

Uncertainty of the Uncertainty Principle(上)

曹则贤

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

Que sera, sera! Whatever will be, will be!¹⁾

——美国通俗歌曲

A powerful imagination generates the event.

——Michael de Montaigne²⁾

There is no picture- or theory-independent concept of reality³⁾.

——Hawking & Mlodinow

摘要 许多人以为 uncertainty principle 是量子理论的一个基本原理,但它不是.它来自对任何正定空间都成立的 Schwarz 不等式,不过反映物理学中变量通过乘法或者某个方程耦合到一起的一个推论,同各种境遇中的两难选择产生了联想.量子力学中的 uncertainty relation 基于算符的非对易性,没有任何测量可以精确到能强化其正确性的地步.从经典扩散方程也能得出 uncertainty relation 关系.关于 uncertainty principle 有大量的错误诠释和滥用,中文语境下是翻译成“测不准原理”还是“不确定性原理”也值得商榷.

1995 年当我把博士论文提交以后,人忽然变得无所事事起来.为了打发无聊时光,我一边试图阅读 Balzac 的 *La Comédie humaine*⁴⁾,一边试图理清关于 uncertainty principle 的方方面面. Uncertainty principle 是个在物理学文献中随处可见,在物理学以外也时常能遇到的概念.在中文语境中,它到底该是翻译成“不确定性原理”还是“测不准原理”据说也一直存在争论.有趣的是,争论尽管很激烈,却很少有人注意到西文的 principle 和中文的原理之间的巨大区别.我的关注 uncertainty principle 的无聊举动一直持续到现在,因此觉得有写点什么的必要.关于 uncertainty principle,笔者个人的感觉是,这是一个被“粗心地证明,大胆地滥用和草率地诠释了 (incautiously proven, boldly misused and carelessly interpreted)”的一个 principle. 它的所谓成功应用之处或者有明显拼凑的痕迹,或者实际上有物理的必然或者别样的更合理的解释.这样的说法,当然需要大量文献和分析的佐证.

在英文中,所谓的 principle 指的是同 prince, principal, prime 等词相关的一个表述,它没有中文

的“原理”那么吓人⁵⁾. Prince 是指比王 (king, König; 低于 Emperor, Kaiser) 管辖范围还小的一级统治者 (a ruler whose rank is below that of king; head of a principality), 中文所说的王子是 prince 的

1) 美国通俗歌曲,电影 *The Man Who Knew Too Much* (1956) 的插曲. 其中的重复段为 Que Sera, Sera, Whatever will be, will be. The future's not ours, to see. Que Sera, Sera, What will be, will be. “Que sera, sera” 就是 “Whatever will be, will be”, 中文大意为“爱咋地咋地”. “Que sera, sera” 据说是根据电影 *The Barefoot Contessa* (1954) 中的一句意大利语铭文 “Che sarà, sarà” 按照西班牙语改造而来的, 不过两者都有语法问题. ——笔者注

2) 出自法国哲学家蒙田的散文, 意为“强劲的印象产生事实”. 这句话为古代学者的拉丁语语录 “Fortis imaginatio generat casum”. ——笔者注

3) 意为“没有不依赖图像-或者理论-的关于实在的概念”, 语出 Stephen Hawking and Leonard Mlodinow 的 *the Grand Design* (大设计). 小说《三体》里有句话: 世界上除了人之外难道真的还有什么东西会计算吗? 一切以为有一个独立于要验证之理论的实验的朋友, 不妨仔细想想这些话. ——笔者注

4) 当时借的是 29 卷本的全集, 可惜一本也没读完. ——笔者注

5) 原理意味着是出发点. 当然, 在一个理论框架中被当作原理的东西, 在更大、层次更高的理论框架中可能只是别的原理的一个推论. 不过, 原理的帽子可能就不摘了. ——笔者注

另一个意思,指统治者家中还未掌权的男性成员(a nonreigning male member of a royal family). 一个莱茵河畔的 prince(图 1)或者他爹,其能管辖的也许不超过 3000 人⁶⁾,刚够中国皇子他爹的后宫人数. 因此,西语中的有些 prince 和 princess,大约相当于中国乡长的儿女,是无法同中文的王子、公主相对应的. 对 principle 也应当作如是观. 这一点,我们中国人在读到 uncertainty principle 或者 complementary principle(互补性原理)时应该注意.

