

Uncertainty of the Uncertainty Principle(下)

曹则贤

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

经典不确定性

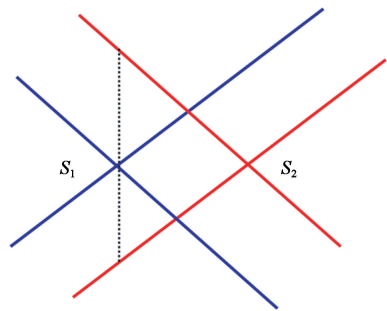
所谓的“不能够无限精确地确定一个物理量”给欧洲的物理学家们带来了惶恐,但是经典世界里存在 exact positioning 的说法似乎也是毫无根据的. 确定公路上一辆汽车的位置,精确到毫米量级都是没必要的、原则上不可能的(用汽车的哪个部位标定它的位置呢,部位又如何定位呢?),遑论无限精确. 观察过程中光子对车子的位置当然也是有扰动的,但这丝毫不影响确定车子 (locating the car) 这个物理事件. 一个有必要问的问题是,远小于物体尺度的位置精度有意义吗? 笔者以为,科学定律可能本身就有可容忍的不确定性,比如描述种群数量演化的 logistic 方程,本身就是处理大数目的群体演化的. 而无限精确地描述物理世界的想法只是理想化的愿望,数学的理想不可以用来取代或否定现实的世界——一只足球对运动员来说等价于数学家的 S^2 -流形(图 7). 对 uncertainty 的恐惧是相当非理性的.



图 7 这样的足球已经是很完美的球了

对 uncertainty 的恐惧源于由来已久的经典决定性的信条要被抛弃. 经典决定性(determinism)认为:给出了某个时刻的初始条件,就能够确定地知道系统的未来. 经典世界里真的可以让人“feel certain”吗? 如果这样,为什么满大街在唱“Will you still love me, tomorrow?”其实,认为经典世界存在

确定性,按照 Uhlenbeck 的用词,是浪漫的幻觉 (romantic illusion)^[19]. 首先,对于一个包含 10^{23} 量级粒子的宏观体系,谁有能力获得初始条件,哪怕只是位置和速度(且不论速度如何测定),于是在经典理论中就有了各种小妖(demon)的引入. 再者,谁告诉你所谓的初始条件是 $S(x_0, v_0; t_0)$ 而不是 $S(x_0, v_0; \text{color, smell}, \dots; t_0)$ 呢? 很显然是你当前拥有的关于物理事件的理论. 你确定你的这个理论是“确定、一定以及肯定”^[17]的吗? Karl Popper 继续对经典决定性加以批判^[20],他引入了同样属于经典物理的相对论来佐证. 他认为狭义相对论就堵死了通往决定论的路. 如图 8 所示,在 S_1 点能够测到的物理事件在 S_1 点的未来光锥内;而能影响到 S_2 点上事件的物理事件在它的过去光锥靠 S_1 未来一侧的部分,显然前者大于后者. 也就是说,在此时空点上我们不可能接近影响未来某时空点的全部事件,当然也就不可能测量之以作为初始条件.

图 8 S_2 的过去不全部都在 S_1 的未来光锥内

关于基于光锥概念对经典决定论的批判,可以用个小故事加以说明. 一个小和尚煮粥的时候,看到一粒灰尘落入锅里,赶忙用勺子把灰尘舀出来. 但是,他又舍不得倒掉,于是把有灰尘的粥给喝了. 偏巧方丈路过,认定小和尚煮粥时偷喝. 小和尚万般委

17) 《武林外传》中郭芙蓉的口头禅. ——笔者注

屈,却无法辩解. 这里的问题出在哪里呢? 这里的问题就在于灰落入粥里的这个事件,可能不在方丈的过去光锥里. 他是真不(可能)知道.

