

## 亚历山大·弗里德曼和现代宇宙学的起源

1925年英年早逝的弗里德曼堪称大爆炸宇宙学之父。然而，他杰出的贡献常常被误解和低估。



图1 20世纪20年代初，亚历山大·弗里德曼在苏联彼德格勒

90年前，俄罗斯物理学家弗里德曼(1888—1925)首次阐述了爱因斯坦的广义相对论存在非静态的解。他发现这些解可以描述宇宙的膨胀、收缩、坍缩，甚至可能从奇点中诞生。

弗里德曼描述宇宙演化各种可能性的基本方程，是我们当前关于大爆炸和宇宙加速膨胀观点的基础。但是他的成果在一开始就遇到强烈的

阻力，并且从那时开始也被广泛的误解。本文旨在以同时代的其他宇宙学理论，比如爱因斯坦、德西特、爱丁顿、勒梅特的理论为背景，澄清人们关于弗里德曼的宇宙学理论的一些持续存在的疑惑。

去年的诺贝尔物理学奖被三位观测宇宙学家分享，这是因为他们发现目前的宇宙正在加速膨胀。因此，弗里德曼在1922年和1924年引入的可能情形之一对应着现实的世界。瑞典皇家科学院的关于2011年诺贝尔奖的科学背景文章引用了弗里德曼的论文。然而，令人遗憾的是它明显曲解了弗里德曼的贡献。

早在1922年，弗里德曼就已经引入了最一般形式的度规，以及描述具有均匀质量密度 $\rho$ 的理想流体宇宙演化的“弗里德曼方程”，从而建立了适合研究广义相对论宇宙学的框架。他阐明了满足广义相对论的非静态宇宙的全部三种情形。事实上，他引入了“膨胀宇宙”这个词，并且估计的周期性宇宙的周期非常接近我们现在认为的宇宙大爆炸发生到今天所经过的时间。他在1924年发表了具有恒定负曲率的静态和非静态无限宇宙的论文，这又是一篇极具创新性的论著。

### 短暂的一生

弗里德曼出生于圣彼得堡，在该市的城市大学学习数学，在那里参加过埃伦费斯特主持的物理学讨论班。1910年毕业后，他主要从事应用于气象学和空气动力学的数学物理研究。

1914年第一次世界大战爆发以后，弗里德曼服务于俄

国空军，在奥地利前线成为一名弹道学教官。他参加了几次空中侦查飞行，并被授予十字勋章。1917年二月革命后，弗里德曼在乌拉尔山附近的彼尔姆获得了他的第一个教授职位。

1920年俄国内战结束，弗里德曼(见图1)回到了自己的家乡(此时已改名为彼德格勒)，开始作为一位物理学家在地球物理观测台工作。他很快成为该台的主任。他个人的主要研究方向是湍流和空气动力学理论。但在同时，他还研究广义相对论和量子理论。他于1925年9月因斑疹伤寒过早去世的前一个月，还进行了一次冒险的破纪录气球飞行，以收集高海拔的数据。

在当时的俄国，爱因斯坦1905年的狭义相对论已广为人知。但是由于战争，对他1915年广义相对论的了解被大大推迟了。不过，战后不久，关于广义相对论以及被爱丁顿通过1919年日食观测证实的新闻在全俄科学界和公众中引起了巨大轰动。1921年，欧洲科学出版物的恢复发行使得在彼德格勒的科学家可以了解到这些文献。弗里德曼的成名之作是*Zeitschrift für Physik*上的两篇论文。在那里他引入了现代宇宙学的基本思想——宇宙的几何是演化的，甚至有可能源于一个奇点。

### 弗里德曼之前的广义相对论

广义相对论中基本的爱因斯坦场方程是

$$R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R/2 - \lambda g_{\mu\nu} = -kT_{\mu\nu}, \quad (1)$$

