

# 量子微结构中的 Josephson 效应<sup>\*</sup>

邹剑飞 张传意 金国钧<sup>†</sup>

(南京大学固体微结构物理国家重点实验室和物理学院 南京 210093)

**摘要** 文章为纪念 Josephson 效应发现 50 周年而作. 文章介绍了当前关于几种量子微结构中 Josephson 效应的理论研究, 涉及 Josephson 效应的基本物理现象和它在某些热点材料中的独特表现, 如单层石墨纳米条带中的  $0-\pi$  转变, 二维拓扑绝缘体中的手征性边态超导电流, 以及半导体微腔中激子极化激元凝聚体之间的 Josephson 效应和直流-交流 Josephson 电流的转变.

**关键词** Josephson 效应, 单层石墨, 拓扑绝缘体, 半导体微腔, 激子极化激元

## Josephson effects in quantum microstructures

ZOU Jian-Fei ZHANG Chuan-Yi JIN Guo-Jun<sup>†</sup>

(National Laboratory of Solid State Microstructures and Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

**Abstract** This paper is written to commemorate the 50th anniversary of the discovery of the Josephson effect. A review is presented of recent theoretical research on the Josephson effect in several kinds of quantum microstructures, including the fundamental physical phenomenon of the Josephson effect and its peculiar features in various new materials, such as the  $0-\pi$  transition in graphene nanoribbons, the chiral edge supercurrents in two-dimensional topological insulators, and the Josephson effect and DC-AC current transition between exciton polariton condensates in semiconductor microcavities.

**Keywords** Josephson effect, graphene, topological insulator, semiconductor microcavity, exciton polariton

## 1 引言

量子力学告诉我们, 微观客体既有粒子性, 又有波动性. 大量微观粒子的集体行为在宏观尺度上一般只表现出粒子性. 如果所有的粒子具有一致的相位, 也就是说, 系统处在量子相干态, 具有确定的宏观相位, 微观粒子的集体行为则会呈现出宏观的量子现象, 如超流动性和超导电性.

当 Bose 子系统在临界温度以下时, 和总粒子数可比拟的数目的粒子自发地凝聚在单一态上, 即发生 Bose-Einstein 凝聚(BEC). 要发生 BEC 需要一定的条件<sup>[1]</sup>: 首先, 粒子之间必须有相干性, 在实验上比较令人信服的检验相干性的方式就是利用干涉现象; 其次, 这种相干性应该是自发的, 而不能靠外来的因素驱动. 作为例子, 人们已经实现了冷原子的 BEC 态, 而激光可以看作是光子系统的 BEC 态. 这

里发生 BEC 的系统, 其冷原子的总粒子数是守恒的, 而光子的总数是不守恒的.

对于 Fermi 子系统, 由于 Pauli 不相容原理的限制, 粒子不能凝聚在单一态上. 但在许多金属或化合物中, Fermi 能级附近的电子, 通过某种媒介(如声子的交换)产生弱的吸引相互作用, 形成 Cooper 对. 在临界温度以下, 系统如果有宏观量级的 Cooper 对处在量子相干态, 就会发生凝聚而呈现出超导电性.

具有宏观相位差的两个超导体以弱连接方式组合在一起时会发生相干效应, 形成超导电流, 这就是最基本的 Josephson 效应. 同样地, 两个靠近但分离的 Bose-Einstein 凝聚体之间也能产生类似的

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2009CB929504; 2011CB922102)、国家自然科学基金(批准号: 60876065; 11074108)、江苏省优势学科建设工程(PAPD)资助项目  
2012-08-18 收到

<sup>†</sup> 通讯联系人. Email: gjin@nju.edu.cn

Josephson效应.

2012年刚好是Josephson效应发现50周年<sup>[2]</sup>. 在过去的50年里,对Josephson效应的研究在实验、理论和应用方面都不断取得新的进展<sup>1)</sup>. 本文主要介绍基于当前人们研究的热点材料构成的几种量子微结构中的Josephson效应. 以下几节的内容为:常规的直流和交流Josephson效应,单层石墨纳米条带中应变调制的 $0-\pi$ 转变,二维拓扑绝缘体中的手征性边态超导电流,半导体微腔中激子极化激元凝聚体之间的Josephson效应和直流-交流Josephson电流的转变,以及总结和展望.

## 2 直流和交流 Josephson 效应

1962年,当时还是Cambridge大学研究生的B. D. Josephson从理论上发现<sup>[3]</sup>,如图1(a)所示,被很薄的绝缘层势垒隔开的两个超导体之间的电流可以表示为<sup>[4]</sup>

$$I = I_0(V) + I'_1(V) \cos\phi + I_1(V) \sin\phi \quad (1)$$

其中 $V$ 和 $\phi$ 分别为超导结的偏压和超导相位差. 从中可以看到,总电流 $I$ 由三部分组成,第一项表示有限偏压 $V$ 下独立的准粒子的隧穿电流,第二项表示Cooper对在隧道结的两边同时被破坏或产生时的准粒子的隧穿电流,第三项表示的是Cooper对通过隧道结时贡献的电流. 在零偏压极限下,前两项趋于零,而第三项可以是有限值. 这就是Josephson效应. 理论的预言随即被实验所证实<sup>[5]</sup>. 下面我们只考虑(1)式中表示超导电流的第三项呈现出来的物理现象.