测量能给出所有的初始条件吗? 愚以为也不可能. 所谓测量,就是给物理量赋值. 除了测量原理上的一些限制,从数值上来看测量只能给出有理数值,而我们的理论可从来没排除无理数的出现. 假如你此时的位置是 $\sqrt{2}$,咋办? 还有,若你所在的空间几何是分形的(设想你沿着大不列颠海岸线开着一辆尺度可变的车子),空间距离(长度)可能是测量标尺依赖的,尺子越小,数值越大,原则上你是弄不清大不列颠海岸线的长度的. 再者,即便你可以非常非常精确地接近 $\sqrt{2}$ 这样的数值,若你的系统的动力学是混沌的,再小的偏离也会导致完全不同的结果. 混沌体系可是相当普遍的存在,试着研究一下小球同放置在正三角形顶点上的三个等尺寸大球的碰撞实验会给你一些关于混沌行为的感觉.

对经典世界的决定性图景的最重的一击来自 Gödel. Gödel 认为:(1)没有一个自洽的公理体系,其定理是可以通过有效的程序罗列的,能够证明所有的自然数的关系(No consistent system of axioms whose theorems can be listed by an “effective procedure” is capable of proving all truths about the relations of the natural numbers). (2)这样的体系不能表明它的自洽性(Such a system cannot demonstrate its own consistency). 用白话说,数学是不完备的. 数学尚且有不完备性,是 uncertain 的,那关于自然世界的物理描述哪里去祈求确定性呢? 决定性的经典世界的图像,垮了.

于是有了这样的一幕: Sir James Lighthill, 在任国际力学联合会主席期间为用确定性误导了公众而代表力学界同仁向公众道歉,大意是“在 1960 年以前,我们认为世界是可预测的,但我们现在认识到我们散播的决定性的思想错了”^[21].

对把 uncertainty relation 当作是量子世界的景观,认为因此失去了经典世界中的确定性,薛定谔似乎不以为然. 早在 1931 年,薛定谔就写到:存在于经典概率理论和波动力学之间的表面上的可类比性,不可能逃过对这两者都熟悉的物理学家的注意(Analogie superficielle qui existe entre cette théorie de probabilité classique et la mécanique ondulatoire, et ‘n’ a probablement échappé aucun physicien qui le connaît toutes des deux.

Schrödinger 1931, May)^[2]. 薛定谔是量子时代物理学家中的另类,其思想之深刻鲜有其匹. 既然两者有可类比性,Reinhold Fürth 于 1933 年进一步地从扩散方程 $\frac{\partial W}{\partial t} = D \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$, 也推导出了一个不确定性方程 $\langle x^2 \rangle \langle v^2 \rangle \geq D^2$, 其推论是,扩散范围展开得越宽,扩散速度越慢——当然这是容易观察到的事实^[2]. 这一工作表明,uncertainty relation 不是量子理论里的专利.

关于 uncertainty principle 的迷信与滥用

在习惯了 uncertainty principle 的出现带来的失乐园的心情后,物理学家忽然又把它当成了解释许多事情的法宝. J. D. Jackson 写到^[22]:所有的量子效应(对碰撞来说,带电离子的能量损失)的数量级,如下文所见,都可以很轻松地从 uncertainty principle 得到(All the orders of magnitude of the quantum effects (for collision, energy loss of charged particles) are easily derivable from the uncertainty principle, as will be seen). 还有,Dirac 曾就早期宇宙学中量子跃迁的角色作了一些推断,不过 Lemaitre 更早,他写到^[23]:显然最初的量子不可能在其中就隐含了演化的全部进程,但是,根据不确定性原理,那是不必要的(Clearly the initial quantum could not conceal in itself the whole course of evolution, but, according to the principle of indeterminacy, that is not necessary). 太神奇了点吧? 更有甚者,uncertainty principle 成了为一些明显不满足能量守恒的虚过程(virtual processes)的借口:“由于不确定性关系,存在任意量的能量和动量供给各种物理过程(如涉及从真空中产生粒子的过程)(...owing to the uncertainty relations, that arbitrary amounts of energy and momentum are available for various physical processes (involved in generating particles from a vacuum)).^[24]”就算这是真实的,那么谁是因,谁是果? 是因为有虚过程这档子事我们认为 uncertainty principle 在起作用,还是因为有人提出了 uncertainty principle,世界就得乖乖地有不满足能量守恒的虚过程? 这个具有额外能量的过程中欠缺的能量部分被称为是“借的”,并且还有人煞有介事地给出了可以“借贷”的时间:“假设它(电子)还要‘借’2.48eV 的能量,它可以借这些能量的时间段为 $\Delta t = h/2.84\text{eV} = 1.5 \times 10^{-15} \text{ s}$. 在这段时间内,它可以轻松地从一个原子转移到另一个原子(Assume that it wants to ‘borrow’ the