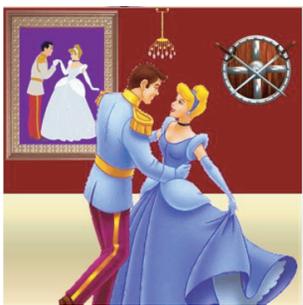


图 1 欧洲遍地开花的 prince 与 princess 之间的爱情故事,可以作为 principle 一词份量的参照

1927 年, Werner Heisenberg 发表了一篇题为“关于量子理论之动理学和力学的直观内容”的文章^[1](图 2),这标志着 uncertainty principle 作为一个重要概念被正式引入了物理学. 这个原理在物理学家中间引起了一场复杂的,情感上的和形而上学的,骚动,并在长期处于争论的情形下被广泛地滥用着. 读过这篇文章的人⁷⁾可能都注意到, Heisenberg 在提到他发现的 $\Delta x \Delta p \sim \hbar/2$ (具体什么意思,押后讨论)这个问题时,用到了三个不同的词, Unbestimmtheit (Indeterminacy, Indeterminateness), Unsicherheit (Uncertainty) 和 Ungenauigkeit (Inaccuracy, Imprecision)——英文翻译见文献[2]——可以想见他当时是三重困惑的(triply puzzled). 为什么这样说的呢? 因为使用 Unbestimmtheit, Unsicherheit 和 Ungenauigkeit 这三个德语词时,讨论的对象是在切换的. 为了理解这一点,试分析如下一句歌词“女孩的心事你别猜,你猜来猜去也猜不明白”,这里就有对象切换的问题. 注意,(1)不可捉摸、猜不透是女孩的品质(character);(2)你猜不明白那是你笨;而(3)“猜不明白”这个事情说的是男女世界里存在的一种客观的灾难,这三种表述的对象是不一样的. 显然, Unbestimmtheit(不可确定), Unsicherheit⁸⁾(拿不准)和 Ungenauigkeit(不精确),这三种表述的对象也是不一样的. Heisenberg 这篇文章的本意是因为注意到量子力学的直观诠释充满内在的矛盾(Die

Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik.

Von W. Heisenberg in Kopenhagen.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 23. März 1927.)

In der vorliegenden Arbeit werden zunächst exakte Definitionen der Worte: Ort, Geschwindigkeit, Energie usw. (z. B. des Elektrons) aufgestellt, die auch in der Quantenmechanik Gültigkeit behalten, und es wird gezeigt, daß kanonisch konjugierte Größen simultan nur mit einer charakteristischen Ungenauigkeit bestimmt werden können (§ 1). Diese Ungenauigkeit ist der eigentliche Grund für das Auftreten statistischer Zusammenhänge in der Quantenmechanik. Ihre mathematische Formulierung gelingt mittels der Dirac-Jordanschen Theorie (§ 2). Von den so gewonnenen Grundsätzen ausgehend wird gezeigt, wie die makroskopischen Vorgänge aus der Quantenmechanik heraus verstanden werden können (§ 3). Zur Erläuterung der Theorie werden einige besondere Gedankenexperimente diskutiert (§ 4).

图 2 Heisenberg 1927 年论文原文

anschauliche Deutung der quantenmechanik ist bisher noch voll inner Widersprüche),有讨论的必要. 他认为,在经典力学里,位置和动量是清楚定义的、独立的量,而在量子力学中,位置与动量有了关系 $pq - qp = h/2\pi i$ (原文写成这样的形式)⁹⁾,因此有理由对位置、动量概念之不加批判的应用(kritiklose Anwendung)存疑¹⁰⁾. 解决量子力学概念上的内在矛盾如广为讨论的 incompleteness(不完全性)应该在理论框架上下功夫,“简单地说就是试图用科学的方法找出科学的局限性”,而这一点,没有一个称为实验的东西能够胜任. 但是不知怎么有些人偏偏试图从测量问题上下功夫,以为测量是挽救或者证明理论的工具,比如宣称测量的某物理量是如何地同理论预测相吻合,甚至宣称是在小数点后十多位上吻合. 实验从不会自动运行,也从来不试图解释什么. 没有 presumed(预设的)一些理论概念,实验什么都不是. Einstein 所谓的“it is the theory which decides what one can observe”,不是说你构造的理论决定了那理论里有什么可观测的,而是说所谓的观测总是多少依赖于我们头脑里隐含着的一些理论成分. 这一点连小说家都体会很深. 测量是一个既不同于理论也不可能独立于理论的、要真理解的物

