

物理学咬文嚼字之三十九

Secular, equation

曹则贤

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

你不是一个俗人!

——王朔

摘要 Secular equation,既是别称 characteristic equation 的久期方程,又是指行星运动的长期均差.西文中本来浑然一体的概念,在汉语语境中却似乎不搭边.

汉语的俗,从人从谷,不知是不是说人食五谷杂粮,故曰俗.然笔者以为人食五谷杂粮可能不是俗的原因,毕竟这是遵循物理学和生物学的行为,算是普适的,不可以用来为人分等¹⁾.人之俗者,或者俗人,可能是与谷物(或者各种广义的生活资料和生产资料)的生产相联系的.人中的一部分,终生要从事生产而且偏偏还要为下一顿饭发愁,属于俗人一类,类似蜂群里的工蜂.与俗人相对的,按王朔先生的意思,有圣人、雅人,甚至还有知识分子.这些人也吃饭²⁾,但不事稼穡,所以显得不俗——“在所有人都要干活、打仗的时代,只有圣人是靠捧人吃饭的^[1].”王朔先生的观点有点庸俗(vulgar³⁾),至少会让那些“……羞于承认自己雅的因而是真雅的雅人”有点光火,不过王朔先生敢耍横“这就是我,和知识分子迥然不同的,一个俗人的标准——我为此骄傲.”^[1]看看,对待这号俗人,你还真拿他没辙.

“俗”的一个专门用法,是与宗教相对的.庙宇、道观、教堂之外的世界,是我们的俗世.这里的俗,英文对应的有 earthy, worldly, profane, laicalical, non-ecclesiastical, temporal, 等等,还有本篇要关切的 secular, 所谓俗世, secular world, 其中的生活不以宗教为准绳(A way of life and thought that is pursued without reference to religion), 缺少神圣的、超自然的追求.俗人(secular people, temporality)的追求很具体,大多是成家立业、成名发财之类鸡零狗碎的事情.

Secular, 来自拉丁语 saeculum, 本意为一代人、一个时期、一个时代、一个世界等意思.其名词在拉丁语中就作为世纪讲,如 ante plurimum

sæculorum (before a few centuries, 要过几个世纪). 作为形容词,其意之一有 coming or observed once in an age or a century, 所谓百年一遇是也,如 the secular refrigeration of the globe, 指地球的持久的冰冻期,其持续时间以世纪为单位当不为过.其意之二就是与俗世有关的(of or pertaining to this present world)意思,例如 secular music (世俗音乐,区别于宗教音乐), to bind our souls with secular chains (世俗的锁链束缚我们的灵魂). Secular 的这两个意思,虽说词根上有些渊源,笔者仍觉得不搭边.法国人可能认识到了这一点,所以他们将这两个意思分给不同的词形:séculaire 表示百年一次的、长期的,如 année séculaire (世纪的最后一年), variations séculaires (长期变化);而 séculier 表示世俗的,如 clergé séculiere (在俗的神职人员).

Secular 一词是地球科学、天文学中很常见的形容词,如 secular change (也作 secular change, 长期变化, 缓慢变化), secular motion (长期运动), secular perturbation (长期摄动), secular decay (长期风化), 等等.地球磁场的 secular variation, 是 1634 年 Gellibrand 在比较伦敦一地磁场偏角的时候认识到的(16 世纪末为 10° 偏东, 19 世纪初为 25° 偏西). 有的地方把 secular variation 译成“经年变化”,应与“此去经年,应是良辰好景虚

1) 古时将高等人等同于肉食者,如今高等人开着高级车到乡下找野菜,可见用食物本身划分人等有概念上的困难.但是,从如何准备食物的程序上,是可以为人分等的.在煎饼卷大葱的环境中能坚持“食不厌精,脍不厌细”的货,圣人也.——笔者注

2) 这些人在为自己的一些行为辩解时,会拿自己也吃饭说事,谓之“不能免俗”.——笔者注

3) 来自拉丁语 Vulgus, 一般人、俗人的意思.——笔者注

设”(柳永《雨霖铃》)中的“经年”同义。

笔者在学习转动问题时遇到了求矩阵本征值和本征矢量的问题. 给定一方阵 A (A 可以是转动惯量张量、刚体空间构型的变换等), 求其本征值 λ , 则依定义, 有 $AR = \lambda R$, 其中 R 为矩阵的本征矢量 (绝对值未定). 欲求本征值 λ , 需解多项式方程 $|A - \lambda I| = 0$, 其中 I 为单位矩阵. 方程 $|A - \lambda I| = 0$, 在中文教科书里被称为久期方程. 久期方程, 眼巴巴期盼的方程? 笔者那时候 (1984 年) 是一头雾水, 好在我们那时就有不问老师问题以免老师翻脸的好习惯, 那雾水就一直悬在那里. 后来, 读英文的力学, 发现这个方程英文称为 secular equation. Secular 咱懂, 英汉小词典说 secular 是世俗的意思. 那为什么 secular equation 是久期方程呢? 更糊涂了.