same amount of energy (2.84eV) again. It may borrow that much energy for an interval $\Delta t = h/2.84\text{eV} = 1.5 \times 10^{-15}\text{s}$. In this time interval, it can get comfortably from one atom to the next”^[25].

笔者不理解,为什么电子要借能量才能越过一个势垒.能量势垒不是刚性的墙,即便电子能量比势垒低,也会以一定的几率隧穿过去.薛定谔就谈到粒子本身可以看成具有形(form)^[26],而 form 的尺寸,或曰刚性(rigidity)¹⁸⁾,取决于外在世界用多大的努力接近它.所使用接近它的粒子能量越大,则粒子 form 的尺寸就越小.我们关于电子半径的认识大约可以作为一个例证.这个世界本身就是可穿透的、能量不均匀分布的网格.

自从 $\Delta x \Delta p \sim \hbar/2$ 和 $\Delta E \Delta t \sim \hbar/2$, 或者 $\Delta x \Delta p \sim \hbar, \Delta E \Delta t \sim \hbar, \Delta x \Delta p \sim \hbar, \Delta E \Delta t \sim \hbar$ 被发明以来,且不管 Δ 是什么意思,它们就被人们用于各种场合.有人用 $\Delta x \Delta p \sim \hbar/2$ 从玻尔半径大小估算氢原子的基态能级,或者反过来;有人用发光能量估算能级寿命,或者反过来.其实这些共轭量的数据,多是从不同途径独立得来的.看看 Fraunhofer 拍摄的可见光谱中的 700 多条谱线,谱线的能量和宽度(对应能级的寿命)哪里有什么成反比的规律.有趣的是,粒子物理学家是用粒子大小来证明研究其结构所需能量的合理性,其所依赖的 uncertainty relation 是沿着位置—动量—相对论能量的路子^[27]: $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$, 从而有 $E > \Delta p \cdot c > \hbar c / 2 \Delta x$. 其实,应该反过来理解才对:用来感知的粒子(比如 X 射线光子, Compton 散射)的能量决定被感知粒子(电子)的尺度.

关于 $\Delta E \Delta t \sim \hbar/2$ 的诠释可能比 $\Delta x \Delta p \sim \hbar/2$ 更离谱.有人把 Δt 理解成脉冲宽度, ΔE 被理解成能量展宽.但是,如今人们可以把可见光激光的脉冲压缩到飞秒甚至阿秒长短,也没见颜色的改变,更不会因为担心 uncertainty principle 所导致的 X 射线成份而添加额外的防护措施.一段正弦波,不管时值多长,都是单色的.傅里叶变换不会引出新的谐波,因为什么 uncertainty principle 也不会引出新的频率(正弦也好,锯齿波也好,都给出同样的时间序列计数,是一样的时钟.这才是时间的本质.此处不作深入讨论).还有人把 Δt 理解成观测时间, ΔE 被理解成能量展宽,或者“借得”的能量,所谓观测时间越短,能量范围越大.不过,不幸的是, LHC 中粒子的能量来自用 microwave wigglers 之类的复杂设备能量注入的结果,而不能依赖测量时间的减少.没人会

借给它们任何能量.