- 6) 你明白了为什么格林童话中都是王子与公主的爱情故事了吧.——笔者注
- 7) 我敢打赌,很多参与过 uncertainty principle 争论的人未曾想过要读这篇文章——笔者注
- 8) Unsicherheit 的词干是 sicher. 若用德语说“sicher?”,这相当于英语的“are you sure?”.你确定吗? Ja, sicher!——笔者注
- 9) 此为所谓的正则对易关系(canonical commutation relation),据说这个关系式归功于 Max Born. 经典力学里力学量的对易式为零,在量子力学中对易式被替换为 Poisson 括号. 可以将 $[x_i, p_j] = i\hbar \delta_{ij}$ 推广到所有的正则坐标和正则动量算符之间,用于经典系统的量子化. 进一步地,关于算符函数的对易关系,有 $[x_i, F(\mathbf{p})] = i\hbar \partial F(\mathbf{p}) / \partial p_i$; $[F(\mathbf{x}), p_i] = i\hbar \partial F(\mathbf{x}) / \partial x_i$.——笔者注
- 10) 在 Feynman 发展的量子力学的路径积分形式表达中,笔者感觉那里的位置和坐标同经典的可没什么两样. 笔者学浅,没理解到精髓吧.——笔者注

理问题.相当多的人甚至不知道温度是不可测量的量¹¹⁾,可见关于测量的理论探究的重要性.但在 uncertainty principle 的讨论中依赖于测量问题,却是用错误的概念转移了对更本质性问题的关注.

Heisenberg 1927 年的文章到底讨论了什么问题呢?原来,Heisenberg 注意到,对任意如下形式的波函数 $S(\eta, q) \propto \exp[-\frac{(q-q')^2}{2q_1^2} - \frac{i}{\hbar} p'(q-q')]$, 则通过基于 $S(q, p) = \exp(\frac{i}{\hbar} qp)$ 的 Jordan 变换¹²⁾, 得到用 p 表示的几率幅为 $S(\eta, p) \propto \exp[-\frac{(p-p')^2}{2p_1^2} - \frac{i}{\hbar} q'(p-p')]$, 值得注意的是, $p_1 q_1 = \hbar$. 若 q_1 是 q 可被知道的 (bekannt) 精确度 (q_1 ist etwa der mittlere Fehler von q), p_1 是 p 被确定的 (bestimmbar) 精确度, 这意味着在碰撞之类的实验中, 粒子的动量和位置是不能同时被精确地确定的 (提请注意: 一个测量结果呈某种分布的物理量, 其分布上的每个数据点还是要精确测量的, 其误差至少要远小于分布的方差). 1930 年, Heisenberg 的这个发现在英语文献中被表述为 uncertainty principle. 还有文献称之为 indeterminacy relation^[2]. Certain, 来自拉丁语动词 *cernere*, to distinguish, to decide, to determine; 作为形容词, 意为 not to be doubted, unquestionable, fixed. 汉语的形容词“确定性的”同样是和动词相联系的, 不确定性应该是对 uncertainty 很恰当的翻译.

$\Delta x \Delta p$ 不确定关系的论证

阐述 uncertainty principle 的一个图解式的工具是所谓的 γ 光子显微镜观测电子实验 (图 3), Heisenberg 原文中给出的只是文字上的叙述, 后来发展出来的典型推理过程如下^[3,4]:

考察一用显微镜观测电子的实验, 若一个水平入射的、给定波长的光子和电子碰撞后被散射到垂直方向上 2θ 角度的锥内, 这可以理解为电子被探测到. 已知显微镜的分辨率为

$$\Delta x = \lambda / (2 \sin \theta) \quad (1)$$

若散射后的光子从前端进入显微镜, 光子动量应该等于 $p'_x + \frac{h}{\lambda} \sin \theta$; 若散射后的光子从后端进入显微镜, 光子动量应该等于 $p''_x - \frac{h}{\lambda} \sin \theta$; 因此有

$$p'_x + \frac{h}{\lambda} \sin \theta = p''_x - \frac{h}{\lambda} \sin \theta \quad (2)$$