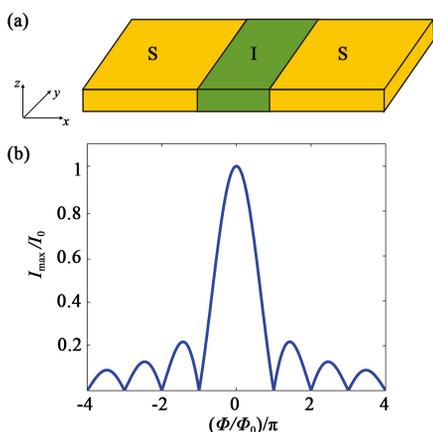


图1 (a) S/I/S Josephson 结示意图,其中S和I分别表示超导体和绝缘体;(b) 超导结中最大电流 $I_{\max}$ 与约化磁通 $\Phi/\Phi_0$ 的关系曲线,其中外加磁场沿着 $z$ 方向

我们把描述超导电流的第三项重新写为

$$I_s = I_c \sin\phi(t) \quad (2)$$

其中 $I_c$ 表示临界电流,而 $\phi(t) = \phi_2(t) - \phi_1(t)$ 是两个超导体的相位差. 当偏压为零时,相位差 $\phi(t) \equiv \phi(0)$ 不随时间变化,超导电流也不随时间变化,此时(2)式描述的是直流Josephson效应. 直流Josephson效应类似于光的单缝衍射,是组成Cooper对的电子具有波动特征的体现.

当存在有限偏压 $V_0$ 时,相位差随时间线性变化 $\phi(t) = \omega_0 t + \phi(0)$ ,超导电流随时间作周期振荡,其频率 $\omega_0 = 2eV_0/\hbar$ ,那么(2)式描述的是交流Josephson效应. 超导结上外加恒定电压时产生交流Josephson效应,这是由于沿结方向的静电场导致左右两边的超导体波函数的动力学相因子不同步,其中一个为 $\mu_1 t$ ,另一个为 $\mu_2 t$ ,且 $\mu_2 - \mu_1 = eV_0$ ,其中 $\mu_1$ 和 $\mu_2$ 分别为左、右超导体的Fermi能.

如果再外加交变电磁场,即利用适当频率的电磁波照射超导结,则隧道结两端的电压差变为 $V(t) = V_0 + V' \cos \omega t$ ,其中 $V'$ 和 $\omega$ 分别为电磁波的交变电压的幅度和频率. 再根据 $\frac{\partial\phi}{\partial t} = 2eV(t)/\hbar$ ,可得超导相位差

$$\phi(t) = \omega_0 t + \phi(0) + \frac{2eV'}{\hbar\omega} \sin \omega t \quad (3)$$

把它代入(2)式,即可得到在电磁场下的交变超导电流与相位的关系. 可以证明,当直流偏压 $V_0$ 与外加电磁场频率 $\omega$ 满足关系

$$V_0 = \frac{n\hbar\omega}{2e} \quad (n=0,1,2,\dots) \quad (4)$$

时,超导电流中出现频率为零的直流成分. 这表明,超导结系统与电磁场发生了共振耦合,这时的电流在一定范围内变化时直流偏压 $V_0$ 保持不变,从而在 $I-V$ 曲线上形成一系列的电压台阶,即Shapiro台阶<sup>[6]</sup>. 当外加偏压 $V_0 = 1 \mu\text{V}$ 时,交变Josephson电流的频率为 $\omega_0 = 483.6 \text{ MHz}$ ,对应的电磁波在微波范围内. 由于Shapiro台阶与微波频率满足严格的等式关系,而且实验上微波频率的测量可以做到非常高的精度,从而可以利用这一等式关系精确地测量电压值. 事实上,国际上已经采用超导Josephson结中的Shapiro台阶的测量值作为电压的基准.

与静电场导致交流Josephson效应不同,垂直于结方向的静磁场可以调制直流Josephson电流. 当Cooper对经过超导结中间区时会获得一个磁场对应

1) 今年6月23日,Cavendish实验室举办了一天报告会,庆祝Josephson效应发现50周年,当年的主要参与者Josephson和Anderson等,都参加了这一盛会,具体信息可从网页<http://www.dspace.cam.ac.uk/handle/1810/243505>上获得.

的矢势带来的几何相因子. 在有磁场、无电场的情况下, Cooper 对通过超导结时的相位差可以写为

$$\phi = \phi_2 - \phi_1 - \frac{2e}{\hbar c} \int_{L_1}^{L_2} A_x dx, \quad (5)$$

其中  $L_1$  和  $L_2$  分别表示图 1(a) 中沿着超导结  $x$  方向的两个界面位置,  $A_x$  为矢势  $\mathbf{A}$  的  $x$  分量. 我们考虑磁场沿  $z$  向, 大小为  $B_0$ , 矢势采用 Landau 规范, 取  $\mathbf{A} = (-B_0 y, 0, 0)$ . 再根据(2)式, 可得超导电流沿着  $y$  方向的电流密度分布为

$$j_y(y) = j_0 \sin \left[ \phi(0) + \frac{2e}{\hbar c} B_0 (L_2 - L_1) y \right], \quad (6)$$

其中  $j_0$  为超导电流密度幅度. 可以看到, 矢势导致的几何相因子使超导电流分布具有沿  $y$  方向调制的效果. 设隧道结沿  $y$  和  $z$  方向的尺寸分别为  $W$  和  $D$ , 则总的超导电流为

$$I_s = D \int_{-W/2}^{W/2} j_y(y) dy = I_0 \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{(\pi\Phi/\Phi_0)} \sin(\phi_2 - \phi_1), \quad (7)$$

其中  $I_0 = j_0 DW$  为无磁场时超导电流的最大值,  $\Phi = B_0 WL$  为穿过结区的磁通,  $\Phi_0 = hc/2e$  为超导磁通量子. 当  $\phi_2 - \phi_1 = \pi/2$  时, 即可由(7)式得到最大超导电流  $I_{\max}$  与磁场  $B_0$  的依赖关系. 图 1(b) 画出了最大电流  $I_{\max}$  与约化磁通  $\Phi/\Phi_0$  的关系曲线. 可以看到, 最大超导电流随磁场的增加作振荡衰减, 这一现象类似于光的 Fraunhofer 衍射, 它直接反映了矢势对超导 Cooper 对的相位的调制作用.