对 uncertainty relation 的滥用和曲解有时会以很不严谨的方式引用数学. Heisenberg 用高斯函数型的波包来推导 uncertainty principle, 是因为高斯函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2})$ 在傅里叶变换下是形式不变的. 这样的函数目前已知只有两个. 但是,并不是所有的分布都像高斯分布这样用方差这样一个参数 σ 就能描述的(再次强调,不可以拿特例来论证一般性的问题). 把高斯分布的参数 σ (即 Heisenberg 论文中的 q_1) 当作高斯分布型分布的测量精度,则是因为十足的对实验无知. 做过实验的人都知道,若某个量的分布为高斯型的,则要想测到一条高斯型的分布曲线(图 9),则在 $[x_0 - \sigma, x_0 + \sigma]$ 范围内至少要测 20 个点,也就是说测量步长(精确度,不确定度,或者别的什么)至少要好于 0.1σ . 对于实际的分布,要确定其近似地是高斯型的,测量范围至少要大于 6σ ,可见把测量的范围混同于参数 σ 同样是不合适的. 当然,数学好一点的读者可能知道,对高斯函数来说,求 σ 可以有比 $\sigma^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$ 条件更宽松的算法. 此外,我们时常见到讨论,说(经典地)重复测量一个量得到一个高斯分布,会得到一个方差. 这只是对一个粗糙问题的理想化,实际上你应该不会得到图 9 中那样好的高斯分布曲线. 测量应该要求测量精度远好于数据分布的方差,好的测量得到的数据应该分布在它该出现地方的一个很窄的范围内,是不足以得到一条高斯曲线的. 数据自身源于随机过程的是另一回事.

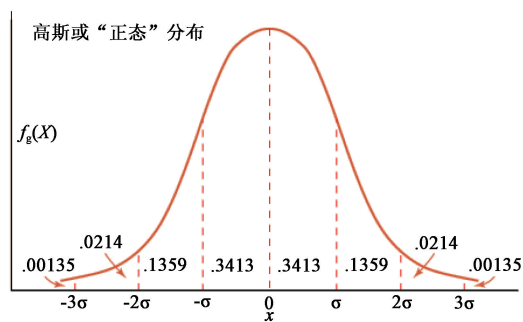


图 9 高斯分布函数

注意一个事实,对于像高斯分布那样的连续、在无穷大空间的分布,方差的定义是严格定义的、正当的.但是,对于粒子数 N 这样的变量, ΔN ,尤其是在 $N=0$ 处,其定义在数学上是否行得通,都没有讨论.而 $\Delta N \Delta \theta \geq 1$ 关系式,即所谓的粒子数同波函数相位角之间的 uncertainty principle^[4],却竟然被用

18) 刚性是 Anderson 定义固体的出发点.——笔者注

来作为讨论真空性质的理论基础,未免难以服人.真空中的粒子数为零,粒子数在 $N=0$ 附近的涨落, N 又不能为负,为这样的过程寻找严格意义上的数学描述(Robertson 式的证明显然不合适),着实让数学为难.

哲学呢喃

注意到,所谓 uncertainty principle 除了有一些经常改换 Δ 的涵义、且互为前提的使用外,一些科学家从物理上、形而上学上对它的辩护也比较有意思. Hans Bethe 就把 uncertainty principle 说成是 “certainty principle (Many people believe that Uncertainty principle has made everything uncertain. It has done the exact opposite. Without quantum mechanics and the related uncertainty principle there couldn't exist any atoms and there couldn't be any certainty in the behavior of matter whatever. So it is really the certainty principle).” Feynman 在其量子力学讲义中提到^[28]: 不确定性原理保护了量子力学 (Uncertainty principle “protects” quantum mechanics), 似与 Bethe 的观点有相通之处. Wolfgang Pauli 认为 uncertainty principle 意味着以统计的因果律代替决定论的因果律 (The simple idea of deterministic causality must, however, be abandoned and replaced by the idea of statistical causality. For some physicists... this has been a very strong argument for the existence of God and an indication of His presence in nature)^[15]. 在讨论用确定能量—动量的粒子研究基本粒子这样的短时间、小体积事件——这似乎和 uncertainty principle 的精神相违背时, Wilczek 的辩护非常有趣. Wilczek 写到^[29]: “认为在极短的时间、极小的体积内不会发生太多事情的观点看起来有点幼稚(...the expectation that nothing much can happen in a short time in a small volume comes to seem very naïve)”. 为什么呢,当然又乞灵于 uncertainty principle. 不过, Wilczek 认为 $\Delta E \Delta t \sim \hbar/2$ 作为 $\Delta x \Delta p \sim \hbar/2$ 的补充是因为狭义相对论的要求 (an addendum to Heisenberg's original uncertainty principle is required by the theory of relativity, which relates space to time and momentum to energy). 这个说法可能不确切. Heisenberg 是直接引用的与 $[x, p] = i\hbar$ 相类比的关系式 $E t - t E = \hbar/2\pi i$ 和 $J W - W J = \hbar/2\pi i$ ^[19] (J 是作用量, W 是角变量), 虽然这种类比在量子力学语境中可能是站不住脚的.

