

物理学咬文嚼字之四十九

Vis et Virial

曹则贤

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

知识就是力量  
——谣传

Fear Not! The terminology's misleading<sup>1)</sup>  
——Frank Wilczek

摘要 维里定理中的 virial 是个力学量,不是人名.它源于 vis viva 中的 vis. Virial 出现在众多物理概念中, virial theorem 的一个重要应用结果是暗物质概念的提出.到了给 virial 找个合适的中文翻译的时候了.

Heike Kamerlingh Onnes 关于气体的物态方程被写成  $pV=A+Bp+Cp^2+Dp^3+\dots$  或者  $pV=A+B'V^{-1}+C'V^{-2}+D'V^{-3}+\dots$  的形式. 这个非常形式化的物态方程没多少物理,所以不是太引人注意. 对于恒温的理想气体,我们为其构造了一个理想的关系  $pV=\text{const}$ . 则在常数项后面加上高阶项近似倒也不失为表达不理想的好主意. 这两个表达式里的系数  $A, B(B'), C(C')$  等都被称为维里系数<sup>[1]</sup>. 除了维里系数以外,维里还出现在许多别的场合,如维里定律、维里方程、维里温度、维里张量等. 对于习惯于爱因斯坦关系、普朗克公式、薛定谔方程这样字眼的中文物理学习者,维里可能会被当作某个西洋人名看待.

当然,许多读者都已注意到,维里不是某个洋人,而是对 virial 一词的音译. 对于 virial 这么个既是名词也是形容词的词——而且出现在那么多的物理概念中——仅仅是音译一下了事,个中原因还真不好揣摩<sup>2)</sup>. 如果仔细比较一下西文的物理书籍包括字典的话,似乎 virial 一词也未受到足够关照,或许其牵涉的物理内容历史有点悠久, modern physicists 懒得理会吧.

有那么一段时间,人类的物理学是被力(force)以及相近的概念,包括 potential, power, momentum, work, energy (be working), entropy (energy+turn)<sup>[2]</sup> 所表示的. 在物理学初期,force, power, potential, work 等常常是分不清的,对应的中文词包括力、势力、威力、能力等也是含混不清——对于这些根源于早期人类生活的词,这是自然现象. 有个文字上的例子. 英文里有个口号,叫 knowledge

is power,中文就翻译成“知识就是力量”<sup>3)</sup>——这里 power(现代物理文献指功率)被翻译成力量. 这句话在西方被认为是培根(Francis Bacon)说的,但未在培根的作品中找到过原文. 在培根的《Meditations Sacrae》一书中人们找到一句拉丁文 scientia protestas est 和这个意思接近,但是西方目前采用的这句话的拉丁语形式为 Scientia potentia est——这里的 potentia(现代物理文献指势能)被翻译成力量. 所以知识是不是力量我不知道,但是对于用中文考物理的学生来说,物理知识可真就是“力量”——明白了力量就明白了许多物理. 君不见中文语境中连 quantum mechanics, statistical mechanics 都成了“力”学.

英文物理文献中常见的力字,force,来自拉丁文 fortis,奥运口号“更快、更高、更用力(citius, altius, fortius)”中能见到它的身影. 其它表示力的词,如 power, strength 如今都有了别的意思(如 field strength,场强),但还有一些大家未注意,如前述维里系数中的 virial,它来自曾经的物理学家都必须认识的 vis(力)一词,如 vis viva 就是我们熟知的动能. 英文常见词汇如 violence(暴力), vim(精力)也都源自 vis.

Vis viva,直译为活力、生命力. 这个概念是莱布尼兹在 1676—1689 年间提出的描述运动的概念,因

1) 大意是:术语误人. ——笔者注  
2) 资料不足,一般的字典也没收录这个字. 物理学在中国的艰难,由此可见一斑. ——笔者注  
3) 某些地方对 knowledge is power 这句话的实践性诠释是“权势就是知识”. ——笔者注