如果 Josephson 超导结的中间势垒是铁磁性的, 由于铁磁性破坏时间反演不变性, Cooper 对通过铁磁性中间区时将获得附加的相位  $\delta\phi$ . 这时直流 Josephson 电流公式为

$$I_s = I_c \sin(\phi + \delta\phi), \quad (8)$$

其中交换场导致的附加相位满足

$$\delta\phi = qL = \frac{2E_m L}{\hbar v_F}, \quad (9)$$

这里  $q$  是交换场产生的 Cooper 对质心的波矢,  $L$ ,  $E_m$  和  $v_F$  分别为 Josephson 结中间铁磁区的长度、交换场强度和 Fermi 速度. 我们可以看到, 中间铁磁区长度和交换场大小取合适的值, 即附加相位  $\delta\phi \in (\pi/2, \pi)$  时(只需考虑  $\phi \in (0, \pi)$ ), 最大超导电流的值变为负值, 即超导电流方向发生反转, 也即发生  $0-\pi$  转变<sup>[7, 8]</sup>. 根据 Josephson 结的自由能  $E_J$  与超导电流  $I_s$  的关系,  $E_J(\phi) = (\hbar c/2e) \int_0^\phi I_s(\theta) d\theta$ , 可得自由能  $E_J$  极小值处在  $\phi=0$  时, 超导结处在  $0$  态, 极小值处在  $\phi=\pi/2$  时, 超导结处在  $\pi$  态<sup>[9]</sup>. 研究发现, Josephson 结的  $0$  态和  $\pi$  态可以作为量子比特

进行信息存储.

### 3 单层石墨结中应变调制的 $0-\pi$ 转变

从(9)式我们可以看到, 要实现  $0-\pi$  转变有三种途径, 分别是改变参数  $L$ ,  $E_m$  和  $v_F$ . 在一般的材料中, 由于电子的 Fermi 速度几乎不能调控, 因此前人的工作是通过改变结区长度  $L$  和外磁场控制单个或多个铁磁区的磁化强度和方向的办法来实现  $\pi$  态<sup>[7, 8, 10]</sup>. 董锦明研究组曾经提出, 通过调节外加横向电场的途径, 在单层石墨纳米条带超导结中实现  $0-\pi$  转变<sup>[11]</sup>. 我们则考虑, 在单层石墨纳米条带超导结中, 通过力学手段, 即利用应变来改变 Fermi 速度的办法, 也能够实现  $0-\pi$  转变<sup>[12]</sup>, 其依据是由于应变会显著地改变单层石墨条带中的能带结构.

我们先简单地介绍单层石墨. 单层石墨是由在蜂巢结构上排列的碳原子构成的二维晶体. 自从 2004 年 Manchester 大学的 A. K. Geim 研究组首次在实验上成功地分离出单层石墨以来<sup>[13]</sup>, 关于单层石墨的理论和实验研究呈现出爆炸式的增长. 单层石墨是一种零能隙的半导体, 它的导带和价带在六角 Brillouin 区边界上的两个不等价的 Dirac 点(一般标记为  $K$  和  $K'$  点)相互接触. 不掺杂的纯净的单层石墨的 Fermi 能级恰好处在 Dirac 点, 且 Fermi 能级附近的准粒子满足线性的色散关系, 由相对论性的 Dirac 方程描述. 虽然单层石墨在自然状态下是没有超导性的, 但理论和实验的研究都证实, 在镀上常规的金属超导材料后, 邻近效应可以在单层石墨中诱导出超导电性. 因此, 在单层石墨上可以呈现出相对论性 Dirac Fermi 子的超导特性, 如双极超导电流<sup>[14]</sup>和镜面 Andreev 反射<sup>[15]</sup>. 单层石墨纳米条带保留了二维单层石墨的部分性质, 同时又具有量子尺寸效应和边界构型带来的新特性.

下面我们考虑基于铁磁性锯齿型单层石墨纳米条带(ZGNR)的超导结中的 Josephson 效应. ZGNR 放置在有良好弹性的衬底上, 实验上可以通过对衬底的拉伸在 ZGNR 中产生沿锯齿型方向的单轴应变. ZGNR 的左右两边镀上常规金属超导电极, 中间区压上一铁磁性绝缘体, 如 EuO. 由于邻近效应, ZGNR 的左右电极区和中间区分别具有超导电性和铁磁性. 当一个 Cooper 对通过铁磁性单层石墨结区时, 将获得一个附加的相位

$$\delta\phi = \frac{2E_m L}{\hbar v_F} \approx \frac{2E_m L}{\hbar v_0} e^{\gamma\epsilon}, \quad (10)$$

这里  $v_0$  和  $v_F$  分别是自由的和有应变的单层石墨上电子在  $K$  点附近的有效 Fermi 速度. 指数上的系数  $\gamma$  表示 Cooper 对的附加相位对于应变的依赖关系. 对于二维的单层石墨, 可算得  $\gamma \approx 2.39$ . 而对于 ZGNR, 由于在横方向有锯齿型边界的量子限制, 它的有效 Fermi 速度  $v_F$  比二维单层石墨中的小很多, 并且显著地依赖于 Fermi 能级的位置. 根据 (10) 式我们可以推断: 通过沿着锯齿型方向加一个单轴应力, 可以调控 Cooper 对在铁磁性 ZGNR 的 Josephson 结中获得的附加相位. 这样, 我们能够在基于 ZGNR 的 Josephson 结中得到由应变诱导的  $0-\pi$  转变.