Wilczek 接着发挥: “Combining the two principles, we discover that to take high-resolution, short snapshots, we must let momentum energy float”. 在 Friedman—Kendall—Taylor 给质子内部照相的尝试中, 他们要做的恰恰是测量能量和动量. Wilczek 接着写到: “But there is no contradiction. On the contrary, their technique is a wonderful example of Heisenberg's uncertainty principle cleverly harnessed to give certainty. The point is that to get a sharply resolved space-time image you can-and must-combine results from many collisions with different amounts of energy and momentum going into the proton. Then, in effect, image processing runs the uncertainty principle backwards. You orchestrate a carefully designed sampling of results at different energies and momenta to extract accurate positions and times. (For experts: you do Fourier transformation).” 这真是奇了,用不同动量—能量做多次散射实验,通过傅里叶分析图像处理从而提取精确的时间和位置信息,这怎么成了逆用 uncertainty principle. 难道 uncertainty principle 不是关于单个事件成立的原理,而要在系综的概念上为其辩护? 笔者不懂,留与读者讨论.

关于 uncertainty principle 的认识, Roger Penrose 在 *the Emperor's new mind* 一书中总结了三种观点^[30]: (1) 测量的内禀误差. 这是误导性的 (An error intrinsic to measurement; misleading); (2) 粒子的内禀属性, 粒子在量子层面上是不可预测的. 这种观点是错的 (An intrinsic property of particles, on the quantum level the particles are unpredictable; wrong); (3) 量子粒子是不可理喻的, 位置和动量这样的经典概念不适用. 这种观点未免太悲观 (Quantum particles are ridiculous, classical concepts such as position and momentum are invalidated; pessimistic). Pauli 有另一种说法^[15], 可看成是第四种说法, 他认为因为有了 **uncertainty** 这样普适的原理, 使用波和粒子的图像不再是冲突的了 (This universal principle of indefiniteness or uncertainty enables us to understand that application of the wave and particle pictures can no longer conflict with each other...). Pauli 认为, 通过观测原

19) 原文如此. Heisenberg 文章中的 W 指的是原子定态的相角. ——笔者注

子目标获得的任何知识都是以其它知识之无法弥补的损失为代价的(Every gain in knowledge of atomic objects by observation has to be paid for by an irrevocable loss of some other knowledge). 但 Pauli 这样说的时候,可能没太细考虑他在说什么,他的下一句露了馅:the laws of nature prevent the observer from attaining a knowledge of the energy and momentum of an object, and **at the same time of its localization in space and time**. 如何 at the same time 获得 location in time? Time 的角色跟动量、能量和位置相比很特殊的呀,尴尬!

Uncertainty principle 提出至今已八十余年,它依然是个热闹的话题和研究课题. 有研究分立矢量空间中 Heisenberg's Relations 的^[31],有研究时间-温度之间不确定原理的^[32],有探索利用量子增强型测量打破量子限制的^[33],有基于纠缠态讨论非局域授时和定位问题的^[34]. 2010 年的一篇文章表明,uncertainty principle 和超距作用(spooky action at a distance)是不可分的^[35]. 这个超距是否就是坐标和时间耦合到一个方程里的数学形式上的限制而与物理无关呢? 还有一类研究角动量测量中的 Heisenberg relation, 文献很多. 不过,笔者想提醒各位读者,应该看到,角动量之间的 Poisson 括号 $[J_\alpha, J_\beta] = i\hbar\epsilon_{\alpha\beta\gamma}J_\gamma$ 同位置-动量间的 Poisson 括号 $[x_\alpha, p_\beta] = i\hbar\delta_{\alpha\beta}$ 就完全不是一回事,具有不同的代数结构. 类比式的研究难免带入数学错误,而这是我们实验物理学家时常会忽略的问题.

