# 声学超构材料\*

柯满竹 邱春印 彭莎莎 刘正献<sup>+</sup> (武汉大学物理科学与技术学院 武汉 430072)

**摘 要** 2000 年报道的具有局域共振带隙的声学材料是声学超构材料的前身,也是最早实现的声学超构材料.同 光学、电磁超构材料一样,近年来声学超构材料也引起了许多学者的研究兴趣.文章介绍了到目前为止声学超构材料 的主要研究进展,内容包括含共振单元的声学超构材料的负有效声学参数(包括质量密度、体模量等)的实现,以及不 含共振单元的声学超构材料的一些有效声学参数的确定等,最后对声学超构材料的可能应用进行了简单展望. 关键词 声学超构材料,局域共振、亚波长,负质量密度,负模量

# Acoustic metamaterials

KE Man-Zhu QIU Chun-Yin PENG Sha-Sha LIU Zheng-You<sup>†</sup> (School of Physics and Technology, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract** Acoustic metamaterials, artificial structures with structural units much smaller than the operating wavelength and possessing unusual properties, were first reported in 2000, when they were called locally resonant sonic materials. Like electromagnetic metamaterials, acoustic metamaterials have also attracted much attention in recent years. In this article, the main advances in the research of acoustic metamaterials are reviewed, including the realization of negative acoustic parameters by introducing local resonances in the medium, and the determination of various acoustic parameters for metamaterials without local resonances. Finally, an overview is given of the prospects for potential applications.

Keywords acoustic metamaterials, local resonance, subwavelength, negative mass density, negative modulus

# 1 引言

光和声是与人类生活最密切相关的两种波,人 类通过它们来感知世界并实现交流.认识并利用光 和声,拓展人类认知自然的能力,提高生活品质,贯 穿了整个人类的发展史.1987年,以光子晶体的概 念提出为标志<sup>[1,2]</sup>,人们首次提出了用人工结构来 调制光波,从而实现对光更有效操控的思想.同样的 想法很快被拓展应用于声波<sup>[3]</sup>,声子晶体的概念也 于 1993年被提出<sup>[4]</sup>.作为人工结构,光子晶体和声 子晶体主要以布拉格散射机制实现对波的调控,因 而它们的结构尺度都与工作波长相当.

光子晶体或声子晶体属于"波长"尺度范畴,而 作为另一大类人工结构的超构材料(metamaterials) 则属于"亚波长"尺度范畴,即超构材料的结构尺度 远小于其工作波长.因为这一特点,使在超构材料中 传播的波不能分辨其结构,所以超构材料可视为是 均匀的有效介质,可用有效参数(如有效介电常数、 有效质量密度等)描述.用"亚波长"结构来调控波的 思想主要形成于 2000 年左右,虽然超构材料这个术 语几年后才出现并流行起来.在 2000 年前后,英国 帝国理工大学 J. Pendry 教授提出了具有负磁导率 和负介电常数的人工结构设计方案<sup>[5-7]</sup>,随后,这一 方案在实验中实现<sup>[8]</sup>,这一人工结构材料便是最早 的电磁超构材料.该工作具有里程碑的意义:因为当 介质的介电常数与磁导率同时为负数时,电磁波的 传播具有反常特性,如左手性、负折射、反常多普勒效

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10874131;50425206)资助项目 2011-12-13 收到

<sup>†</sup> 通讯联系人. Email:zyliu@whu. edu. cn

应等<sup>[9]</sup>,因而利用电磁超构材料可以对电磁波或光波 实现超乎寻常的操控.同样是在 2000 年前后,香港科 技大学沈平教授研究组首先开展了声学超构材料的 研究<sup>[10]</sup>,这一当时称为"局域共振声学材料"的人工 结构,利用局域共振机制,实现了比布拉格散射机制 频率低两个量级的声学带隙,对应于这一带隙,材料 的有效声学参数——质量密度变为负数<sup>[11]</sup>.