如果抛开力学的背景谈论方程 $|A - \lambda I| = 0$ 的话, 它的名称是 characteristic equation (特征方程). 这比较好理解, 矩阵的本征值确实是矩阵的特征 (character, 烙印): 矩阵 A 是用其本征值作为矩阵元之对角矩阵的投影之一. 对于 2×2 的矩阵, 方程 $|A - \lambda I| = 0$ 的代数形式为 $\det(A) - \text{Tr}(A)\lambda + \lambda^2 = 0$ ⁴⁾, 引入了矩阵的两个重要量: Tr (trace, 矩阵的迹) 和 \det (determinant). Determinant 被翻译成“矩阵值”⁵⁾ 显然又是不负责任的杰作. 为什么 $\det(A)$ 被称为 determinant, 笔者手头没有确切的证据, 也许下面这句话可能提供一些线索: Having thus decided that a secular equation is needed, Kepler turns to **determining** it (开普勒觉得需要一个 secular equation (拉丁原文为 æquationibus secularibus), 因此把工作转向搞定它)²⁾. 这里的 secular equation 是汉语意义下的方程吗? 怎么个 determining 法? 在讨论这个问题前, 有必要提到的一个词是 equation of time.

太阳每年绕地球一圈⁶⁾, 绕其它行星一圈的时间有长有短, 取决于太阳和行星之间的距离 (图 1). 如果行星的轨道是圆的, 且行星没有自转, 那么行星每公转一周, 行星—太阳的构型应该复原. 开普勒的伟大成就之一是发现行星的轨道是以太阳为焦点之一的椭圆, 很多书里都是这么说的. 但是, 行星有自转, 自转的平面和轨道平面之间还有倾斜 (obliquity). 这样, 比如在地球上, 太阳时 (apparent solar time, sundial time) 和用比如单摆所记的平均太阳时 (mean solar time) 就有一个差, 这就是所谓的 equation of time (时差), 这里 equation 的意思是 making equal (balancing, 补齐、找平) 的意思³⁾, 强调的是 difference. 注意, time difference 是同一时刻

地球上不同地点时间标记的不同, 与 equation of time 不是一回事. Time of equation 强调的是差, 所以还会表述为 inequality⁷⁾, 如您读文献时遇到 “The Great inequality of Jupiter and Saturn”, 您就知道是讨论行星时差问题的 (木星和土星块头大, 离地球近 (见图 1), 所以从地球上观测天象, 容易注意到它们之间的时差问题). 行星自旋轨道的倾角, 以及轨道为椭圆形, 为 equation of time 现象提供了相当令人满意的解释.

不过, 如果事情这么简单的话, 这还真不能显出开普勒的伟大. 现实远比理论更复杂 (Reality is complex enough to escape the theories), 行星根本就不是按照椭圆运行的. 或者, 如果我们把行星短时间内的轨道当作椭圆的话, 则会发现偏心率 (eccentricity) 一直在变化着. 当然, 椭圆轨道不是从一个偏心率的轨道跳到另一个偏心率的轨道, 而是连续地变化的; 水星离太阳最近, 轨道甚至明显地不能用椭圆近似. 这个轨道偏心率的变化, 还有倾角的变化, 给 equation of time 带来了 secular effect (长期效应), 变化的时间尺度可以是数十万年. 显然, 在 “the motion of Saturn is affected by a secular equation” 一句里的 secular equation, 指的是这种长时间尺度上 (secular) 不同周期性运动所表现的差 (equation), 是不可以译成久期方程的.

开普勒自己也认识到了行星的轨道不是严格的椭圆, 并深入研究了长期运动偏离椭圆 (long term deviations from the elliptic motion) 的现象. 开普勒假设行星轨道为椭圆加上周期性 (指可用 sine 函数描述的) 的偏离, 当然其长期平均为椭圆, 并且觉得他应该找到这个 secular equation, 即找到这个正弦

4) 对于 $n \times n$ 矩阵, 同样会出现 $\det(A)$ 和 $\text{Tr}(A)$ 这两项, 具体形式请读者自己推导. ——笔者注

5) 显然这样翻译时, 没有照顾该词出现的语境, 也没照顾到矩阵还有 permanent. 如果 permanent 是望文生义的积和式, determinant 为什么不比照译成积差式? Determinant 可能是和 determine, 搞定, 相联系的. ——笔者注

