能量状态方程参数  $w_0$  与  $w_a$  的限制. 现有数据的限制由灰色区域给出,最佳拟合点为  $(w_0, w_a) = (-0.9, -0.24)$ ;黄色区域为对下一代暗能量项目限制暗能量状态方程能力的预测,已考虑了系统误差的影响;蓝色区域则只考虑了统计误差. 本图摘自文献[32](见《物理》网刊彩图,下同)

描述暗能量性质的重要参数之一是它的状态参数  $w$  (即暗能量的压强与能量密度之比). 将状态参数以宇宙标度因子展开:  $w = w_0 + w_a z / (1 + z)$ , 这里  $z$  是红移,  $w_0$  和  $w_a$  是两个待拟合常数. 图1给出现有数据(WMAP五年数据、超新星、大尺度结构)对暗能量状态方程参数  $w_0$  与  $w_a$  的限制<sup>[31]</sup>, 并对下一代暗能量巡天项目限制暗能量的能力做了预测. WMAP团队使用最新的数据,也得出一致的结果<sup>[33]</sup>. 由图1可见,现有的数据对暗能量状态方程参数的限制还很弱,虽然最佳拟合点为  $(w_0, w_a) = (-0.9, -0.24)$ , 但是在一个标准差范围内与宇宙学常数(图中红色五角星标出)是相容的,且除了幽灵模型以外,其他模型仍有较大的可允许的参数空间. 下一代暗能量巡天项目可以大大地缩小允许的参数空间,对暗能量模型可以有较强的限制. 若现有最佳拟合的暗能量模型是宇宙真实的模型,并且可以很好地克服系统误差,下一代暗能量项目将有可能革命性地区分宇宙学常数和动力学标量场模型.

除了超新星、重子振荡(大尺度结构)、宇宙微波辐射背景以外,引力透镜、星系团计数、 $\gamma$ 射线暴等数据都可以用来限制暗能量.引力透镜现象利用前景结构对背景星系的切变,获得前景物质的统计分布和距离的信息以及它们随红移的演化,从而限制暗能量.引力透镜现象又分为强引力透镜和弱引力透镜现象.前者指背景星系发生明显变形,被拉伸为弧状或分成多像,通常用于测量星系团和星系的质量分布和像的时间延迟效应,进而限制暗能量.后者主要由更大尺度结构引起,其效果非常微弱,背景星系切变的功率谱是限制暗能量的重要观测量.星系团计数是利用单位体积内的星系团数目来测量宇宙体积的变化和大尺度结构的生长, $\gamma$ 射线暴则像 Ia 型超新星一样,被用来测量光度距离.

美国能源部与科学基金委员会共同设立的暗能量研究评估专家组,经过大量调研,认为对下一代大型巡天项目来说,很好地掌握和控制暗能量探测手段的系统误差,将是这些项目成功的关键<sup>[17]</sup>.在 4 个主要的暗能量探测手段中,重子声波振荡的理论相对简单,已知的系统误差较小;弱引力透镜最具潜力,但需要解决不少理论上和观测上的系统误差问题;Ia 型超新星是目前最有效、最成熟的手段;而星系团计数则完全取决于对非线性演化及复杂的天体物理过程的理解.这个专家组进一步指出,暗能量项目应该充分利用各种方法的互补性,从而更精确地限制暗能量的属性,并且有效地设计巡天,使之尽可能适用于多种方法.

最近,美国科学院国家研究委员会发布了今后十年的天文发展规划,建议优先资助两个以暗能量为主要科学目标的巡天项目:空基的大视场近红外巡天望远镜(WFIRST)与地基的大口径全景时变巡天望远镜(LSST).WFIRST 的前身之一是联合暗能量任务(JDEM),它的口径为 1.5m,计划在 1—2 $\mu$ m 波长范围内做 2 万平方度的成像和光谱巡天,预计 2020 年发射.欧洲也有一个非常类似于 WFIRST 的空间项目建议:欧几里得(Euclid).这两个空间项目很有可能合二为一.LSST 的口径为 8.4m,计划在 320—1080nm 波长范围内完成一个 6 波段、2 万平方度的成像巡天,预计 2010 年代后期开始科学运行.美国主导的地基项目 BigBOSS 计划改造现有的 4m 口径望远镜,实现一个大型光谱巡天.这些项目将提供极其丰富的数据,可以通过不同的手段测量暗能量和引力的属性,研究宇宙学,推动人类对宇宙根本认知的进步.