早期的超构材料,无论是光学(或电磁)的,还是 声学的,大多是含共振单元的人工结构,所以材料参 数可为负数.随着研究的进展,不含共振单元的超构 材料也获得关注.这类材料研究的主要目标是利用结 构设计来获取合适的材料参数(主要是正的),具有宽 带、低耗散等优点,更适合在隐身等问题中的应用.

值得指出的是,目前人们对于超构材料这一术 语含义的理解,并不完全统一.除了上述含义,它有 时还有更宽的含义,这包括如金属表面等离激元微 纳结构等,有时甚至还包括光子晶体和声子晶体.但 本文中,超构材料仅指上述狭义的人工结构材料,即 结构尺度是亚波长,可用有效材料参数描述.这也是 目前大多数人能接受的超构材料的定义.

2 声学超构材料的研究进展

## 2.1 声学超构材料的研究概况

如上所述,关于声学超构材料研究的最早报道 是在 2000 年. 这一年, Liu 等人通过引入低频局域 共振单元获得了低频的声学带隙[10],这种基于局域 共振机制的声学带隙材料当时被称为"局域共振声 学材料".这种结构的低频带隙所对应的有效质量密 度为负数<sup>[11]</sup>.2004年,Li等人<sup>[12]</sup>把橡胶小球置于水 中形成周期结构,发现这一结构在一条频带上质量 密度和体模量同时为负. 2006年, Fang 等人<sup>[13]</sup>研究 了在空气中周期性排列的亥姆霍兹谐振腔阵列,实 现了体模量为负的超构材料.2007年,我们设计了 一个固体基的双共振单元结构,一单元提供偶极共 振,使结构的质量密度变负,另一单元提供单极共 振,使体模量变负,把两个单元的共振频率调谐到同 一位置,获得了体模量和质量密度同时为负的声学 超构材料[14],并研究了这种结构的亚波长成像[15]. 2009年, Zhang 等人通过在液体中引入双共振单 元,实现了质量密度和体模量同时为负,并利用这一 结果实现了负折射成像[16];他们进一步利用这一结 构实现了声隐身<sup>[17]</sup>. 2010年,Lee 等人<sup>[18]</sup>也分别通 过在管内气体中引入双共振单元,实现了质量密度 和体模量同时为负.2011年,Wu等人利用双共振单元(偶极和四极)设计了质量密度和剪切模量同时为负的声学超构材料<sup>[19]</sup>.

关于不含共振的声学超构材料的研究最早见于 2002年, Cervera 等人<sup>[20]</sup>研究了铝柱周期性排列于 空气中形成的声子晶体在长波极限下的有效声速 (长波极限下, 声子晶体可视为声学招构材料), 发现 其小于空气中的波速;根据这一结果他们设计了凸 透镜用于汇聚声波.把用于声子晶体的多重散射理 论推向长波极限,可得到严格的流体基声学超构材 料的有效质量密度公式[21],它不同于体平均质量密 度,但与 Berryman<sup>[22,23]</sup>的质量密度一致.流体基声 学超构材料的有效质量密度小于其体平均质量密 度,这里的质量损失是波传播时固体和流体分量在 界面处相对滑移的结果[21]. 2007年,我们的研究表 明,凿有小缝或小孔阵列的刚性固体在长波长下是 一均匀的各向异性声学超构材料<sup>[24]</sup>;给定厚度后, 这种材料可支持一些确定的波导模,利用这些波导 模,实现了亚波长成像<sup>[25,26]</sup>. 差不多同一时期, Jensen[27]和 Zhu[28]等人也利用类似结构实现了亚波长 成像. 2010年, Torrent 等人提出了一种超构材料设 计,给出了对空气中的声学频率范围实现质量密度 各向异性的一种方案<sup>[29]</sup>.

声学超构材料诞生十余年来,逐渐吸引来自物 理学、力学和材料科学等领域的学者的关注和兴趣, 已成为人工结构研究领域中一个不可或缺的部分.

