

物理学咬文嚼字之四十八

# 嗨,我自己的

曹则贤

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

Im Anfang was das Bewusstsin,  
und das Bewusstsein war bei Sich Selbst,  
und das Bewusstsein was Sich Selbst<sup>1)</sup>.

An actress must never lose her ego  
——without it she has no talent<sup>2)</sup>.  
——Tom Lehrer

**摘要** 据说量子物理和相对论是现代物理的两大支柱. 不过, 这两大支柱是建立在 self-adjointness, eigenvalue (vector), proper time(length), proper Lorentz group, self-interference 等事关“自己的”概念碎石上的. 没了自我, 物理学似乎少了很多内容.

西方文化是讲究自我意识(Bewusstsein)的: 它(意识)张扬自身, 它的力量就是它自己(Es entfaltet sich, denn seine Kraft war es selbst)……它舒展自身, 它的意义就在于它自身(Es entwickelte sich, denn sein Sinn war es selbst)<sup>[1]</sup>. 这自我意识到了弗洛伊德那里就更复杂了, 他给人格(personality structure)或精神结构(psychic apparatus)分成了本我(id)、自我(ego)和超我(super-ego)的层次. 据说, 本我(id)是人格中最本能的、最难以接近的层面; 自我是人格中有组织的部分, 承担自卫、感觉、认知和执行等功能; 而超我则是人格中具有批判意识和教化意义的部分. 这些西方的自我意识的蹙语俺不懂, 不过对他们的自我意识之高却印象深刻, 这一点人们随便检视一下西文文献就能感觉到.

拉丁语系的语言以及日尔曼语系的语言有用反身动词(形式为自己+动词原型)的习惯, 时刻不忘强调某些动词的对象是本人、本身, 有时到了过分的程度. 如在德语一个自我引用的句子(Ein Satz, der sich auf sich selbst setzt)中, 短短8个字中就出现了两个 sich 外加一个 selbst, 简直绕口. 强调动词作用于对象本身当然是重要的, 像“喜欢某事物”德语写成 sich freuen auf etw, 是说就某事物让自己得意; “某事物进展、展开”德语为 sich entwickeln, 那是说那

是该事物自己的行为, 这些都好理解. 但是, 像“我的名字叫某某”这个问题, 法国人非要用“je m'appelle xx (我管我自己叫某某)”; 连刮胡子这么个简单的事情, 也不说是刮胡子, 而是刮-自己(德语为 sich rasieren, 法语为 se lèver). 西方人根深蒂固的自我为中心(ego-centrism), 也许由此可见一斑.

自己(自身)这个词, 英文一般用 self, 和德语的 sich(selbst)以及法语的 se<sup>3)</sup>一样, 都属于通俗的字眼. 但西文文献中, 若想显得学问点要会用拉丁语或希腊语. 和 self 对应的有 ego, 这个希腊词(Εγώ)就是英文的“I”, 汉译自我, 是个比 self 显得高雅的词. 例如“Every autobiography is concerned with two characters, a Don Quixote, the Ego, and a Sancho Panza, the Self (每一本传记都要关注两个人物, 一个是堂吉诃德, 即自我, 一个是桑乔, 即本人)”就把 ego 和 self 之间的关系比喻成堂吉诃德和其仆人桑乔, 贵贱自明. 重要的是, ego 有点自夸的成分.

西方人的自我意识必然也反映在他们的自然科

1) 大意是“始而为意识, 意识靠自身, 意识就是自身”. 引自文献[1]. ——笔者注

2) 大意是: “一个女演员永不可失去自我, 没了自我就没有才情”. 其实, 各行各业中的演员, 不妨都想想这个理. ——笔者注

3) 第一、第二人称形式为 me, te. 真麻烦. ——笔者注

学成就中. 他们的现代物理学的两大支柱——量子论、相对论——也是建立在事关“自己的”概念碎石上的. 不可否认的, 自伴随算符 (self-adjoint operator)、本征值 (eigenvalue)、本征态 (eigenstate) 是量子力学的 pillar-like (支柱型的) 概念, 而固有时 (proper time)、固有长度 (proper length) 和固有洛仑兹群 (proper Lorentz group) 则是相对论的 pillar-like 概念. 从中文字面上看, 自伴随算符是有“自己的”内容, 而本征值、固有时也约略有这么个意思, 但不如西文那么明显, 自然也影响对其内容的理解.