通过紧束缚格点模型的数值计算, 我们得到 ZGNR 中的 Josephson 超导电流及应变调控的  $0-\pi$  转变, 如图 2 所示. 其中图 2(a) 展示了由应变诱导的  $0-\pi$  转变. 可以看到, 当应变强度  $\epsilon = 0.04$  时, Josephson 电流总是负的, 这对应  $\pi$  态. 随着应变强度的逐渐增加, 超导电流的幅度开始变小, 最后又逐渐增大, 而且出现电流方向的反转. 当应变  $\epsilon = 0.12$  时, 超导电流总是正的, 这时超导结为正常的  $0$  态. 需要指出的是, 在 ZGNR 中, 改变应变大小, 完成一个明显的  $0$  态和  $\pi$  态间的转换所需的应变强度范围, 是在实验上可实现的拉伸形变范围之内. 实验上已经证实, 单层石墨可承受超过 20% 的弹性形变<sup>[16]</sup>.

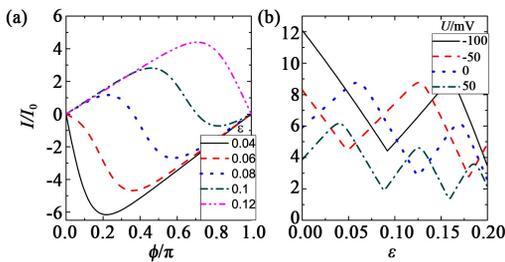


图 2 (a) 在不同的单轴应变下, 铁磁性 ZGNR 超导结中 Josephson 电流-相位关系. 其中结区长度  $L = 400a \approx 98.4\text{nm}$ , 宽度  $W = 4\sqrt{3}a$  ( $a$  为晶格常数), Fermi 能  $E_F = 100\text{meV}$ , 势垒高度  $U = 50\text{meV}$ , 交换能  $E_m = 5\text{meV}$ ; (b) 对于不同的势垒高度, 临界超导电流与单轴应变的关系(引自文献[12])

图 2(b) 展示的是在不同势垒高度下, 通过 ZGNR 超导结的临界电流与单轴应变的依赖关系, 其中势垒高度可通过局域的栅电压控制. 我们看到, 对于一给定势垒高度, 临界电流随着应变作衰减的周期振荡. 这和常规材料的 Josephson 结中临界电流受磁场或交换场的调制作用类似. 当拉伸单层石墨时, 由于能带宽度变窄, 使得 Fermi 速度减少, 因而临界电流也随之减小, 而临界电流的振荡周期决

定于  $|\sin \delta\phi|$ , 其中  $\delta\phi$  是由 (10) 式确定. 临界电流曲线的谷点(dip) 对应于应变导致  $0-\pi$  转变的临界点, 这些点对应的附加相位是  $\delta\phi = (n + 1/2)\pi$  ( $n$  为整数). 注意到谷点处临界电流值不为零, 这与常规的 Josephson 结中的结果明显不同. 我们还可以发现, 单轴应变和势垒高度的联合作用显著地影响 ZGNR Josephson 结所处状态及其临界电流的大小. 随着应变的增加, 临界电流振荡演化, Josephson 结的状态依次转变, 且这个演化过程依赖于栅电压控制的势垒高度. 这种基于单层石墨纳米条带的 Josephson 超导结, 有可能应用于设计具有微机电功能的超导电子学器件.

#### 4 拓扑绝缘体结中的手征性边态超导电流

对于常规材料做成的超导结, 在没有磁场的情况下, 超导电流沿着结的横方向是均匀分布的. 这是由于 Cooper 对经过超导结中间区时相位的改变与横方向的位置无关. 而对于用二维拓扑绝缘体做成的超导结中间区, 即使在没有磁场的情况下, 超导电流沿结的横方向的分布也不是均匀的. 特别是当 Fermi 能级处在拓扑绝缘体能隙时, 超导电流完全局域在边界上, 内部无电流. 这是因为二维拓扑绝缘体(TI)又被称为量子自旋 Hall (QSH) 绝缘体, 具有有能隙的体态和无能隙的边缘态<sup>[17]</sup>, 所以 Cooper 对只能通过边态输运. 拓扑绝缘体是物质的新的量子态, 也是近几年凝聚态物理和材料物理研究的热点材料. 它和常规材料构成的异质结呈现出许多新奇的物理现象. 下面我们具体介绍二维拓扑绝缘体和常规超导体构成的 Josephson 结中反常的超导电流行为<sup>[18]</sup>.

研究发现, 如果二维拓扑绝缘体具有铁磁性, 沿着垂直膜面的  $z$  方向的交换场对拓扑绝缘体能带的作用分为两部分: 一是拓扑绝缘体中两种原子轨道 Landé- $g$  因子的平均值  $g_0$  带来的对称交换项, 它使一个自旋子带的带隙增加, 另一个子带的带隙减少, 这一项不是很大的时候对边缘态无影响; 二是这两种原子轨道 Landé- $g$  因子差  $\delta g$  带来的反对称交换项, 它使两个自旋子带在能量上整体错开. 当存在沿  $z$  方向的交换场时, 边态的色散关系可写为

$$E(\kappa_x) = \hbar v_F \kappa_x - \sigma \eta \delta g E_m, \quad (11)$$

其中  $\sigma = \pm 1$  对应上、下自旋,  $\eta = \pm 1$  对应上、下边

界,  $E_m$  为交换场强度. 对于给定的 Fermi 能级, 反对称交换项  $\delta g E_m$  导致不同自旋的边态对应的 Fermi 波矢不同.