对于非常小的 θ , 有

$$\lambda' \approx \lambda'' \approx \lambda \quad (3)$$

因此测量给出的电子动量误差为 $\Delta p_x = p''_x - p'_x = \frac{2h}{\lambda} \sin \theta$, 因此有 $\Delta x \Delta p_x \approx h$, QED.

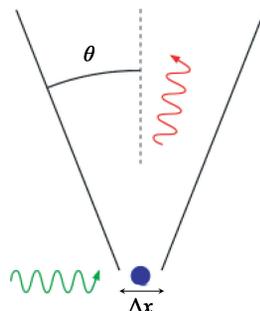


图 3 用于诠释 uncertainty principle 的显微镜实验

这个粗看一切顺畅的证明出现在许多文献中, 特别是教科书中, 误导着一代又一代的年轻学子. 其实, 这个看似正确的证明过程的每一步都包含着错误:

(1) 式(1)中的显微镜分辨率公式是基于 Rayleigh 判据 (主观地为人类定义的) 的远场光学的结果, 不具有客观性和普适性, 用这样的公式讨论 fundamental physics 是不合适的. 大家熟识的式(1)的一个推论是所谓的半波限制, 即分辨率最好不好于所用波长的一半——所以用可见光的显微镜, 其分辨率不会好于 200nm. 这个结论在今天随着近场光学的发展早已成为陈词滥调, 用可见光的近场光学显微镜的分辨率已经达到 20nm 以下了. 此外, 这个公式是经典透镜关于光束远场成像的情形, 而非针对单光子 (量子概念) 的^[13].

(2) 更不合适的是, 所谓分辨率中的 Δ , 其意义是间隔, 它和 Heisenberg 使用 Jordan 变换倒腾的波函数中的 q_1 绝不是一回事. 在证明一个严肃问题的时候, 偷换概念是不可原谅的.

(3) 式(3)想当然地假定散射后的波长约等于

11) 温度计从来测量的都不是温度, 而是别的物理量. 对于一个温度无从定义的体系, 温度计一样可以给出一个被粗心的实验家当成温度的读数. 一定意义上来说, 温度有点 Fermi 能级的味道, 它似乎是可触摸的, 但却是个统计量, 更多地具有数学性存在的性质. ——笔者注

12) 其实就是傅立叶变换. 此处采用原文的表示. ——笔者注

13) 关于 γ 光子显微镜的分辨率该如何表示, 笔者不知. 不过, 笔者倾向于认为不会有什么 γ 光子显微镜. 波粒二象性, 如果参照 M-理论的解释, 不是说光在某些情境下它表现为波, 在某些情境下它表现为粒子, 而是说某些电磁辐射, 比如 γ 光子, 更多地像粒子, 而某些电磁辐射, 比如微波, 更多地像波 (你不好意思管你微波炉里的辐射叫粒子?). 关于光还有一个麻烦, 光子和光束至少不总是一回事. ——笔者注

入射波长. 对应于很小 θ 角的散射实际上对应的是偏转角约为 $\pi/2$ 的 Compton 散射, 属于大角散射事件, 散射后的光子波长决不能近似等于入射波长. 熟悉 Compton 散射内容的读者应该早想到了这一点.

上述的所谓 γ 光子显微镜观测电子实验阐述 uncertainty principle, 在稍微认真一点的学物理者¹⁴⁾那里肯定是过不了关的. 1929 年, Robertson 提供了一个形式上的数学证明^[5], 证明的出发点是对任意正定空间都成立的 Schwarz 不等式. 所谓的 Schwarz 不等式, 在欧几里得矢量空间中的形式为 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$, 即三角形任意两边之和不小于第三边; 在复数域上的线型函数空间 $L^2(Z)$ 中, 其形式为 $|\int_a^b f^*(x)g(x)dx|^2 \leq \int_a^b f^*(x)f(x)dx \int_a^b g^*(x)g(x)dx$. 由此出发, 对任意的两个力学量(观测量)算符 \hat{A}, \hat{B} , 可得到关系式

$$\Delta A^2 \Delta B^2 \geq \frac{1}{4} \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle^2 + \frac{1}{4} \langle \{\hat{A} - \langle \hat{A} \rangle, \hat{B} - \langle \hat{B} \rangle\} \rangle^2, \quad (4)$$