其实,这个世界上有各种各样的 uncertainty,有了耦合的一对变量因为相互作用(相互约束)而产生某种意义上的 uncertainty,应该是不言而喻的事情. 不管是经典理论中,还是量子世界中,都有这样的问题. 一些 uncertainty 背后可能有其独特的原因,不必从某个原理出发拼凑解释,而要等待对问题研究的工具的出现,理论的或者实验的——照相机的出现就结束了关于马儿如何奔跑的 uncertainty^[36].

因为关于 uncertainty principle 的讨论时常提到测量一词,在中国,uncertainty principle 甚至还被翻译成测不准原理,因此有必要说说测量. 什么是测量(measurement),可不是个容易的问题,可能许多人当了一辈子实验物理学家不知道什么是测量,什么不是²⁰⁾. 经典的测量,如温度的测量,已是非常吊诡,关于量子世界的测量更应该谨慎对待^[37]. 测量,总要求你最后能看(听)到点什么,这就要求测量的结果是广延量(酒精温度计的酒精高度)、数值,

或者是颜色(也有将入射光子转换成毕毕剥剥声(bip)的. 不过若进行处理,还是转化成一个时间序列). 一些物理量的测量,从待测事件到你看到的测量结果,中间经过十万八千道我们可能根本不懂的中间过程. 能弄懂中微子探测器涉及的各种名词就足以唬人了,遑论其中涉及的复杂中间过程. 关于 uncertainty principle, 读者应注意到这样的事实:共轭的一对变量,并不都是可以测量的.

Uncertainty relation 本质上到底是在谈论什么事情? 笔者以为,一句话,uncertainty relation 表明在耦合的关系里(in coupling)不可能让双方的“利益”同时最大化,这跟经典或者量子没关系. 若是两个变量能耦合到一个方程里有了关联,则它们的行为就不再是独立的,而是 mutually exclusive. 从经典扩散方程推导的 uncertainty relation 就说明了这一点. Pauli 为 uncertainty principle 作辩解时曾写到^[14]:“...In order to measure exactly the position on one hand, and the momentum on the other hand, mutually exclusive experimental arrangements must be used, since every exact measurement of this sort involves an interaction between measuring apparatus and object measured, which is in part essentially undetermined and undeterminable.”这里透露的“时空之间的 delimitation(设限)”不可避免地同不可确定的能量和动量转移相联系,应该也是这种思想的模糊表述.

本篇是关于 uncertainty principle 的一个简单的批评性的介绍. Uncertainty relation 被捧为量子力学的一个 principle(原理),并广泛地滥用和误用,实在是个有趣的科学现象,容专文论述. 客观地说,有外行的因素,也有科学家自己的因素. 外行本能地对真实科学采取疏远的态度,而对于一些怪念头,如时空穿越,平行宇宙,量子泡沫等,则格外狂热²¹⁾. 关于科学家自身的因素,此处援引关洪先生的一句

20) 想起一个小故事:新疆军阀盛世才亲审丁慰慈,查问他贪污多少卢布. 丁不堪拷打,于是自诬说 5 万. 盛嫌少,继续毒打,卢布数由 5 万升到 10 万、20 万、30 万,盛还是不满意. 丁索性自诬拿了 100 万,盛又嫌多,于是丁又从 90 万、80 万、70 万一路往下降. 直到体无完肤时,丁说出 50 万,盛这才满意,说:“丁慰慈! 你早说实话,不就少吃那么多苦头了吗?”有些所谓的物理测量,比如关于“引力质量与惯性质量”的测量,基本上也是这种德行,让人有“物理学家”拷打物理世界和仪器设备的嫌疑. ——笔者注

21) 俺觉得, Fantasies, in particular those very nonsensical ones, propagate faster and easier than true science. ——笔者注

话“……而且玻恩从来没有脱离物理学故弄玄虚地发表一些抽象议论,或者像玻尔和海森堡那样,试图构造什么新的哲学原理”^[38,39],或可作为比较中肯的评价.向 uncertainty principle 里灌入许多反常识、反科学的内容,或许来自对未来是不确定的恐惧.不过,一切都敲定了的未来,还有意思吗?