谈论 self-adjoint 之前, 先谈论 adjoint. Adjoint 似乎是个专有的数学用语, 我手头的字典没有关于它的词源解释. 我不知道它是否就是 adjoin, 反正 adjoint 在汉语数学文献中被翻译成“伴随”, 这应是和 adjoin 同样的意思 (be next to each other, 如 the two countries adjoin (两国为邻邦). 在数学语言中, adjoint 是描述两个数学对象的关系, 如有公式  $(Ax, y) = (x, By)$  (先不管这个括号定义了什么样的算法), 则称  $A$  is adjoint to  $B$  ( $A$  算符是  $B$  算符的伴随). 如果定义的是 Hilbert 空间上的内积, 且有  $(Ax, y) = (x, Ay)$ , 则  $A$  is self-adjoint (自伴随的). 自伴随算符又称厄米特 (Hermitian) 算符.

自伴随算符乃量子力学的关键. 在量子力学的语境中, 算符的意义在于其在 (复的) 波函数上的作用结果, 因此自伴随算符的定义为

$$\int \phi_1^* L \phi_2 d\tau = \int (L \phi_1)^* \phi_2 d\tau .$$

对于实在的力学量, 量子力学要求其必须是厄米特算符. 之所以这样是因为若算符为厄米特算符, 则有<sup>[2]</sup>

(1) 厄米特算符的本征值 (eigenvalue) 是实的. 这样, 算符表达的力学量便是可测量量了, 可测量量当然应该是实的;

(2) 厄米特算符拥有一套正交的本征函数 (eigenfunction). 力学量的本征值被解释为力学量被测量时的结果. 这个诠释是 von Neumann 1928 年提出的<sup>[3]</sup>;

(3) 厄米特算符的本征函数构成一套完备的基.

综合上述三条, 一个选定的力学量的本征函数提供了一套正交完备的基, 或曰张开了一个 Hilbert 空间. 其它力学量的本征函数 (任何) 可以用该套完备正交基表示为这些基的某个线性叠加, 也即是那个 Hilbert 空间中的一个矢量.

自伴随算符的正交性好证明, 完备性的证明麻烦一些<sup>[4]</sup>. 厄米特算符的完备性意味着其它函数可

以用该算符的本征函数展开. 这个完备性是如此强大, 以至于锯齿波这样明显不连续的函数都可以表示为正弦函数和余弦函数 (二阶微分算符的本征函数. 处处光滑的函数呀) 的展开. 处处光滑的函数叠加出了不连续的函数, 这是怎样的颠覆常识的、革命性的认识<sup>1)</sup>. 没有强大的数学武装的头脑, 谁信? 可以想见当年傅里叶发现这个事实时, 会遭遇怎样的反应.

一个厄米特算符作用到其某个本征函数上的结果是在本征函数上乘个常数因子, 这个常数因子叫本征值. 本征值 (eigenvalue) 和本征函数 (eigenfunction), 来自德语的 Eigenwert 和 Eigenfunktion, 其中的 eigen, 就是德语“自己的”、“特有的”的意思. 汉译本征也许是“本身特征的”的缩写? Eigen 在德语中的用法其实也是大白话, 如“auf eigenen Füßen stehen (站在自己的脚上, 喻自立)”, “sein eigener Herr sein (做他自己的主人)”, 至于像“Jede war ihr eigenes kleines Bewusstsein (每个人都是自己的小自我意识)”这种句子, 字其实蛮平淡, 只是我们不习惯这么说话, 于是显得很高深、很哲学<sup>5)</sup>. 本征值连同相关的本征矢量可能最先是在研究矩阵时引入的. 矩阵的概念来自对线性方程组的研究: 一个  $n$ -变量的线性方程可以写成  $A \cdot x = c$ , 其中  $x, c$  都是  $n$ -分量的矢量,  $A$  是个  $n \times n$  矩阵. 矩阵的研究, 将线性方程的研究系统化了, 它还带来了很多意想不到的新数学内容, 从而成为物理学必不可少的工具. 对于矩阵  $A$ , 存在  $n$  个矢量  $x'$ , 有  $A \cdot x' = \lambda x'$ , 这样的矢量  $x'$  就是矩阵  $A$  的 eigenvector, 相应的常数  $\lambda$  称为 eigenvalue, 可由方程  $\det(A - \lambda I) = 0$  得到, 其中的  $I$  是个  $n \times n$  单位矩阵. 量子力学的第一种表述就是矩阵力学, 在这之前矩阵已经在关于 (分子的) 振动的研究中起着关键的作用了. 设若有  $n$ -个谐振子, 相互之间是耦合的, 则方程可写为  $d^2 x / dt^2 = A \cdot x$ ,  $x$  是描述  $n$ -个谐振子位移的矢量. 这样对于那些满足  $A \cdot x' = \lambda x'$  ( $\lambda < 0$ ) 的  $x'$  (由  $n$ -个谐振子的位移线性地构造的一个新矢量), 就有  $d^2 x' / dt^2 = \lambda x' = -\omega^2 x'$ , 则在振动的语境下,  $x'$  就是系统的本征矢量 (方向), 相应的  $\omega$  为本征频率 (eigenfrequency). 这套语言的含意是, 对于一组耦合的谐振子, 存在  $n$ -个