其中 Δ 符号是严格定义为力学量在指定态函数下的方差的, $\Delta A^2 = \langle (\hat{A} - \langle \hat{A} \rangle)^2 \rangle$, $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ 为对易关系, $\{\hat{A}, \hat{B}\} = \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}$ 为反对易关系.

忽略(4)式中右边第二项(凭什么? 为什么不去忽略第一项?), 注意到 $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$, 于是得到

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2, \quad (5)$$

这里, Δ 符号代表力学量的方差. 貌似严格的——因为是从 Schwarz 不等式推导而来的——(5)式具有极大的欺骗性, 它成了讨论或应用 uncertainty principle 的基点.

(5) 式中的 $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ 是以一种不体面的方式得到的, 推导过程忽略了(4)式中的反对易项. 反对易项对高斯函数型的波函数为零(是特例, 不具有普适性), 也就是说 $\Delta x \Delta p = \hbar/2$ 只对高斯函数是严格成立的. 但是对一般意义上的波函数, 反对易项可能比对易项的值还大, 也就是说 $\Delta x \Delta p$ 可能比 $\hbar/2$ 大得多! 由于我们的测量误差远高于使得 $\Delta x \Delta p$ 能同 $\hbar/2$ 相比拟的水平, 这掩盖了 $\Delta x \Delta p$ 取值可以比 $\hbar/2$ 大得多的事实.

在许多场合, 人们以 $\Delta x \Delta p \sim \hbar/2$ 作为论证的基础并推演出一些有趣的故事. 一个八十年来广为流传的说法是位置测量得越准确(位置的不确定性越小), 则动量的测量就越不准确(动量的不确定性就越大). 我们会看到这种说法远不如统计物理中的“越接近临界点, 涨落越大”的说法来得真实和科学,

甚至同文学中的“近乡情愈怯”相比, 它都缺乏科学性. 2009 年, 笔者在作关于 uncertainty principle 报告的时候, 刘家福先生计算了一维无限深势阱中粒子的位置和动量的不确定性问题^[6]. 结果是

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{12} - \frac{1}{2n^2\pi^2}} a, \quad \Delta p_x = \frac{n\pi\hbar}{a}. \quad (6)$$

也就是说随着量子数 n 的增大, Δx 渐增至一个常数值, 而 Δp 则一直增加. 这很好理解, 能量(动量)越大的粒子, 越活跃, 表现为粒子位置更不确定, 但总还是被限制在势阱内(图 4)¹⁵⁾. 我奇怪的是, 为什么几十年来就没人计算一下 $\Delta x \Delta p$ 在具体体系中的数值呢? 它本来就该依赖于具体的波函数的呀? 另, 也许该问的问题是, 假设 $\Delta x, \Delta p$ 有相反的趋势的话, 那它要求什么样的状态波函数?

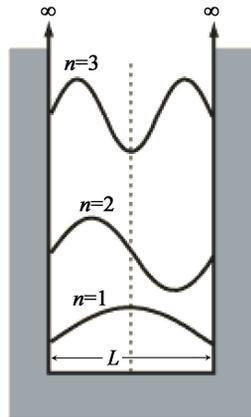


图 4 一维无限深势阱中的电子波函数. 随着量子数 n 的增大, 动量不确定性(均方差)趋于无穷大, 位置均方差渐增趋于固定值

量子力学是基于波函数(几率幅)描述物理事件的, 其给出的力学量分布依赖于具体的波函数按说应该是个常识. $\Delta x \Delta p$ 的值当然也依赖于粒子的波函数的形式, 对于一维无限深势阱, 粒子位置—动量的不确定性之积为

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = \sqrt{\frac{n^2\pi^2}{3} - 2} \cdot \frac{\hbar}{2}. \quad (7)$$