其中宇宙学常数 $\lambda$ 是爱因斯坦希望找到场方程的静态宇宙解而在1917年引进的。

为了寻找用具有均匀密度 $\rho$ 和压强 $P$ 的近似理想流体描述的均匀宇宙解，可以设 $T_{11}=T_{22}=T_{33}=-P$ ， $T_{44}=c^2\rho$ ，而其他非对角的元素都为零。为简单起见，爱因斯坦考虑可以近似取 $P=0$ 。

1922年前，已知仅有两个简单的解，一个由爱因斯坦给出，另一个由德西特给出。爱因斯坦的解中本来独立的 $\lambda$ 和 $\rho$ 通过宇宙半径 $r$ 联系起来。它要求 $\lambda=c^2/r^2$ 并且 $\rho=2/(kr^2)$ 。1917年，德西特根据宇宙的平均质量密度为 $2 \times 10^{-27} \text{ g/cm}^3$ 的估计得到 $r=8 \times 10^8$ 光年。爱因斯坦一度似乎已经实现了他的目标：寻找一个有限的静态宇宙，其大小直接由它的质量密度来确定。然而，德西特找到的另外一个解给爱因斯坦泼了冷水。德西特的解代表一种不同的静态宇宙，其质量密度为零，并且空间曲率是负的。在爱因斯坦的

本栏目是经美国物理联合会(AIP)授权，与*Physics Today*合作的项目

解中,所有空间中的点是等价的,但是德西特的空间有一个独特的中心.

对爱因斯坦来说,德西特的解无法接受,因为它违背了“没有物质惯性不能存在”的马赫原理.但是这个解可以解释天文学家 1912 年以来就发现的遥远星系的光谱发生红移的现象.

### 弗里德曼的宇宙

弗里德曼 1922 年的文章引用了爱因斯坦和德西特的原始论文,以及爱丁顿 1920 年的书 *Space, Time and Gravitation*. 弗里德曼没有在爱因斯坦和德西特的解之间取舍,而是从更广泛的角度来讨论宇宙学解的问题.

弗里德曼强调,物理上所需要的空间均匀性并不要求宇宙必须是静态的.对于均匀和各向同性的宇宙,他着眼于广义相对论度规的最一般形式,发现场方程除了静态解外,还存在一类新的非静态的解.像爱因斯坦的解一样,弗里德曼的解也具有空间是三维超球面这一特征.但是球的曲率随着超球面的半径  $r(t)$  随时间的变化而改变,  $r(t)$  满足的常微分方程(现称弗里德曼方程)

$$(r/c^2)(dr/dt)^2 = A - r + \lambda r^3/3c^2 \quad (2)$$

决定了宇宙的动力学.弗里德曼发现积分常数  $A = k\rho r^3/3$ . 这样,它就正比于常数的宇宙总质量.

弗里德曼 1922 年文章的其余部分是专门分析方程(2)的演化含义,将方程(2)对宇宙的半径积分得到

$$t = \frac{1}{c} \int_{r_0}^r \sqrt{\frac{x}{A - x + \frac{\lambda}{3c^2}x^3}} dx + t_0 \quad (3)$$

如果取  $r_0$  是今天的数值,那么  $t_0$  用弗里德曼的话来说就代表“从宇宙产生到现在的时间”.

### 三种宇宙情形

方程(3)的右边部分只有当三次项的分母

$$C(x) = A - x + \lambda x^3/3c^2 \quad (4)$$

大于零时才有物理意义.这个条件定义了三种不同的宇宙演化情形:

(1)第一种图像是如果  $C(x)$  没有正根,这样对于所有正的  $x, C(x)$  都是正的.这种情况发生在  $\lambda > 4c^2/9A^2$ , 也就是说,当宇宙学常数  $\lambda$  超过某些依赖于宇宙密度  $\rho$  的临界值时.在这种情形下,宇宙在  $t=0$  时刻从一个奇点  $r=0$  开始演化,并且宇宙的膨胀速率在拐点  $t_1$  处从减速变为加速,在此时,  $r_1 = (3c^2 A/2\lambda)^{1/3}$ . 经过这个时刻,  $r$  将以  $e^{t\sqrt{\lambda/3}}$  的渐近形式增长.弗里德曼称这种图像为“第一类单调(演化)的世界”.