4) 光滑的函数加出了不连续的了, 那么, 一定是无穷多项的结果. 这是一个“无穷大会出乎意料”的证据. 一个人手中的钱、权、势要是无穷大了, 其行为估计也不好理解. ——笔者注

5) 哲学的水平是一个国家文明的本质性标志. 你信吗? 反正我信. ——笔者注

互相垂直的方向,在这些方向上整个系统只以一个单一频率( $n$  个本征频率之一)振荡. 这么个简单的东西,笔者竟没见哪本中文教科书说明白了. 理解了这些内容,学习量子力学和固体量子论就容易了——因为量子力学本身就是个本征值问题. 如果说有唯一的一个对量子力学有什么洞见的人的话,我选薛定谔,理由就是他 1926 年的“Quantisierung als Eigenwertproblem(量子化作为本征值问题<sup>6)</sup>”)四篇<sup>[5]</sup>. 等到有一天人们把麦克斯韦方程写成了  $\nabla \times (\frac{1}{\epsilon(r)} \nabla \times \mathbf{H}(r)) = (\frac{\omega}{c})^2 \mathbf{H}(r)$  的形式,就认识到了“Electromagnetism as an eigenvalue problem (电磁学作为本征值问题)”,光子晶体的概念,作为电子晶体的类比,就诞生了<sup>[6]</sup>.

在相对论中出现的 proper length、proper time 和 proper Lorentz group 的概念,其中的 proper 就是“自己的”的意思,只是可能比较隐蔽而已. Proper,来自拉丁语 proprius,就是 one's own 的意思,现代英语中还保留着“in propria persona (亲自)”等拉丁语短语. 相关的词还有 property(财产,特性. 注意德语的财产 Eigentum,特性 Eigenschaft 也都是基于“自己的”这个词),appropriate(挪用,即当成自己的了)等. Proper time 和 proper length,台湾分别译成原时和净长度,大陆有固有时和固有长度的译法. 所谓的 proper time,是 Minkowski 1908 年引入的<sup>[7]</sup>,原文的表述就是 Eigenzeit(自己的时间),就是在空间某点看那点上流逝的时间(间隔). 假设某个运动过程在时空中表示为从事件 1 到事件 2,一直伴随这个过程的钟(比如一个旅行者自己带的手表),记录下的流逝的时间(elapsed time)就是 proper time,计为  $\Delta\tau$ . 对于另一个观察者来说,他用  $(x, t)$  坐标记录下全过程,则有  $c\Delta\tau = \int_{\text{event1}}^{\text{event2}} \sqrt{(cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2}$ . 其实,这个关系式只是强调了时空不变量的表达而已,它是个关系式,但不是 proper time 的定义. 相应地,proper length 是说两个事件的空间间距,是在一个惯性系中同时测量的(因此没有时间上的差异)这两个事件间的距离. 略微想一下,这些不过就是说相对论的时空是坐标为  $(x, ict)$  的欧几里得空间,这个空间中(事件之间的)距离定义为  $\int_{\text{event1}}^{\text{event2}} \sqrt{(cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2}$ . 它是个不变量,即对另外的观察者来说,事件距离为  $\int_{\text{event1}}^{\text{event2}} \sqrt{(cdt')^2 - (dx')^2 - (dy')^2 - (dz')^2}$ ,但和前者相等. 在两个特殊的参照系内,一个是两事件同时的惯

性参照系,这个积分为 proper length;另一个是伴随运动者的参照系,积分为  $c\Delta\tau$ ,其中的  $\Delta\tau$  就是 proper time. 如此而已. 相对论之所以给人留下难懂的影响,笔者以为一个重要的原因是关于其科学内容以外的发挥太多了. 若是这发挥还是来自热心人士,就太可怕了.