不同状态下的不确定度之积是不一样的. 关于时间—能量不确定性关系(详细讨论见下)也有类似的尴尬. 人们曾为时间—能量不确定性关系中的 Δt 和 ΔE 附会上各种不同的解释, 其中之一是 ΔE 是跃迁能量而 Δt 是能级寿命或者谱线的频宽. 随处可见的时间—能量不确定性的诠释认为, 能量宽度(或者差

14) 学物理者, 物理学者, 其间可能有些差别. ——笔者注

15) 想起《南征北战》中的一句台词, “他还能往哪里退呢?” 就算你无限精确地测量了粒子的动量, 粒子在势阱中的位置不确定性还能大于势阱的尺寸不成. ——笔者注

别)越大,相应的寿命应该越短. 2003 年夏天,在笔者讲完 uncertainty principle 报告的第二天,日本关西大学的小山泰(Yasushi Koyama)教授敲开了笔者的办公室,讲述了他研究中的遭遇. 在研究一类复杂分子的发光时,他们注意到谱线能量越高,而谱线寿命却增加的现象. 当小山泰教授在一次会议上报告他们的测量结果时,他遭到了以“能量宽度(或者差别)越大,相应的寿命应该越短”为基本出发点的一通乱批,被指责缺乏起码的常识. 这种以对非严格知识的似是而非的诠释之漫无节制的推广为基本出发点的态度,甚至强大到怀疑严肃的测量结果. 小山泰教授后来将结果发表在 *Chemical Physics Letters* 上^[7],但是审慎地不触及所谓的时间-能量不确定性问题. 关于不确定性原理的“此一量不确定度越大,彼一量不确定度越小”式的描述之威力,由此可见一斑. 其实,不同能量的发光过程,涉及的是不同的一组波函数间的交叠问题,为什么不能发光能量和谱线寿命同步增减呢!

ΔEΔt 的困境

注意到 $x \cdot p$ 的量纲是作用量, $E \cdot t$ 的量纲也是作用量,存在 $\Delta x \Delta p \sim \hbar/2$ 式的 uncertainty relation,自然人们也希望存在 $\Delta E \Delta t \sim \hbar/2$ 式的 uncertainty relation. 不过,麻烦的是,在量子力学中,位置、动量和能量都是算符,分别为 \hat{x} , \hat{p} 和哈密顿量 \hat{H} ,而 t 不是,它是参数. 也就是说, t 和 E 的身份不对等,无法使用 Robertson 的形式证明存在其中 Δ 为力学量方差的关系式 $\Delta E \Delta t \sim \hbar/2$. 在人们讨论 $\Delta x \Delta p$ 时可以诠释为“不能同时(simultaneously)^[6]精确地测量位置和动量”,但是说“不能同时精确地测量能量和时间(Pauli 还真这么说过)”就莫名其妙了.

于是,我们看到物理学家们费力地构造各种版本的 $E-t$ 不确定性关系,其花样之翻新,令人瞠目结舌. (1) Δt 被解释为观测时间, ΔE 为实验误差; (2) ΔE 为粒子凭空获得的能量, Δt 被解释为可拥有额外能量的时间,这个诠释被用来解释隧穿现象(量子电动力学的虚过程),以及量子过程中不能满足能量守恒的部分; (3) Δt 被解释为能级寿命, ΔE 为谱宽度; (4) Mandelstam-Tamm 诠释^[8]: Δt 被解释为力学量 \hat{A} 的平均值划过其方差那么大的范围所需的时间,定义为 $\tau_A = \Delta A / [d\langle \hat{A} \rangle / dt]$; (5) 粒子看作是波包, t 是波包通过某位置的时间; ΔE 是波包能量宽度,而 Δt 是到达时间的方差; (6) Gislason 用 decaying state 得到了关系式 $\tau \Delta E \geq \frac{3\pi}{5\sqrt{5}} \hbar$, τ 是 decaying state 的平均寿