6) 地球绕太阳一周可用来作为时间单位, 为年 (year). 如果以年为时间单位, 地球自转一圈的时间, 即一天的时间长短, 约为 0.003 年, 变化明显. 但若以天为单位来计年, 则一年等于 365 天多一点, 而且会有 secular variation. 注意, 天文学上说一年等于 365 天 6 小时 9 分钟 9.54 秒是一种非常不科学的表达. 天和秒是两种不同的时间度量单位, 依托的是不同的时间度量体系. ——笔者注

7) 像用 equation 和 inequality 这样相反的词表示一个概念, 好像是一种普遍的文化现象. 中文的“大败敌军”和“大胜敌军”, 德语的 abwickeln 既是系上也是解开, 可相比照. ——笔者注

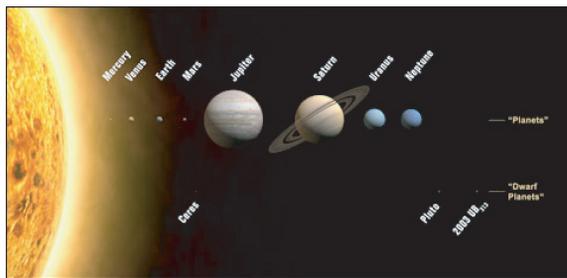


图1 太阳系行星的相对位置(不成比例). 中间两个大块头的分别是木星(Jupiter)和土星(Saturn,有环)

函数表达式来解释长时间尺度上的时差现象. 由于观测数据不够,开普勒未能完成这项心愿.

后来的故事基本上就是经典力学和天体力学的发展史了. 有了牛顿力学, equation of time 成了可计算的问题. 拉格朗日(Lagrange), 拉普拉斯(Laplace)和泊松(Poisson)都投入了对这个问题的研究. Poisson的著作 *Sur les inégalités séculaires des moyens mouvements des planètes* (论行星平均运动的长期均差), 就是专门讨论 secular inequality 的. 后来的发展支持开普勒的猜想: 久期扰动是周期性的(secular perturbations should be periodic)⁸⁾. 在利用牛顿力学, 采用微扰论(又译摄动理论), 计算扰动周期(the frequencies of the perturbation)时, 出现的也就是 $|A - \lambda I| = 0$ 形式的方程, 因此它被很自然地称为 secular equation^[4]. 汉译 secular 为久期, 是取 long-term 的意思(其实是慢, slow in comparison to the annual motion 的意思), 与期待⁹⁾无关. 又, $|A - \lambda I|$ 展开的函数, 称为 characteristic function (特征函数), 偶尔还有人会写成 secular function. 在量子力学中, 若 A 为某力学算符, 则

$A\Psi = \lambda\Psi$ 中的 Ψ 为算符 A 的 eigenstate. Eigenstage 来自德语, 译成本征态, 可能是要和“特征”一词相区分.

如果你留心, 会发现本文讨论的 secular equation, 还有 equation of time (时差), temporality (俗人), 都与时间有关. 时间作为一个物理学概念, 物理学家们还没能理解, 也是没办法的事情. 但是, 中文物理教科书中很少有关于时间的讨论, 不知是不是觉得时间太简单了. 如果给我们的物理系新生们以时间是个简单概念的印象的话, 那就罪过了.

后记 笔者初遇久期方程, 以为久期可以理解为久久期待. 及至读到 secular equation, 偏偏英汉小词典把 secular 解释成世俗的, 把 equation 解释成方程. 因为是在天体力学(celestial mechanics)中读到 secular equation 的, 我又想, 将 equation 命名为 secular (世俗的), 难道是和 celestial (天体的, 来自天国的) 相对应? 如今想来, 某之蠢, 实可哀. 西哲云“读史使人明智”, 明智的效果未必有, 但是如能把科学的历史交代一点, 对修习者多少有些好处吧.

参考文献

- [1] 王朔. 你不是一个俗人. 收获, 1992年第2期
- [2] Giorgilli A. A Kepler's note on secular inequality (来自互联网)
- [3] 曹则贤. 物理, 2008, 37: 882 [Cao Z X. Wuli (Physics), 2008, 37: 882 (in Chinese)]
- [4] Goldstein H. Classical Mechanics. Addison-Wesley Publishing House, 1980

8) 如果你知道 Poincaré 和 Kolmogorov 的工作, 又会发现现实其实比理论复杂, 而且有趣. ——笔者注

9) Expectation, 统计学中常出现. ——笔者注