关于狭义相对论的 Lorentz group. 那些矩阵值(determinant)为正且 preserve the forward light-cone, that is, which send each component of the set of the time-like vectors into itself 的变换构成的子群称为 **proper Lorentz group**. Proper Lorentz group,不出所料,又是被随意地翻译成了固有洛仑兹群,根本没弄清楚这个群的要义在于其变换“send each component of the set of the time-like vectors into itself(把类时矢量分量变到类时矢量分量本身)”<sup>[8]</sup>. 这样看来,笔者以为将 **proper Lorentz group** 译成“反身洛仑兹群”更确切且意义更明了些.

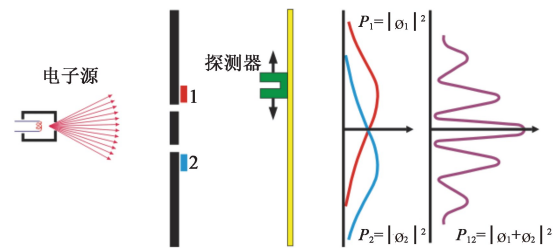


图 1 双缝实验演示粒子的(量子)波动性. 若只有一个狭缝,到达屏幕上的电子表现为单峰的分布,若两个狭缝都打开,就能观察到干涉条纹. 有趣的是,据说若狭缝后面用一束光照射电子,且提供的信息足以使我们判断电子是通过哪个狭缝时,干涉条纹就消失了

量子力学中另一个同自己有关的词是 self interference(自干涉),是和基本粒子的双缝干涉实验诠释相关联的. 双缝干涉是被拿来“证实”基本粒子波动性的挡箭牌,据说“the double-slit experiment was Feynman's favorite demonstration of quantum mechanics (双缝实验是费曼最喜欢的关于量子力学的演示(实验))”<sup>[9]</sup>. 但是笔者提请大家,这个所谓的 demonstration 只是口头上的(关于实验验证,下面会提到). 这个双缝实验的中心思想是:把双缝中的任何一个堵上,通过狭缝的粒子在后面的屏幕只留下一个单峰的分布,但若两个狭缝都打开就会出现干涉条纹(图 1). 但奇怪的是,据说若试图对狭缝后的粒子进行观测以判断粒子是从哪个狭

6) 此前量子化被认为是整数化. 本征值问题揭示的是本征值的分立以及对应的本征函数的正交. ——笔者注

缝经过的,就观察不到干涉条纹了,而且是一旦让我们有了可以判断粒子是从哪里通过的信息<sup>7)</sup>,条纹就即刻消失了. Feynman 在著名的讲义中是这样说的(大意):如果观测电子穿过狭缝行为的光波长足够短,那么即便两个狭缝都开着,也没有干涉条纹.但是,让我们用更长的光波实验……一开始什么也没有. Then a terrible thing happens (然后可怕的事情发生了)……是当光波长足够大以至于比狭缝距离还大时,我们不再能判断电子<sup>8)</sup>是从哪个狭缝通过的……we begin to get some interference effect (我们开始看到干涉效应)<sup>[9]</sup>. 坦白地说,每当看到类似的描述,我都有看《西游记》的感觉. 这个所谓的双缝干涉演示基本粒子的神奇波动性的论断,有很多很奇妙的描述,但仅限于描述,经不住任何推敲. 也有做实验的,比如有个为了判断薛定谔的猫该有多大块头的实验,用双缝干涉实验看 C<sub>60</sub> 分子是否有干涉效应,如果有干涉效应就认为 C<sub>60</sub> 分子具有波动性,则薛定谔的猫应该比它还大. 不过,那里的 C<sub>60</sub> 分子是被离化后放行的(这可比用光子照一下判断电子从哪个狭缝通过的实验中的干扰大得多. 差点就是掐着 C<sub>60</sub> 分子的脖子直接给押送到指定地点了),结果宣称还是呈现了干涉条纹. 笔者在讲述量子力学时有专门的一节《welch Weg doch (到底走哪条路)?》有各种描述和实验的详细信息<sup>[10]</sup>. 这个双缝干涉实验为了突出基本粒子的特异性,还有进一步的版本:当粒子源逐渐减弱到每次只有一个粒子通过时,依然观察到了电子干涉花样<sup>9)</sup>. 那么,这个干涉花样如何解释? Dirac 给出的解释就是这个 self-interference-单个基本粒子会自干涉<sup>[11]</sup>. 自干涉到底是什么样的物理图像,笔者不懂.