后记 关于 uncertainty principle 问题的考虑始于1995年,期间积累了不少资料.鉴于篇幅限制,这里只是一个粗略的介绍.我总以为,在科学概念的传播中,科学家对概念的字面意思与内在含义不能严肃认真地对待,是造成许多不必要误解的重要因素.而中文语境下的物理学,因为在未来相当长的时间内我们还将不得不面对物理学纯粹是自其它文化舶来品的现实,严肃认真地对待物理学文献中的字词怕是一种必须.近日看到一幅名为“precision is not accuracy”的漫画(图10),正可以用来理解与 uncertainty principle 相关的一些现象,因为 precision 和 accuracy 是关于 uncertainty principle 讨论中常见的、且被混为一谈的词汇.是呀,精度(precision)并不是准头(accuracy).能以“凤凰夺窝”的方式射出几只箭,却未必有一只中的的.精确的、分布很尖锐的测量结果,可能远远偏离实际的待测量量(OPERA 2011年曾信誓旦旦地宣称其中微子速度测量是多么的精确可信,2012年2月底却解释是接口导致的60ns飞行时间超前量,不幸为这句话添了个绝佳的范例).在文献中关于 uncertainty principle 的讨论,很少有人注意到这一点.指望所谓的机械、(光)电子的设备获得的结果,如单电子经过有两个狭缝的板在后面的显示屏上不断累积起来的明暗相间条纹(多等一会,衬度就消失了),能够解决量子力学的内在困难,无异于缘木求鱼.



图10 漫画 'precision is not accuracy'(取自文献[40])

参考文献

- [19] Uhlenbeck G E. Nature, 1971, 232:449
- [20] Popper K. Unended Quest: An Intellectual Autobiography. Routledge, 2002
- [21] Lighthill J. Proc. R. Soc. Lond. A, 1986, 407: 35. 道歉内容原文照录如下: Here I have to pause and speak once again on the behalf of the broad global fraternity of practitioners of mechanics. We are deeply conscious today that the enthusiasm of the forebears for the marvelous achievements of Newtonian mechanics led them to make generalizations in this area of predictability which, indeed, we may have generally tended to believe before 1960, but which we now recognize to be false. We collectively wish to apologize for having misled the general educated public by spreading ideas about the determinism of systems satisfying Newton's laws of motion that, after 1960, were to be proved incorrect.
- [22] Jackson J D. Classical Electrodynamics (third edition). John Wiley & Sons, 1999. 624
- [23] Lemaitre G. Nature, 1931, 127:706
- [24] Cao T Y. Conceptual Foundations of Quantum Field Theory. Cambridge University Press, 2004
- [25] Solymar L, Walsh D. Electrical Properties of Materials (8th edition). Oxford Science Publications, 2009
- [26] Schrödinger E. Nature and the Greeks and Science and Humanism. Cambridge University Press, 1996
- [27] 李政道. 对称与不对称. 清华大学出版社, 2000
- [28] Feynman R. The Feynman Lectures on Physics. Addison Wesley, 1989
- [29] Wilczek F. The lightness of being. Basic Books, 2008. 46
- [30] Penrose R. The Emperor's New Mind; Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics. Oxford University Press, 2002
- [31] Carbó-Dorca R. Journal of Mathematical Chemistry, 2004, 36:41
- [32] Gillies G T, Allison S W. Foundations of physics letters, 2005, 18:65
- [33] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L. Science, 2004, 306:1330
- [34] Shih Y. J. modern Optics, 2004, 51:2369
- [35] Oppenheim J, Wehner S. Science, 2010, 330:1072
- [36] Schlain L. Art & physics. William Morrow, 2007
- [37] Aharonov Y, Rohrlich D. Quantum Paradox. Wiley-VCH, 2005
- [38] 关洪. 大学物理, 1983, (9):6
- [39] 关洪, 范瑞方. 大学物理, 1983, (10):1
- [40] Rothman T, Sudarshan G. Doubt and Certainty. Helix Books, 1998. 39