由占据  $|k + \delta k, \uparrow\rangle$  态的电子和  $|-k + \delta k, \downarrow\rangle$  态的电子组成的 Cooper 对, 在经过铁磁性拓扑绝缘体 (FTI) 的上边界的边缘态并从超导结的左电极隧穿到右电极时, Cooper 对将获得一附加的相位  $\delta\phi = 2\delta g E_m L / \hbar v_F$ . 如果 Fermi 能级处在 FTI 的边缘态的 Dirac 点附近时, 这是一个计算 Cooper 对所获相位的合理近似. 与之对应, 由占据  $|k - \delta k, \downarrow\rangle$  态和  $|k - \delta k, \uparrow\rangle$  态的电子配对形成的 Cooper 对, 在由 FTI 下边界的边态通过超导结时, 得到相反的附加相位  $-\delta\phi$ . 可以推断, 由反对称交换能  $\delta g E_m$  控制的 Cooper 对的附加相位差  $\delta\phi$  可以导致超导体/铁磁性拓扑绝缘体/超导体 (S/FTI/S) 结中的  $0-\pi$  转变, 这类似于常规的超导体/铁磁体/超导体 (S/F/S) 结中的结果. 但与常规铁磁性 Josephson 结不同, 拓扑绝缘体超导结中超导电流由边态荷载, 因而这一系统中的  $0$  态和  $\pi$  态受 2D FTI 具有的拓扑性质的保护, 具有抗弱无序的能力. 在一般条件下, 超导电流沿横向的分布变得极不均匀. 而当两个超导电极的相位差  $\phi$  等于  $0$  或  $\pi$  时, 经过上下边界上输运的 Cooper 对, 由于获得相反的附加相位, 会导致拓扑绝缘体的上下边态超导电流的大小相等而方向相反, 即产生手征性的边态超导电流.

图 3(a), (b) 展示了对两个不同的交换场, 边态超导电流  $I_y$  在 S/2D FTI/S 结的横向 ( $y$  方向) 上的分布情况. 我们可以清楚地看到, 超导电流主要分布在二维拓扑绝缘体的上、下两个边界上. 这与常规材料做成的 Josephson 结中超导电流沿横向近似均匀分布的方式截然不同. 当拓扑绝缘体中无铁磁性时, 两个边界贡献的超导电流相同. 当有铁磁性时, 上、下两个边界超导电流的大小变得不一样. 更有趣的是, 当超导电极相位差  $\phi$  等于  $0$  或  $\pi$  时, 通过 S/FTI/S 超导结的总电流为零, 而上、下两个边界上各自的超导电流不为零且大小相等, 方向相反, 即此时出现了手征性边态超导电流. 图 3(a), (b) 也显示出交换场的大小和超导电极间的相位差均能改变边态超导电流的大小和方向. 超导相位差为  $0$  或  $\pi$  时, 边态超导电流方向相反, 即超导电流的手征性改变了. 甚至通过反转 FTI 的磁化方向, 边态超导电流的手征性也会改变, 这是由于拓扑绝缘体边态上电子的动量方向和其自旋方向被锁定在一起. 总之, S/2D FTI/S 结中边态超导电流的手征性既依

赖于铁磁性拓扑绝缘体的磁化强度和方向, 也依赖于超导电极相位差是  $0$  还是  $\pi$ .

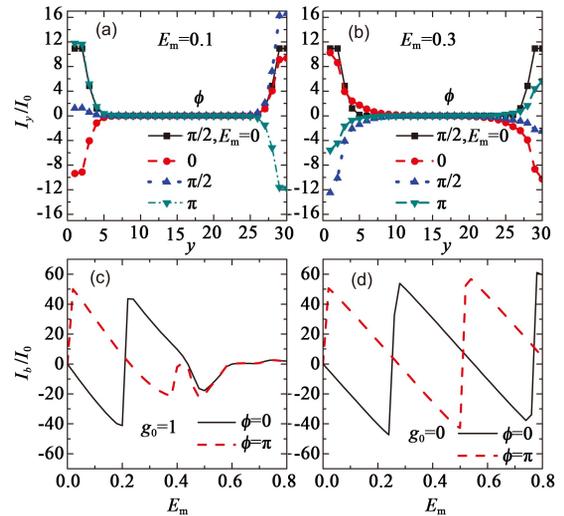


图 3 (a) 和 (b) 为沿着 S/FTI/S Josephson 结的横向 ( $y$  方向) 边态超导电流的分布, 其中超导电极的相位差取不同的值. 作为对比的实线对应于交换场  $E_m = 0$ , 其他三条线在 (a) 中对应于  $E_m = 0.1t_0$ , 在 (b) 中对应于  $E_m = 0.3t_0$ .  $t_0$  为拓扑绝缘体中近邻格点间的跳变能; (c) 和 (d) 是 2D FTI 的下边界边态超导电流对交换场的依赖关系, (c) 对应于平均  $g$  因子  $g_0 = 1$ , (d) 对应于  $g_0 = 0$  (引自文献[18])