## 2.2 局域共振与负有效质量密度

在基体材料中引入局域共振单元,利用局域共 振,可以实现声学带隙.考虑一个由硅橡胶包裹的小 铅球分散在环氧树脂(epoxy)基体中的简单立方结 构,如图1(a)所示,铅球的直径为1cm,橡胶的厚度 为 2.5mm, 晶格常数为 1.55cm. 根据这些数据, 可 以计算出这一结构的弹性波能带结构,如图 1(b)所 示.该结构在 400Hz 和 1400Hz 附近各出现一个带 隙,这两个带隙不可能来源于周期结构的布拉格散 射,因为在这两个带隙处,弹性波在环氧树脂中的波 长至少都在"米"的量级,远大于结构周期("厘米"量 级).分析两带隙处结构中的振动场分布,发现振动 局域在结构单元内,具有明显的局域共振特征.所 以,这两个带隙均是由结构单元的个体共振引起的. 软橡胶包裹铅球这样的结构单元,其实就是一个低 频的偶极谐振子:软橡胶相当于一软弹簧,铅球相当 于连接在软弹簧上的质量;环氧树脂基体连接着振 子弹簧的另一端,它传递入射振动并提供与周围结 构单元耦合的环境.当接近结构单元的共振频率时, 入射声波受到这些结构单元强烈的共振散射,使其 向前传播受到遏制,沿传播方向衰减,从而形成带 隙.这就是局域共振形成带隙的机制.



图 1 局域共振结构(a)的能带结构(b)及有效质量密度(c)(图 中 $\frac{M}{10}$ 表示  $\Gamma M$ 方向波矢的十分之一位置, $\frac{X}{5}$ 表示  $\Gamma X$ 方向波矢的五分之一位置, $\rho_e$ 为有效质量密度, $\rho_e^0$ 为相对体积平均的静态质量密度)

质量密度是材料的重要声学参数.利用结构单 元的谐振子模型,可解析地得到这种材料的有效质 量密度公式<sup>[11]</sup>.其结果显示于图1(c).可以看到,在 400Hz和1400Hz两个频率附近,这种材料的有效 质量密度变为负数,其区间正好对应两个带隙.

上述局域共振结构产生负有效质量密度的物理 图像如下:当入射波频率增加到结构单元的共振频 率时,发生谐振子偶极共振,刚越过共振频率时,结 构单元中铅球的运动变得与基体的运动反相,即铅 球的加速度方向变得与结构单元的受力方向相反, 而铅球的质量是结构单元质量的主体,导致结构单 元整体上表现出负质量响应.我们看到,这里负质量 响应是共振结构动力学行为的一种表现,在静态情 况下质量是不能为负的.

## 2.3 有效体模量和有效质量密度同时为负

前面利用"弹簧与质量"偶极共振结构实现了负 有效质量密度,可以设计具有单极共振的结构来实 现负有效体模量.考虑到气泡在水中具有强烈的单 极共振,我们设计单极共振结构如图 2(a)所示:它 由含有小气泡的水粒在环氧树脂基体中周期性排列 (面心立方)而成.其中气泡水的填充率为 20.4%, 气泡与水粒的半径之比为 2/23. 可用相干势近似 (CPA)方法计算这一结构的有效体模量<sup>[30]</sup>,如图 2(b)所示.正如所期望的那样,我们看到了在归一 化频率 0.4 附近,这一结构的有效体模量变为负数. 单极共振结构的有效体模量变负也有如下直观的物 理图像:含气泡的水粒置于环氧树脂基体中时,这种 结构单元是一单极谐振子;当入射波的频率接近共 振频率时,发生单极共振;刚刚越过共振频率后,气泡 的膨胀或收缩运动方向变为与周围的水和环氧树脂 的膨胀或收缩运动方向相反,所以,从宏观上"看",在 施加压缩外力时,结构单元局部表现为膨胀,而在施加外张外力时,结构单元局部表现为收缩,表现出负有效体模量响应.同样,负有效体模量响应也是一种共振结构的动力学响应,在静态情况下是不可能的.