行文到此,颇多感慨. 西方的科学家们,其作为人的自我意识是非常强烈的. 科学作为他们的创造,他们是不吝于往上添加个人的色彩的. 自我是一种意识,是一种精气神,要从土地中慢慢生长出来. 一段时间里,总有人问为什么我们这里出不了学术大师的问题. 我觉得这个问题还可以深入一个层面,问为什么我们这里没有人格上有点大师倾向的人? 人是认识世界的主体,自我价值(eigenvalue)的实现是科学家认识自然过程的主导力量. 忘了自我尊严的人,怕是未必能体会到科学,尤其是物理学,的真谛.

一个真正的科学家,应该是自己提出了一个算作问题的问题并给出了自己的答案的人. 其实,也不需要对自己的问题自己给出答案. 如果有一天一个地方的科学家拿出的成果都是自己的,那么那个地方的科学就有希望了. 科学精神首先来自科学家对自我的尊重,是与奴才哲学格格不入的.

### 参考文献

- [ 1 ] Pietschmann H. Der Mensch, die Wissenschaft und die Sehnsucht (人、科学与渴望), Herder, 2005
- [ 2 ] Arfken G B, Weber H J. Mathematical Methods for physicists, 6<sup>th</sup> edition, Elsevier, 2005. 636
- [ 3 ] von Neumann J. Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik. 2<sup>nd</sup> edition, Springer, 1995
- [ 4 ] Courant R, Hilbert D. Methods of Mathematical Physics. Wiley, 1989
- [ 5 ] Schrödinger E. Ann. Phys., 1926, 79: 361; 1926, 79: 489; 1926, 80: 437; 1926, 81: 109 (共四部分)
- [ 6 ] Joannopoulos J D, Meade R D, Winn J N. Photonic Crystal. Princeton University Press, 1995
- [ 7 ] Minkowski H. Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern. 1908(有电子版)
- [ 8 ] Steinberg S. Group theory for physicists. Cambridge university press, 1994. 13
- [ 9 ] Feynman R P. lectures on Physics. Vol. I. Addison-Wesley, 2004. 37—6
- [ 10 ] 曹则贤. 量子力学系列讲座之“Welch Weg doch?”. 中国科学院研究生院, 2008
- [ 11 ] Dirac P A M. The Principles of Quantum Mechanics. Oxford University Press, 1982

7) 笔者不才,不知什么样的信息可以判断粒子从哪个狭缝通过. 而且,什么是信息? 一组数码,懂数学的人看出了其中的奥秘算是信息,对于不懂的人它算不算信息? 对于一个熟悉 Fibonacci 数列的数学家来说,它包含很多,如果不是无穷多,的信息(这个数列可是有专门杂志的,而且不止一本),不知这个信息该怎么定义. 这个关于“一旦知道粒子是从哪个狭缝通过,干涉条纹就消失”的说法,最后演化为“如果物理学家闭上眼睛,月亮还在不在”的笑话. ——笔者注

8) 用光照射狭缝后面以判断电子从哪个狭缝通过,可行性如何,笔者不敢妄加评价,但实验却是从来没有的. ——笔者注

9) 有人用单电子源做过这个实验. 不过,那个随时间累积得来的明暗条纹和一束电子同时到达屏幕上时得到的花样是一回事吗? 显像管显示的那个比电子大无穷多倍的被感光的斑点能当作电子到达屏幕的位置吗? 电子和显像管面的相互作用难道不是已经用“粒子是点”的概念先人为地给解释过了吗? ——笔者注