图 3(c), (d) 分别展示了在有和没有对称交换场  $g_0 E_m$  的情形下, 下边界边态超导电流总的值  $I_b$  随铁磁性拓扑绝缘体中交换能  $E_m$  的变化关系曲线. 两个子图都显示, 随着交换能的增加, 手征性边态超导电流在正值和负值间振荡变化. 在图 3(c) 中, 当交换场的值  $E_m$  大于  $0.5t_0$  时, 拓扑绝缘体从 QSH 态演化到量子反常 Hall (QAH) 态, 这时边界上有两个运动方向的螺旋边态转变为只有一个运动方向的手征性边态, 从而导致其中由自旋单态配对的 Cooper 对所形成的手征性边态超导电流被完全抑制. 当拓扑绝缘体处在 QAH 态 ( $E_m > 0.5t_0$ ) 时, 手征性边态超导电流剩下很小的且与超导相位差无关的电流值. 这是由拓扑绝缘体上下边态各提供一个电子, 形成相同自旋配对的三重态构成的 Cooper 对, 通过 Josephson 结贡献的. 与有对称交换场时的情况不同, 无对称交换场时增加交换场, 由于二维拓扑绝缘体始终处在 QSH 态, 所以手征性边态超导电流随之做周期性的振荡而不衰减, 如图 3(d) 所示. 手征性边态超导电流关于交换场的振荡周期可以通过令相位差公式中  $\delta\phi = 2\pi$  来求得. 经计算可得, 周期值  $E_m = 0.52t_0$ , 这和通过数值计算画出的图 3(d) 中的结果相一致. 我们预期, S/2D FTI/S Josephson 结中手征性边态超导电流可以通

过探测其诱导出的磁通来证实.

### 5 半导体微腔中的 Josephson 效应

自 1925 年 Einstein 预言 Bose 子的 BEC 态后, 人们当时并没有特别注意这个宏观的量子现象. 到上世纪 30 年代中期, 在研究  $^4\text{He}$  的超流问题时, Fritz London 和 László Tisza 利用这一理论来解释超流机制, 这才引起人们的重视. 此后, 就有一些关于 Bose 子 BEC 的理论, 如极化氢、稀释原子气体、激子等. 到 90 年代, 随着实验条件的极大改善, 人们才可能在实验上观察到这一现象. 科学家们采用激光冷却加蒸发冷却碱金属原子气体至超低温的方法<sup>[19]</sup>, 让其发生 BEC 并观察其相关现象. 对于激子的凝聚, 有很多相关的理论, 也给出了一些有价值的物理结果. 但是在实验上很难观察到这一现象, 这是由于激子的寿命很短, 来不及凝聚就消失了. 为了延长激子的寿命, 人们经过探索, 发现间接激子的寿命很长, 在低密度下可以实现凝聚. 到 2012 年, 才有实验报道对这一现象的观测<sup>[20]</sup>.

在半导体微腔中, 由量子阱中的激子与光子的耦合而形成的一种元激发——激子极化激元<sup>[21]</sup>, 既有激子的性质, 又有光子的部分性质. 例如, 其有效质量非常小(大约比自由电子质量小 5 个量级), 并且激子极化激元之间还存在相互作用. 微腔中激子极化激元的 Bose-Einstein 凝聚现象已经见诸报道<sup>[22-24]</sup>, 且其发生凝聚的临界温度很高.

与超导结的 Josephson 效应一样, 当两个凝聚体靠得很近时, 就可能发生 Josephson 效应<sup>[25-27]</sup>. 这是来源于凝聚体之间的空间相干性. 现在考察利用激子极化激元产生 Josephson 效应的机制. 首先要在半导体微腔中形成双阱的结构, 这可以在样品生长过程中自然形成, 如图 4(a) 所示, 也可以利用应力或光刻技术来构造. 其次在低温条件下用非相干脉冲光束来激发, 这样产生的激子极化激元会弛豫到两个量子阱中, 形成激子极化激元凝聚体. 要形成凝聚体, 激发光的强度必须满足一定要求. 因为激子极化激元的非线性相互作用是形成凝聚体的重要条件, 这样就会存在一个临界值  $P_{OT}$ . 如果光强度过小, 也即  $P < P_{OT}$ , 就不能形成满足条件的激子极化激元凝聚体, 如图 4(b) 所示, 也就无从出现 Josephson 效应. 注意这里的关键是要看光强度增大时两个凝聚体之间是否出现耦合. 当  $P > P_{OT}$ , 即激发光强度大于临界值时, 就会出现两个凝聚体之间的耦

合, 如图 4(c) 所示. 当两个激子极化激元凝聚体靠得很近时, 凝聚波函数发生交叠; 如果它们的能量不同, 会出现两个凝聚体之间的隧穿, 即出现 Josephson 效应.

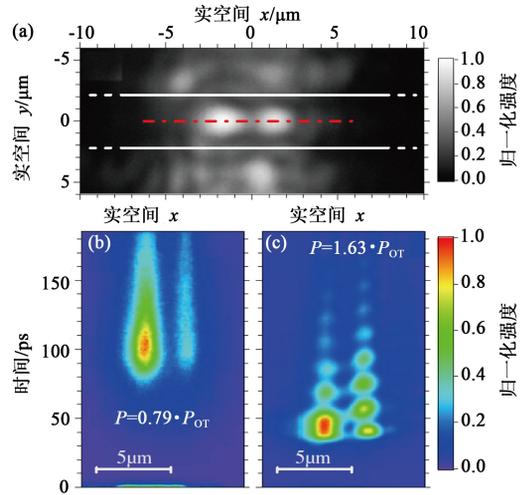


图 4 (a) 实空间的双阱结构; (b) 和 (c) 为发光强度随时间的变化. 实验上用的是脉冲激光, 在 (b) 中, 发光强度  $P$  小于临界值  $P_{OT}$ , 无激子极化激元的 Josephson 效应发生; 而在 (c) 中,  $P > P_{OT}$ , 这时有激子极化激元凝聚体之间的隧穿, 即出现 Josephson 效应(引自文献<sup>[26]</sup>)

### 6 激子极化激元 Josephson 效应的直流-交流的转变

我们考虑在半导体微腔中激子极化激元的 Josephson 结上加一个垂直于微腔平面的磁场<sup>[28]</sup>, 分两种情况来讨论, 即磁场在临界值之下和临界值之上. 当磁场小于临界值时, 我们发现, 不同自旋的 Josephson 流都不随时间而改变, 如图 5(a), (b) 所示, 这个现象就是直流 Josephson 效应. 两个凝聚体的相位差及凝聚体密度都不随时间变化, 但会受到 Zeeman 能  $\Omega_Z = g_L \mu_B B$  大小的影响, 其中  $g_L$ 、 $\mu_B$ 、 $B$  分别是 Landé 因子、Boltzmann 因子和磁场强度.