图 2 含气泡的水粒在环氧树脂基体中排列成面心立方结构(a) 及其有效体模量(b)(图中 ω 是归一化的频率, v<sub>1</sub> 是基体中的横 波速, a 是晶格常数. 横坐标 κ<sub>e</sub>/κ<sub>1</sub> 表示体系的有效体弹模量与 相对基体体模量的比值)

如果把偶极共振和单极共振两种结构单元并入 到同一结构中,即可实现有效质量密度和有效体模 量同时为负的超构材料.为使两种共振的频率一致, 先对产生负有效质量密度的结构进行重新设计,其 结构为橡胶包裹的金球在环氧树脂基体中排列成面 心立方,填充率为9.77%,橡胶包层内半径与外半 径之比为15/18. 然后把这个产生负有效质量密度 的偶极子面心点阵与上述产生负有效体模量的单极 子面心点阵置于同一环氧树脂基体中,形成一个具 有复式点阵的闪锌矿类型的结构,如图 3(a)所示. 结果表明,新的结构同时具有负的有效质量密度和 有效体模量,并且具有负的泊松比<sup>[14]</sup>.图 3(b)显示 了该系统的弹性波能带结构,我们看到,在有效质量 密度和有效体模量同时为负的频率区间,出现了一 条新的能带(中间的红色曲线,见《物理》网刊彩图, 下同).这是一条参数为双负的纵波能带,在这条能 带上的声波具有奇异的传播特性,如能流方向与波 矢方向相反,负折射,反常多普勒效应等.



图 3 质量密度和体模量同时为负的固体基超构材料(a)及能带 结构(b)

利用双负声学超构材料的负折射效应,可以把 声学超构材料制成平板透镜,实现亚波长成像<sup>[15]</sup>. 图 4显示了把一双负声学超构材料平板置于水银中 时对一点源成像的效果.图 4(a)显示了在双负超构 材料板左侧放置一个点源时,水银中的相位分布,其 中插图给出的是在超构材料板内的相位分布,可以 明显看到板右侧和板内各成了一个像;图4(b)显示 的是纵向(Z方向)的压力场分布,图4(c)对应 图4(a)中像平面内横向(X方向)的场强分布,清楚 显示出所成的像是亚波长的.



图 4 双负超构材料板成像 (a)相位分布;(b)纵向(Z方向)压 力场分布;(c)对应(a)中像平面内横向(X方向)的场强分布(其 中λ<sub>1</sub>表示流体基的波长)

#### 2.4 流体基超构材料的有效质量密度

对于固体均匀分散在流体基体或一种流体分散 在另一种流体中的超构材料体系,在长波极限下,具 有有效参数.对于体系的有效质量密度 D<sub>eff</sub>,人们直 观的认识是,它应该是两种组成分量质量密度的体 积平均:

 $D_{\text{eff}} = D_{\text{v}} = (1 - f)D_1 + fD_2$  ,

式中  $D_v$  为体平均质量密度, f 为体系的填充率,  $D_1$ 是基体的质量密度,  $D_2$  是柱体的质量密度(见图 5). 在长期的应用中, 也一直把体系的体平均质量密 度直接视为体系的有效质量密度. 1980 年, J. G. Berryman<sup>[22,23]</sup>基于平均散射矩阵方法给出了一个 不同于体平均质量密度的有效质量密度公式:

 $D_{\text{eff}} = D_{\text{B}} = \frac{(D_2 + D_1) + (D_2 - D_1)f}{(D_2 + D_1) - (D_2 - D_1)f}D_1$ 

但这个公式一直没有引起重视,原因可能是:其一, Berryman的方法不是一个严格的方法;其二,在把 体平均质量密度作为有效质量密度使用时,还未遇 到明显的问题.利用多重散射理论,可严格地得到在 长波极限下流体基超构材料的有效质量密度公 式<sup>[21]</sup>,结果表明,有效质量密度的确不等于各分量 质量密度的简单体积平均,而与 Berryman 的质量 密度一致.从公式可以看出,正确的有效质量密度总 是小于(最多等于)体平均质量密度.图 5 显示了不 同体系在不同填充率下有效质量密度与体平均质量 密度的比值,可以看到,当两种组成分量的质量密度 相近时,有效质量密度与体平均质量密度差别不大, 但当流体分量和固体分量的密度相差很大时,有效 质量密度也较大偏离体平均质量密度.