为他注意到,比如在弹性碰撞过程中, $m_i v_i^2$ 之和是守恒的,于是把 $m v^2$ 定义为活力.到马赫写作他的《Erkenntnis und Irrtum(认识与错误)》一书时,活力的守恒(gleichgewicht der lebendigen Kräfte)已被确立的力学定律<sup>[3]</sup>. Vis viva 就是我们今天所说的动能.有些读者可能注意到,现在的物理书中粒子动能的形式是 $1/2 m v^2$ .如果问为什么动能的形式是现在的 $1/2 m v^2$ 而不是以前的 $m v^2$ ,可能知道的人不多,因为我们的中文书里不写,先生们也不教——不知是懒得教还是从来没想过因此也不曾困惑过.笔者第一次遇到讲这个问题的书是大学时读的恩格斯的《自然辩证法》<sup>[4]</sup>——必须承认,俺那时也没把这当回事,像“The expression **vis viva** is no longer used for double the kinetic energy. ... he (Leibniz) put forward as the measure of **vis viva**, of the real motion of a body, the product of the mass and the square of the velocity”这种句子也就是读了而已.有没有这个 $1/2$ (注意不是 $0.5$ )<sup>4)</sup>,碰撞时的动能都守恒.只是当科学家们研究落体的高度同速度之间关系时,才发现这个 $1/2$ 是必须的<sup>[5]</sup>.当然,相对论和数学也都告诉我们它是必须的<sup>5)</sup>.

拉丁语名词有单复数的区别,vis 是力(force, power)的单数形式,复数形式为 vires 或者 virium,英文解释为 strength,你看这里 force, power 和 strength,如今是不同的物理学基本概念,都被拿来解释 vis. Virial 看似形容词,但作形容词用时常被误写成 viral,此处不论;在物理学语境中的 virial 是名词.1870年克劳修斯在报告其研究气体运动及热力学的一个结果时指出:“the mean **vis viva** of the system is equal to its **virial**, or that the average kinetic energy is equal to  $1/2$  the average potential energy(系统的 vis viva 的平均等于它的 virial,或者说平均动能等于平均势能的 $1/2$ )”,即 $2\langle T \rangle = -\langle V \rangle$ <sup>[6]</sup>.一般的 virial theorem 形式为 $2\langle T \rangle = -\sum_{i=1}^N \langle \mathbf{f}_i \cdot \mathbf{r}_i \rangle$ ,其中 $\mathbf{f}_i$ 是其它粒子作用在 $i$ -粒子上的力.这个 virial 到底指什么呢?假设我们有一个 $N$ 粒子的体系,粒子位置为 $\mathbf{r}_i$ .笔者以为若我们知道位置分布的各阶距 $\mathbf{M}_k = \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{r}_i^k; k=1, 2, 3 \dots$ ,就应该能唯一地确定位置 $\mathbf{r}_i$ <sup>6)</sup>.注意 $k=1$ 给出质心的定义, $k=2$ 就是惯量距.现在研究惯量距 $I = \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{r}_i^2$ ,其关于时间的一阶微分乘上因子 $1/2$ 为 $G = \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}_i$ ,这就是 virial,其量纲是作用量!其实,若运动用

$(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 描述,则量 $\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}$ 在力学中的出现是必然的.进一步微分,得到

$$\frac{dG}{dt} = 2T + \sum_{i=1}^N \mathbf{f}_i \cdot \mathbf{r}_i = 2T - \sum_{i=1}^N \sum_{j<i}^N \frac{dV}{dr} r_{ji}$$

如果 $V = ar^n$ ( $n=-1$ 对应万有引力、库仑相互作用),则有 $\frac{dG}{dt} = 2T + V_{\text{tot}}$ .如果 $dG/dt$ 的长时间平均或者系综平均为零,就得到了所谓的 virial theorem.

Virial 定理有一些较著名的应用例子.其一是 vis viva 方程,对于任何开普勒轨道(椭圆的、抛物的、双曲的或者干脆是径向的(对应抛体过程)),vis viva 方程就是其任意点上两体的相对速度平方的表达 $v^2 = G(M+m)(\frac{2}{r} - \frac{1}{a})$ .将系统总能量守恒和在特定点(半长轴 $a$ 对应的两转折点)上的 virial 定理结合,就能得到这个结果. Virial 定理的一个杰出的应用案例是瑞士天文学家 Fritz Zwicky 于1933年在计算星系团的引力质量时,发现计算结果远大于从光度计算得到的值,从而推定宇宙中的大部分物质为暗物质(dunkle Materie, dark matter)<sup>[7]</sup>.另一个案例是把 $2\langle T \rangle = -\langle V \rangle$ 应用到白矮星的分析上,从而得到了 Chandrasekhar 极限,即核心质量占总质量之比的上限.这些对 virial 定理的应用未必在对问题的细节理解上是正确的,但不妨碍结果的重大.这让我想起 Rothman 在评价早在爱因斯坦广义相对论出现之前关于光线引力弯折估算时写下的一段话:“...it is not always necessary to be Einstein to be Einstein and that simple considerations are sufficient to get approximate answers (.....没必要是爱因斯坦才是爱因斯坦,简单的考虑就足以得到近似的答案)<sup>[8]</sup>”.