在我国,有世界领先的光谱采集能力的郭守敬望

远镜(LAMOST)刚刚建成不久,可以进行星系红移巡天,通过测量星系功率谱中的重子振荡来限制暗能量状态方程.与此同时,中国极地研究中心在南极最高点冰穹 A 建立了昆仑站.由于冰穹 A 大气极其稳定、寒冷、干燥,地面层较低,热红外背景比地面其他台址低近百倍,成像质量可以比其他台址好一倍以上,非常适合大视场、高分辨率的天文观测.我国的天文学家们已经开展了冰穹 A 的台址测量工作,准备利用其得天独厚的观测条件,建设由中国主导的下一代大型暗能量巡天项目,为我国在暗能量研究领域走在世界前列、探索宇宙的奥秘做出应有的贡献.

## 参考文献

- [1] Riess A G *et al.* *Astron. J.*, 1998, 116: 1009
- [2] Perlmutter S *et al.* *Astrophys. J.*, 1999, 517: 565
- [3] Turner M S. eprint arXiv 1998, astro-ph/9811447
- [4] Perlmutter S, Turner M S, White M. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, 83: 670
- [5] Peeble P J E, Ratra B. *Astrophys. J. Lett.*, 1988, 325: L17
- [6] Peebles P J E. *Astrophys. J.*, 1984, 284: 439
- [7] Efsthathiou G, Sutherland W J, Maddox S J. *Nature*, 1990, 348: 705
- [8] Bahcall N A, Cen R. *Astrophys. J. Lett.*, 1992, 398: L81
- [9] Ostriker J P, Steinhardt P J. *Nature*, 1995, 377: 600
- [10] Hamuy M *et al.* *Astron. J.*, 1999, 112: 2398
- [11] Phillips M. *Astrophys. J.*, 1993, 413: 105
- [12] Hook I M *et al.* *Astron. J.*, 2005, 130: 2788
- [13] Ellis R S *et al.* *Astrophys. J.*, 2008, 674: 51
- [14] Foley R J *et al.* *Astrophys. J. Lett.*, 2005, 626: L11
- [15] Kessler R *et al.* *Astrophys. J.*, 2009, 185: 32
- [16] Foley R J *et al.* submitted to *Astrophys. J.*, 2010, arXiv: 1010.2749
- [17] Albrecht A *et al.* Report of the Dark Energy Task Force 2006, astro-ph/0609591
- [18] Riess A G *et al.* *Astrophys. J.*, 2007, 659: 98.
- [19] Hicken M *et al.* *Astrophys. J.*, 2009, 700: 1097
- [20] Spergel D N *et al.* *Astrophys. J. Sup.*, 2003, 148: 175
- [21] Dunkley J *et al.* *Astrophys. J. Sup.*, 2009, 180: 306
- [22] Li H *et al.* *Astrophys. J. Lett.*, 2008, 683: L1
- [23] Tegmark M *et al.* *Astrophys. J.*, 2004, 606: 702
- [24] Peebles P J E, Yu J T. *Astrophys. J.*, 1970, 162: 815
- [25] Seo H J, Eisenstein D J. *Astrophys. J.*, 2003, 598: 720
- [26] Zhang P *et al.* *Phys. Rev. Lett.*, 2007, 99: 141302
- [27] Eisenstein D *et al.* *Astrophys. J.*, 2005, 633: 560
- [28] Percival W J *et al.* *Mon. Not. Royal Astron. Soc.*, 2010, 401: 2148
- [29] Boughn S, Crittenden R. *Nature*, 2004, 427: 45
- [30] Giannantonio T *et al.* *Phys. Rev. D*, 2008, 77: 123520
- [31] Cai R G. *High Energy Phys. & Nucl Phys.*, 2007, 31: 827
- [32] Zhao G, Zhang X. *Phys. Rev. D*, 2010, 81: 043518
- [33] Komatsu E *et al.* Submitted to *Astrophys. J. Sup.*, 2010, arXiv: 1001.4538