为了确认在磁场影响下 Josephson 流与时间的关系, 我们先忽略激子极化激元之间的相互作用, 这时只要 Zeeman 能  $\Omega_Z \neq 0$ , Josephson 流就出现振荡. 对于一个确定的磁场, 自旋向上和向下两种流的振荡频率是一样的, 它们的频率随着磁场变大. 然而激子极化激元之间实际上存在相互作用, 当磁场比较小时, Zeeman 劈裂被完全抑制, 这样就没有 Josephson 振荡. 这种对 Zeeman 劈裂的抑制也体现在激子极化激元凝聚体的极化中<sup>[29, 30]</sup>, 并且近期的一个实验工作证实了这个现象<sup>[31]</sup>.

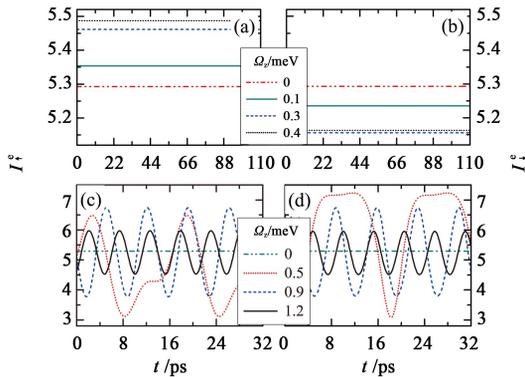


图5 Zeeman能  $\Omega_Z$  小于某一临界值时,自旋向上和自旋向下的Josephson流分别反映在(a)和(b)中; $\Omega_Z$ 大于这一值时,自旋向上和自旋向下的 Josephson 流分别反映在(c)和(d)中(引自文献[28])

获得 Zeeman 能的临界值  $\Omega_c$  是非常有用的,它主要与激子极化激元之间的相互作用有关,可以推出如下表达式<sup>[28]</sup>:

$$\Omega_c = (\rho_{R\uparrow} - \rho_{R\downarrow}) \left[ \alpha_1 - \alpha_2 - \frac{\beta F_{R\uparrow} (g_1 - g_2)}{(\gamma + \beta \rho_{R\uparrow})(\gamma + \beta \rho_{R\downarrow}) - W^2} \right], \quad (12)$$

其中  $\rho_{R\uparrow}$  和  $\rho_{R\downarrow}$  是凝聚体密度,  $\gamma$  表示激子极化激元在未凝聚库中的耗散率,  $\alpha_1, \alpha_2, g_1$  和  $g_2$  是相互作用系数. 利用合理的材料参数, 我们得到  $\Omega_c = 0.45$  meV. 当 Zeeman 能  $\Omega_Z > \Omega_c$ , 即激子极化激元之间的相互作用不能完全抑制 Zeeman 能时, 不同的物理效应就会出现. 如图 5(c), (d) 所示, 除了  $\Omega_Z = 0$  外, 不同自旋的 Josephson 流表现出周期性的振荡. 随着磁场增大, 振荡的频率也变大, 而且每个确定的磁场对应于某一频率, 这类似于超导 Josephson 结中的交流 Josephson 效应. 还可以注意到, 磁场的效果类似于加在常规超导体构成的 Josephson 结上的电压. 依赖于磁场的 Josephson 流的频率对两种自旋是一样的.

Josephson 频率  $\omega_j$  随 Zeeman 能的变化展示在图 6 中. 当 Zeeman 能小时, 即  $\Omega_Z \leq \Omega_c$ , 有  $\omega_j = 0$ . 随着磁场的增大,  $\omega_j$  随着  $\Omega_Z$  近似地线性增长. 当忽略激子极化激元之间所有的相互作用时, 我们得到关于  $\omega_j$  的简单表达式:

$$\omega_j \approx \Omega_Z, \quad (13)$$

如图 6 中的实线所示. 我们发现, 激子极化激元的相互作用会使得 Josephson 频率稍微减小, 这一结果与文献[26]的结果一致. 值得进一步指出的是, 在(13)式中, 激子极化激元结中的 Josephson 频率对磁场的线性依赖关系也是类似于在常规超导体结中的 Josephson 流对电压的线性依赖关系.

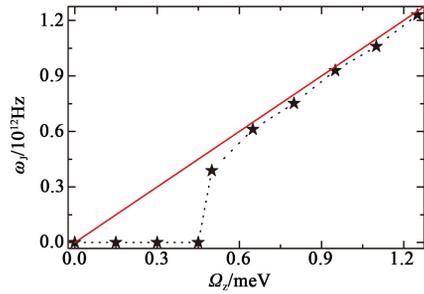


图6 Josephson频率  $\omega_j$  随 Zeeman 能  $\Omega_Z$  的变化. 星号表示考虑了激子极化激元之间的相互作用所得到的 Josephson 频率, 而实线表示忽略了所有的相互作用的结果, 连接星号的虚线可以与实线进行对比. 计算所用参数与图 5 相同(引自文献[28])

由此可以看出, 磁场对激子极化激元的 Josephson 效应起到了调控作用, 能产生从直流效应到交流效应的转变, 并且交流 Josephson 频率与 Zeeman 能近似成线性关系, 十分类似于常规超导体中 Josephson 频率与电压的关系.