(2)第二种情形发生在  $0 < \lambda < 4c^2/9A^2$  时.在这种情况下,  $C(x)$  有两个正根,  $x_1 < x_2$ , 在此之间  $C(x)$  取负值.此条件允许两种不同的情形 2a 和 2b. 在 2a 的情况下,宇宙的膨胀在  $r=0$  和  $r=x_1$  之间振荡.这给出了将在下面讨论的周期性解.在 2b 的情形中,宇宙的膨胀开始于一个非零的半径  $r_1 = x_2$ , 随后一直加速膨胀下去.弗里德曼把它称为第二类单调(演化)的世界.

(3)弗里德曼称第三种图像为“周期性世界”.它源于 2a 情形或者  $\lambda \leq 0$ . 这时  $C(x)$  只有一个正根  $x_1$ , 并且从 0 到  $x_1$  之间  $C(x)$  是正值.宇宙从一个奇点开始,以递减的速率膨胀,到达最大的半径  $x_1$  处,然后收缩到零点.宇宙的寿命是有限的,以大坍缩的方式结束.假设宇宙的总质量是  $5 \times 10^{21}$  倍太阳质量,弗里德曼发现在他的周期世界里宇宙的寿命将是  $10^{10}$  年(大约是  $\pi A/c$ ).

除了这三种主要的图像外,弗里德曼还考虑了两种特殊的极限情形,即当  $\lambda$  具有精确的临界值  $\lambda_c = 4c^2/9A^2$  时.此时  $C(x)$  就在  $x = 3A/2$  处有两个正根.在一种极限情况下,周期世界的膨胀周期变为无限长,逐渐地接近爱因斯坦解的静态半径.在另外一种情形下,弗里德曼的世界在  $\lambda_c$  时需要一个无限长的过去,渐近地从爱因斯坦的静态半径  $r_1$  变化而来.这些极限情形下,像爱因斯坦的解一样,  $\lambda$  的取值和  $\rho$  的取值绑定在一起,而在弗里德曼的更一般的情形下,这是两个独立的自由参数.

### 爱因斯坦的回应

当弗里德曼 1922 年的文章出现时,其主要思想被绝大多数人忽视或者拒绝了.爱因斯坦的即刻回应说明了非静态的宇宙当时是如何不受欢迎.在他看来,合适的理论必须坚持宇宙具有明显的静态特性.

爱因斯坦最初认为弗里德曼的解是“可疑的”.1922 年的 9 月,爱因斯坦在 *Zeitschrift für Physik* 上发表了一篇短文,提出弗里德曼的推导过程中可能存在一个数学错误.得知爱因斯坦的文章后,弗里德曼给他写了一封长信阐述自己的推导过程.但是爱因斯坦正在进行环球的巡回演讲,直到 1923 年 5 月他返回柏林时才读到弗里德曼的信件.那个月的晚些时候,弗里德曼的俄国同事克鲁托夫在莱顿遇见了爱因斯坦,并向他澄清了误解.因此,爱因斯坦迅速地在 *Zeitschrift für Physik* 上发表了另一篇短文,承认弗里德曼结果的数学正确性.不过他评论说,“这个解没有物理意义”.但是,在最终校阅清样的时刻,他明智地删掉了这一不够谨慎的评论.尽管如此,又经过了八年的时间,爱因斯坦才终于接受膨胀宇宙的想法.

弗里德曼第一个认识到单靠广义相对论理论是不足以决定真实宇宙的几何、拓扑或者运动学的.选择其中的一种宇宙学解而不是其他的解必须根据于观测事实.