命^[9]; (7) 基于混合态振荡的讨论^[10]. 设有混合态 $|\Psi(t)\rangle = c_1 e^{-iE_1(t-t_0)/\hbar} |\Psi_1\rangle + c_2 e^{-iE_2(t-t_0)/\hbar} |\Psi_2\rangle$, 则观察到对应本征态 $|u_m\rangle$ 的本征值 b_m 的几率包含振荡项 $\text{Re}[c_1^* c_2 e^{i(E_2-E_1)(t-t_0)/\hbar} \langle \Psi_1 | u_m \rangle \langle u_m | \Psi_2 \rangle]$, 定义特征时间 $\Delta t = \hbar / |E_2 - E_1|$, 则有 $\Delta E \Delta t \sim \hbar$; (8) 印象中还有基于 Raman 过程的讨论,因为那里涉及到虚能级的概念; (9) 基于泵浦过程的讨论^[11]. 跃迁几率表示为

$$p(t, \omega) = 4 |\langle f | V | i \rangle|^2 \frac{\sin^2[(\omega_{i,f} - \omega)t/2]}{\hbar^2 (\omega_{i,f} - \omega)^2}, \quad (8)$$

其中, $\omega_{i,f}$ 对应初态和终态间的能量差, ω 为泵浦频率. 有人把这个公式图解成图 5(a) 中的样子——时间不变跃迁几率随泵浦频率的变化,发现主峰的宽度为 $\Delta\omega = 2\pi/t$, 于是凑出一个 $\Delta E \Delta t = \hbar$. 问题是,“时间固定不变跃迁几率随频率变化”是哪个世界里的物理学? 谁能固定时间观测物理量随泵浦频率的变化? 这个公式的正确的图解是,对不同的频率,画出跃迁几率随时间的变化(图 5(b)). 我们看到当 $\omega = \omega_{i,f}$ 时,几率最大,此即所谓的共振现象.

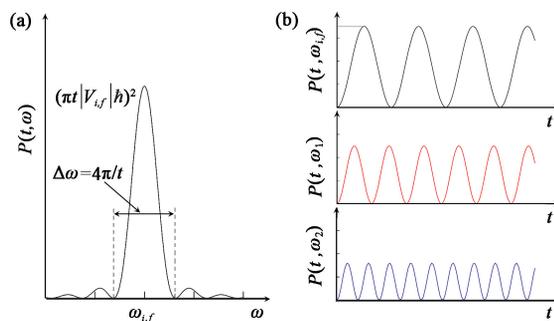


图 5 泵浦过程跃迁几率的图示 (a) 时间不变, 跃迁几率随泵浦频率的改变; (b) 使用不同的泵浦频率时, 跃迁几率随时间的变化

我想,我已经列举了足够多的 $\Delta E \Delta t$ - uncertainty relation, 其得来途径的诡异令人眼花缭乱, 其夹杂的各种思想混乱对于初学量子力学者是极具误导性的. 这些混乱的根源都是因为要构造 $\Delta E \Delta t$ - uncertainty relation 的心情太急切了, 但 t 在量子力学中的身份(参数)却和能量不一致. 那么,有什么方法能克服这种不一致吗? 在量子场论中,时间 t 和坐标获得了相同的身份,都是坐标,是参数而非可观测量,其结果是我们觉得还算可靠的 $\Delta x \Delta p \sim \hbar/2$ 关系式也失掉了基础^[12]. 听过一个报告“时间作为变量的物理学”,不过目前还没有实现的迹象.

海森堡之前的 $\Delta E \cdot \Delta t$

许多人认为 uncertainty relation 始于海森堡

16) 关于同时和同时性,问题更麻烦,将另文讨论. ——笔者注

1927年的文章,其实不是.为量子力学中的对称性理论奠基的 Eugene Wigner,其博士论文研究的是化学反应速率,导师为 M. Polanyi. Eugene Wigner 在论文中提到“可以推论,由结合得到的分子,其激发态有能量展宽 $\Delta\epsilon$,它同平均寿命 Δt 通过关系式 $\Delta\epsilon \cdot \Delta t = h$ 相联系(It postulates that the excited states of the molecule obtained by the association have a finite energy spread $\Delta\epsilon$ (first assumption) and that $\Delta\epsilon$ is related to the average life time Δt of that molecule by the relation $\Delta\epsilon \cdot \Delta t = h$, that is, Planck's constant (second assumption))”^[13]. 相关论文发表于1925年的 *Zeitschrift für Physik* 杂志上^[14],工作可能始于1922年;不过,可以肯定的是, $\Delta\epsilon \cdot \Delta t = h$ 关系式的出现早于1927年.