还有许多物理概念用到 virial. Virial stress 是因为其表示同 virial theorem 相似,包含类似 $\sum_{i=1}^N \mathbf{f}_i \cdot \mathbf{r}_i$ 的项.其它的概念,如 virial expansion, virial temperature, virial mass, virial radius 等等,都是推导过程中用到 virial theorem 而得名.注意,在现代宇宙学中,出现了源于 virial 的新派生词 virialization,是指“transforms gravitational potential energy into kinetic ener-

- 4) 你要是不知道我说的是什么意思,请考虑它和 $m v^2$ 中那个2的关系,那里的2是个整数不是实数.此中深意,请读者诸君细思.——笔者注
- 5) 一个问题,若 $v^3$ 项也必须考虑(不可以吗?),前面的系数该怎么写?——笔者注
- 6) 个人的模糊感觉,但给不出严格的数学证明.有见到类似数学证明的读者请告知.——笔者注

gies (把引力势能转化为动能)”的过程,这是星系形成中的一个重要过程.有人把 virialization 翻译成“位力化”,不失为一个好翻译,既照顾到谐音,又努力去反映了位能转化为动能(不是力)的物理图像.笔者以为,对 virial 这个词的欠债该还了,应该参照其定义  $G = \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}_i$  给个贴切的翻译.笔者暂建议用“能力”(读成能一力),因为它本身来自力这个词,且一直是 power, force, strength 这些词的亲戚.当然,笔者对这个翻译也不满意,权作引玉之砖.有意者请参考 1996 年出版的《物理学名词》对 virial 一词的说明.

Virial 以及 vis 在当代英文中的其它衍生词容易和 vir 的衍生词混淆. Vir 是拉丁语人、男人的意思,如 vir sapiens et fortis est (the man who has wisdom is powerful, 此句也被当成前述的“知识就是力量”的一个可能起源),英文的衍生词有 virility (男子汉气概,男子生殖能力),virilism(女性出现男性特征)等.不过,vis 和 vir 好混淆是自然的,毕竟男性形象是和力量相联系的.注意,中文的“男”字就是“田+力”,田间的劳力,英文直译是 field strength,这在电磁学上可就是场强.物理学不是孤零零的学问,它是人类文化的一个侧面,或者说是融入了人类文化的一个略显特殊的元素.物理学中充满力量的概念,因此“it is rigorous and austere (严格的、一丝不苟的)”,或许“物理学的人性”<sup>[9]</sup>本应包括 virility and masculinity (男子汉气概).溜须拍

马、阿上钻营这般软身段的功夫,绝不会成为普世的爷们价值观,也不该是物理学 field 中的风景.

#### 一点声明:

有读者反映拙作《物理学咬文嚼字》系列叙述粗糙,太过跳跃.笔者只能说抱歉,因为它既不是教科书,也不是讲座.咬文嚼字要在有限的篇幅澄清一个概念的起源、其在整个物理学领域(其实做不到)中的应用及应用过程的演化,其前提假设是读者对笔者所讲述的内容都是清楚的.拙文好比是在河上架桥,但只是在两岸最多还包括河中间垒起个桥墩,缺失的桥墩和桥面还请读者自己筹建.自己搭建的桥梁结实——这个道理,你懂的.

#### 参考文献

- [1] 王竹溪. 热力学. 高等教育出版社, 1955
- [2] 曹则贤. 物理, 2009, 38: 675
- [3] Mach E. Erkenntnis und Irrtum. Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt. 1968
- [4] 伟大导师 Friedrich Engels 的著作, 英文名为 Dialectics of Nature, 德文原名为 Dialektik der Natur. 笔者当时读的是错误百出的中文版
- [5] Coopersmith J. Energy: the subtle concept. Oxford University Press, 2010
- [6] Clausius R. Philosophical Magazine, Ser. 4, 1870, 40: 122
- [7] Zwicky F. Helvetica Physica Acta, 1933, 6: 110(河外星系的红移, 瑞士物理学报)
- [8] Rothman T. Everything's relative. Wiley, 2003. p79
- [9] Wilson R R. The humanness of physics, 1978(有网络版)