### 无限的世界

不过,弗里德曼主要顾虑还在于宇宙是否有限,宇宙有限的观念当时已根深蒂固.他坚持认为单从局域度规的特性无法解决问题.

弗里德曼发现了另外一个更令人惊叹的论据,以破除宇宙必然是有限的观念.他试图寻找广义相对论是否允许无限体积的超双曲面解的存在,这种解的空间曲率处处为负,由  $-6/r^2$  给出.在这样的空间中,每个点是一个鞍点.实际上,弗里德曼 1924 年的文章给出了肯定的答案:存在静态和非静态的解.

静态解像德西特的解一样,密度必须为零.非静态的解

有非零平均密度和负曲率,  $r(t)$  的演化与弗里德曼的正曲率解没有区别. 因此, 不能简单地通过测量密度  $\rho$  来确定宇宙的曲率.

爱因斯坦也没有注意弗里德曼 1924 年的论文. 1927 年见到勒梅特时, 他称膨胀宇宙的想法是“令人厌恶的”. 但是随着不断增加的证据, 特别是哈勃在 1929 年对遥远星系的观测, 以及爱丁顿在 1930 年证明爱因斯坦的解即使有宇宙学常数也是不稳定的之后, 他的看法才逐渐改变.

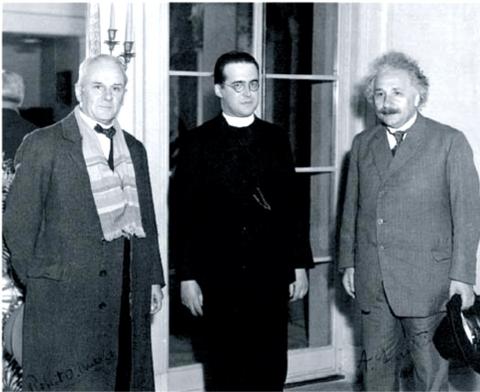


图2 罗伯特·密立根(加州理工学院的执行理事会主席)、乔治·勒梅特和阿尔伯特·爱因斯坦于 1933 年在加州理工学院. 勒梅特, 一名神甫, 是比利时鲁汶天主教大学的物理学教授

1931 年, 爱因斯坦认识到了弗里德曼的成果, 并且建议从广义相对论中删除自己的老冤家——宇宙学常数. 爱因斯坦和德西特很快写了一篇宣扬平直宇宙的文章, 这恰恰是弗里德曼图景的一种极限情况. 现代的观测还没有发现宇宙尺度上偏离欧几里德平直性的证据. 事实上, 这种平直性是今天被广泛接受的暴胀理论所偏爱的. 但是, 未来更精细的观测也有可能最终揭示弗里德曼所提出的正曲率或者负曲率.

### 勒梅特和哈勃

后人将“现代宇宙学之父”这一头衔主要赋予了勒梅特或者哈勃. 历史学家的争论主要集中在勒梅特 1927 年的文章, 在那篇文章中他引入了哈勃常数. 奇怪的是, 这部分内容在他 1931 年的英文版论文中被省略了. 尽管如此, 人们的共识是“哈勃”常数完全来自于勒梅特的想法.

勒梅特尽管不知道弗里德曼 1922 年和 1924 年的文章, 但他拥有哈勃在 1926 年观测的星系距离以及斯莱弗测量的 41 个旋涡星系光谱红移的数据.

将每个星系的视向速度和哈勃估计的距离  $d$  作图, 勒梅特假定它们相互成正比, 并得到了比例常数的最佳拟合值  $H$ . 他的主要贡献是将  $H$  和演化的非静态的宇宙半径  $r$  通过  $rH = dr/dt$  联系起来. 这当然是一个巨大的成就, 然而, 我认为不能因此就把他作为宇宙大爆炸之父.