毫无疑问,当体系处于完全静态时,其有效质量 密度一定是体平均质量密度(总质量除以总体积).



图 5 以体平均质量密度  $D_v$ 为基准,归一化之后的 Berryman 有效质量密度  $D_B$ 随着圆柱体的填充率 f(filling ratio)的变化图. 所计算的三种声子晶体分别是铝柱体置于空气中(•),PMMA 柱体置于水中( $\blacksquare$ ),空气柱体置于水中( $\blacktriangle$ )

为何动态条件下体系的有效质量密度(即声波能感 受到的质量密度)总小于体平均质量密度?丢失的 质量到哪里去了呢? 原因在干体系中作为基体的流 体的特有属性.由于流体剪切模量为零,不能荷载剪 切应力,当声波在体系中传播时,在基体与分散介质 的界面上,两分量间可以发生滑移,导致声波不能感 受全部质量,出现质量丢失.这种相对滑移越严重, 质量丢失就越大,有效质量密度偏离体平均质量密 度也就越大,相反,如果这种相对滑移越小,质量丢 失就越小,有效质量密度偏离体平均质量密度也就 越小.分散介质与基体质量密度的差别大小,决定了 滑移是否严重,质量密度差别越大,分散介质与基体 越不能运动一致,滑移就大;相反,两者质量密度差 别越小,两分量就越能一致运动,滑移就小.图6显 示了铝圆柱在空气中排列(形成铝一空气体系,如图 6(a)所示)及 PMMA 圆柱在水中排列(形成 PMMA 一水体系,如图 6(b)所示)时形成的两体系中,声波 在其中传播时的场强分布,可以看到,对于铝一空气 体系,场分布很不均匀,表明相对滑移大,有效质量 密度偏离体平均质量密度大;而对于 PMMA-水体 系,场分布均匀,表明相对滑移小,有效质量密度偏 离体平均质量密度小.这与有效质量密度公式一致.



图 6 场强分布 (a) 铝圆柱以六角点阵排列在空气中(填充率 为 0.36, 波矢沿 y 方向, a 是晶格常数); (b) 相同点阵和填充率, 但换成 PMMA 柱体排列在水中

## 2.5 高度各向异性的声学超构材料

置于流体(如空气、水等)中的含孔(缝)阵列的 刚性或近刚性固体(如图 7 所示),在长波长下,可视 为是均匀的<sup>[24]</sup>,具有高度的各向异性.具有这种结构的超构材料近年来吸引了人们较多的关注,并用 它来实现高分辨成像<sup>[25-28]</sup>.



图 7 刚性缝(a)孔(b)阵列结构置于流体基,在长波极限下是均 匀的各向异性超构材料

我们研究了多缝刚性固体的成像问题.考虑具 有如图 8(a)所示的凿有周期性小缝阵列的厚钢板, 置于空气中,其中的缝宽、周期及板的厚度分别用 a,d和h来表示,a=0.1d, h=4d. 考虑到钢和空气 之间有巨大的声学阳抗失配,可把钢板看成完全刚 性的.如上所述,该结构在长波长下是一均匀的各向 异性的超构材料板.图 8(c)显示了该结构的色散关 系,可以看到,在色散关系曲线中,出现了等间距的 水平色散线,它们是一系列在这一等价的均匀板内 沿 x 方向传播的波导模式,其中点线是时域有限差 分方法(FDTD)数值模拟的结果,实线是解析计算 结果[27].利用这些波导模式,可以实现亚波长成像. 例如,如果把点源置于平板的底部,点源的衰逝分量 可以激发这些波导模式,也就是说,借助这些波导模 式,点源的衰逝分量可以传输到板的顶部,而不是真 正"衰逝"掉,所以能在板的顶部形成具有亚波长细 节的高分辨像.图 8(b)显示了工作频率为 0.228(图 中的绿线)时的成像效果图,其中点源位于板的下 方.可以看到,板中的导波模式被激发,在板的上方 出现了一个清晰的像,其分辨率约为波长四分之一.