## 7 总结与展望

由常规材料制作的 Josephson 结在量子态工程, 特别是在量子计算和量子信息处理方面, 有着重要的应用前景<sup>[32]</sup>. 基于凝聚态物理学基础研究的发展, 本文介绍了利用新型材料制作的量子微结构中的 Josephson 效应, 希望对将来的应用提供有利的因素. 我们首先引入了 Josephson 效应的基本物理性质, 然后分析了在 ZGNR 超导结中应变诱导的  $0-\pi$  转变, 然后考察了在超导体/铁磁性拓扑绝缘体/超导体结中手征性边态超导电流, 之后我们探讨了半导体微腔中激子极化激元凝聚体之间的 Josephson 效应, 以及由外加磁场抑制 Coulomb 相互作用导致直流-交流 Josephson 效应的转变.

量子微结构中的 Josephson 效应的将来发展, 可能有以下几个方向: 关于单层石墨及其纳米条带的超导结的研究, 可以考虑杂质散射、边界形貌、外加电磁场或电子间的 Coulomb 相互作用等与实际情况更紧密的条件或调控手段对超导电流的影响. 关于拓扑绝缘体做成的 Josephson 结的研究, 可以考虑利用磁场和 Rashba 自旋轨道耦合等外场改变拓扑绝缘体的边态或表面态, 从而使超导电流表现出与自旋相关的运输特性, 而联系于 Majorana Fermi 子的非常规 Josephson 效应是当前一个引人注目的研究课题<sup>[33]</sup>. 至于半导体微腔中激子极化激元的 Josephson 效应, 可以讨论是否存在 Shapiro 台阶或超流漩涡等, 并开发实现激子极化激元的量子干涉

仪的可能性。同时,外场的调节仍是一个重要的手段,还可以继续开发其有用的潜力。另外,我们还可以研究在 ZnO 中的 Josephson 效应,这样就可能在室温下做相关的实验,为相关的应用铺平道路,也为进一步研究基础物理问题提供一个平台。

## 参考文献

- [1] Snoko D. Nature (London), 2006, 443:403
- [2] Warburton P A. Phys. Edu., 2011, 46:669
- [3] Josephson B D. Phys. Lett., 1962, 1:251
- [4] Josephson B D. Rev. Mod. Phys., 1974, 46:251
- [5] Anderson P W, Rowell J M. Phys. Rev. Lett., 1963, 10:230
- [6] Shapiro S. Phys. Rev. Lett., 1963, 11:80
- [7] Ryazanov V V, Oboznov V A, Rusanov A Yu *et al.* Phys. Rev. Lett., 2001, 86:2427
- [8] Kontos T, Aprili M, Lesueur J *et al.* Phys. Rev. Lett., 2002, 89:137007
- [9] Golubov A A, Kupriyanov M Yu, Il'ichev E. Rev. Mod. Phys., 2004, 76:411
- [10] Pajović Z, Božović M, Radović Z *et al.* Phys. Rev. B, 2006, 74:184509
- [11] Liang Q, Yu Y, Wang Q *et al.* Phys. Rev. Lett., 2008, 101:187002
- [12] Zou J, Jin G. Appl. Phys. Lett., 2011, 98:122106
- [13] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V *et al.* Science, 2004, 306:666
- [14] Heersche H B, Jarillo-Herrero P, Oostinga J B *et al.* Nature (London), 2007, 446:56
- [15] Beenakker C W J. Phys. Rev. Lett., 2006, 97:067007
- [16] Kim K S, Zhao Y, Jang H *et al.* Nature (London), 2009, 457:706
- [17] Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C. Science, 2006, 314:1757
- [18] Zou J, Jin G. Phys. Rev. B, 2012, 85:134528
- [19] Cornell E A, Wieman C E. Rev. Mod. Phys., 2002, 74:875
- [20] High A A, Leonard J R, Hammack A T *et al.* Nature (London), 2012, 483:584
- [21] 张用友, 金国钧. 物理, 2009, 38:536 [Zhang Y Y, Jin G J. Wuli(Physics), 2009, 38:536]
- [22] Deng H, Weihs G, Santori C *et al.* Science, 2002, 298:199
- [23] Kasprzak J, Richard M, Kundermann S *et al.* Nature (London), 2006, 443:409
- [24] Balili R, Hartwell V, Snoko D *et al.* Science, 2007, 316:1007
- [25] Levy S, Lahoud E, Shomroni I *et al.* Nature (London), 2007, 449:579
- [26] Lagoudakis K G, Pietka B, Wouters M *et al.* Phys. Rev. Lett., 2010, 105:120403
- [27] Ji A C, Sun Q, Xie X C *et al.* Phys. Rev. Lett., 2009, 102:023602
- [28] Zhang C, Jin G. Phys. Rev. B, 2011, 84:115324
- [29] Solnyshkov D D, Shelykh I A, Malpuech G. Phys. Rev. B, 2009, 80:165329
- [30] Liew T C H, Rubo Y G, Shelykh I A *et al.* Phys. Rev. B, 2008, 77:125339
- [31] Larionov A V, Kulakovskii V D, Höfling S *et al.* Phys. Rev. Lett., 2010, 105:256401
- [32] Makhlin Y, Schön G, Shnirman A. Rev. Mod. Phys., 2001, 73:357
- [33] Moore J E. Physics, 2012, 5:84