事实上, 勒梅特在他 1927 年的文章中错过了大爆炸解. 他重新发现了弗里德曼的方程, 但是没有考虑到所有可能的解. 相反, 他仅仅考虑了上面讨论的  $C(x)$  有两个正根的极限情形. 他把那个根作为  $r_i$ , 即有一个有限的初始宇宙半径, 并要求  $\lambda$  取由宇宙总质量决定的临界值.

在爱因斯坦于 1927 年将弗里德曼的文章介绍给他以后, 勒梅特还有好几年继续坚持他的有限初始半径的极端情形. 直到 1931 年, 他才开始考虑大爆炸的图像.

### 证实和遗产

弗里德曼的三种情形中, 早期人们偏爱的是周期世界. 它允许宇宙多次诞生和死亡——让人想起希腊和亚洲的轮回哲学. 但到了 20 世纪 90 年代初, 宇宙学家一般认为宇宙是平坦的, 其膨胀速率逐渐降低并趋于零, 不存在宇宙学常数抵抗引力的作用. 因此, 1998 年发现的宇宙加速膨胀是令人惊奇的, 被认为值得在 2011 年获得诺贝尔物理学奖. 三位获奖者——珀尔马特、瑞斯和施密特领导的团队发现了宇宙的加速膨胀, 他们利用遥远的 Ia 型超星系作为标准烛光. 但是, 仅根据 1998 年的(超新星)结果还无法区分这是弗里德曼的哪一种情形.

判决性实验使用了弗里德曼存在拐点的宇宙半径  $r_i$  的形式. 在现代符号下, 它可写为

$$r_i = r_0 (\Omega_M / 2\Omega_\Lambda)^{1/3}, \quad (5)$$

其中  $\Omega_M$  和  $\Omega_\Lambda$  是当前宇宙中的平均能量密度, 分别对应物质和  $\lambda$ , 都用暴胀宇宙所要求的临界总能量密度进行了归一化. 根据近似的数值  $\Omega_M = 0.3$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$ ,  $t_0 = 140$  亿年, 这些数值是通过综合宇宙学数据得到的, 方程(5)说明从减速到加速的拐点发生在约 56 亿年以前. 直到 2004 年, 当瑞斯和他的同事通过测量宇宙减速时期的超高红移的超新星证实了弗里德曼第一种模型的预测时, 问题才得到了解决.

有一种倾向, 认为弗里德曼仅仅是一名数学家, 并不关心他自己发现的物理意义. 但是即便弗里德曼在气象学和空气动力学上取得的巨大成就也足以说明这样的观点不符合事实. 我认为, 他的过早逝世使得人们低估和误解了他对现代宇宙学的贡献.

显而易见, 弗里德曼在勾画大爆炸宇宙学轮廓的时候, 比他的先辈们或者早期的继任者, 例如勒梅特走的更远. 他喜欢引用但丁的名言“我正在进入的海洋从未有人渡过”. 他是正确地将广义相对论应用于宇宙学, 引入膨胀宇宙可能诞生于一个奇点思想的第一人. 而且, 他最先认识到广义相对论中存在一系列的宇宙学度规, 并提醒物理学家, 宇宙可能是负曲率并且无限大的.

然而, 20 世纪 30 年代以后, 大爆炸理论几乎完全被归功于勒梅特. 最终, 人们听到了俄国物理学家们为维护弗里德曼所取得成就的呼声. 雅科夫·泽尔多维奇写道: “弗里德曼在 1922—1924 年发表了他的文章, 那是一个非常艰难的时期. 在载有弗里德曼 1922 年文章的同一期刊物中, 就有请德国科学家们捐献科学文献给他们的苏联同行们的呼吁, 后者由于革命和战争无法得到这些文献. 在这种艰苦条件下, 弗里德曼的发现不仅是一个科学成果, 更是人类的壮举!”

(中国科学院国家天文台 王有刚、陈学雷、邹振隆 编译  
自 Ari Belenkiy. *Physics Today*, 2012, (10): 38, 原文详见  
<http://ptonline.aip.org>)