Uncertainty principle 的心理冲击

Uncertainty principle 的提出被看成是量子力学的大事件. Pauli 谈到关于导致1927年波动力学最终建立之发展给他留下最深印象的是“real pairs of opposites, like particle versus wave, or position versus momentum, or energy versus time, exists in physics, the contrast of which can only be overcome in a symmetrical way. This means that one member of the pair is never eliminated in favor of the other, but both are taken over into a new kind of physical law which expresses properly the complementary character of the contrast”^[15]. 笔者不解的是, Pauli 为什么会有“为了一个变量排除另一个 (eliminate one in favor of the other)”的想法. 他不会不知道物理学的共轭结构,物理量是以 adjoint (本质上还是乘法)变量对的方式出现的,不管是热力学中 $p dV$ 形式的,还是经典或者量子的 Poisson 括号,实际上都是让变量发生关系的最简单方式—乘法,人们显然不该有 eliminate 其一的冲动.

关于 $\Delta x \Delta p \sim \hbar/2$ 关系式的诠释,注意它还叫 indeterminacy relation^[2], Heisenberg 就认为这意味着不能够无限精确地确定 (beliebig genau zu bestimmen) 一个物理量^[1]. Schrödinger 也有专文讨论“自然科学是环境决定的吗?”^[16]. 据说 Bohm 也曾为调和他的马克思主义信条和量子理论的不确定性而头疼 (David Bohm was struggling to reconcile his Marxist beliefs with the maddening indeterminism of quantum theory...) ^[17]. 事情远比头疼严重,不确定性在欧洲物理学家中引起的情感,仿佛 Milton 在《失乐园》中描述的那种逐出天堂的感觉

(The certainty lost roused a feeling of **paradise lost** in the European physicists as described by Milton in *Amissam Paradisum*) (图6), 事关“为了科学灵魂的挣扎^[18]”. 今天返回头来看,这个量子 uncertainty relation 带来的惶恐,更多地是因为太过习惯于本不存在的经典 certainty 或者 determinism, 亚当·夏娃式的如丧家之犬实在没有必要.



图6 逐出伊甸园

(未完待续)

参考文献

- [1] Heisenberg W. *Zeitschrift für Physik*, 1927, 43:172
- [2] Jammer M. *The philosophy of quantum mechanics*. John Wiley & Sons, 1974
- [3] Neuser W, Oettingen K N. *Quantenphilosophie (Spektrum der Wissenschaften)*. Springer, 1996, 168
- [4] Heisenberg W. *The Physical Principles of the Quantum Theory*, translated by C. Eckart and F. C. Hoyt. Dover Publications, 1930
- [5] Robertson H P. *Physical Review*, 1929, 34:163
- [6] 刘家福, 张昌芳, 曹则贤. *物理*, 2010, 38(7):491
- [7] Fujii R, Fujino T, Inaba T *et al.* *Chemical Physics Letters*, 2004, 384 (1-3):9
- [8] Mandelstam L, Tamm Ig. *J. Phys. (USSR)*, 1945, 9:249
- [9] Home D. *Conceptual foundations of quantum physics: an overview from modern perspectives*. Plenum Press, 1997
- [10] Wu Ta-You. *quantum mechanics*. World Scientific, 1986
- [11] Cohen-Tannoudji C, Diu B, Laloe F. *Quantum mechanics*. Wiley-Interscience, 2006
- [12] Sakurai J J. *Modern quantum mechanics*. Addison Wesley, 1993
- [13] Wigner E. *Obit. Not. Fell. Roy. Soc.*, 1977, 23:413
- [14] Polanyi M, Wigner E. *Zeitschrift für Physik*, 1925, 33:429
- [15] Pauli W. *Writings on Physics and Philosophy*. Springer-Verlag, 1994
- [16] Johnson G. *Strange Beauty*. Vintage Books, 1999. 84
- [17] Schrödinger E. *Über Indeterminismus in der Physik: Ist die Naturwissenschaft milieubedingt*. Leipzig, 1932
- [18] Lindley D. *Uncertainty: Einstein, Heisenberg, Bohr and the struggle for the soul of science*. Ankor Books, 2007