图 8 (a)超构材料样品及几何尺寸;(b)样品的成像效果;(c)样 品的色散关系(红实线代表解析方程得到的结果;黑点线代表用 时域有限差分方法得到的结果,v为空气中的声波速,d是结构 周期,kx为x方向的波矢.绿色线表示工作频率,见《物理》网刊 彩图)

# 3 结束语

自然材料的声学参数都是正的,如果用全部独 立声学参数为坐标建立起一个多维空间,自然材料 只能位于这个空间的第一象限.人工设计使声学超 构材料的有效声学参数可以是单负、双负直至全负 的,因而材料参数可覆盖参数空间的全部象限.不仅 如此,自然材料由于性质相对固定,在参数空间一般 表现为离散的分布,而可设计性使声学超构材料的 声学参数在参数空间可相对平滑地改变.所以,声学 超构材料大大突破了自然材料的局限,可对声波提 供前所未有的、更加灵活自如的操控.像电磁或光学 超构材料一样,"完美"隐身和"完美"成像可能是声 学超构材料最具有价值的应用展望.除此之外,声学 超构材料中声波新奇的传播方式(如负折射等),有 可能提供全新的声学器件的设计和应用.

#### 参考文献

- [1] Yablonovitch E. Phys. Rev. Lett. ,1987,58:2059
- [2] John S. Phys. Rev. Lett. ,1987,58:2486
- [3] Sigalas M M, Economou E N. Journal of Sound and Vibration, 1992, 158: 377
- [4] Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L et al. Phys. Rev. Lett., 1993, 71:2022
- [5] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J et al. J. Phys. : Condensed Matter, 1998, 10:4785
- [6] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J et al. Microwave Theory and Techniques, 1999, 47:2075
- [7] Pendry J B. Phys. Rev. Lett. ,2000,85:3966
- [8] Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Science, 2001, 292:77
- [9] Veselago V G. Sov. Phys. Usp. ,1968,10:509
- [10] Liu Z Y , Zhang X, Mao Y et al. Science, 2000, 289:1734
- [11] Liu Z Y, Chan C T, Sheng P. Phys. Rev. B, 2005, 71:014103
- [12] Li J, Chan C T. Phys. Rev. E, 2004, 70:055602
- [13] Fang N, Xi D, Xu J et al. Nature Mater., 2006, 5:452
- [14] Ding Y Q, Liu Z Y, Qiu C Y et al. Phys. Rev. Lett. ,2007,99: 093904
- [15] Deng K, Ding Y Q, He Z J et al. J. Appl. Phys. ,2009,105: 124909
- [16] Zhang S, Yin L, Fang N. Phys. Rev. Lett. ,2009,102:194301
- [17] Zhang S, Xia C G, Fang N. Phys. Rev. Lett., 2011, 106: 024301
- [18] Lee S H, Park C M, Seo Y M et al. Phys. Rev. Lett., 2010, 104:054301
- [19] Wu Y, Lai Y, Zhang Z Q. Phys. Rev. Lett. , 2011, 107:105506
- [20] Cervera F, Sanchis L, Sanchez-Perez J V et al. Phys. Rev.

Lett.,2002,88:023902

- [21] Mei J, Liu Z Y, Wen W J et al. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 024301
- [22] Berryman J G. J. Acoust. Soc. Am. ,1980,68:1809
- [23] Berryman J G. J. Acoust. Soc. Am. ,1980,68:1820
- [24] Cai F Y, Liu F M, He Z J et al. Appl. Phys. Lett. , 2007, 91: 203515
- [25] Liu F M, Cai F Y, Peng S S et al. Phys. Rev. E, 2009, 80: 026603
- [26] Jia H, Ke M Z, Hao R et al. Appl. Phys. Lett., 2010, 97: 173507
- [27] Li J, Fok L, Yin X et al. Nature Mater. ,2009,8:931
- [28] Zhu J, Christensen J, Jung J et al. Nature Phys., 2011, 7:52
- [29] Martin T, Nicholas M, Orris G et al. J. Acoust. Soc. Am., 2010,128:2428
- [30] Sheng P. Introduction to Wave Scattering, Localization, and Mesoscopic Phenomena. San Diego: Academic Press, 1995