

晶体 X 射线衍射的发现及其深远影响

麦振洪[†]

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

摘要 1912 年 4 月, 弗里德里希、克里平和劳厄成功地观察到 X 射线透过硫酸铜晶体后的衍射斑点! 随后劳厄推导出描述晶体衍射的著名劳厄方程. 由于晶体 X 射线衍射的发现, 劳厄于 1914 年荣获诺贝尔物理学奖. 1912 年 10 月, W. L. 布拉格通过 X 射线透射 ZnS 晶体实验, 推导出了著名的布拉格方程. 1915 年布拉格父子荣获诺贝尔物理学奖. 晶体 X 射线衍射的发现对自然科学的影响是深远的. 2012 年是劳厄发现晶体 X 射线衍射 100 年, 文章回忆了这段光辉的历史及其对科学技术所产生的深远影响, 以怀念科学先驱们对科学技术的贡献, 弘扬他们对科学研究的认真严谨的科学态度、勇于创新的科学精神和谦逊无私的品德.

关键词 劳厄, X 射线, 晶体衍射

The discovery of X-ray diffraction by crystals and its great impact on science

MAI Zhen-Hong[†]

(Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract In April 1912, Friedrich, Knipping and Laue discovered X-ray diffraction in a CuSO_4 crystal. Later, Laue derived the famous Laue equations which explain the diffraction phenomenon. For this, Laue was awarded a Nobel Prize for Physics in 1914. In 1912 W. H. Bragg and W. L. Bragg received news of Laue's discovery, and from X-ray diffraction experiments in a ZnS crystal they derived the famous Bragg equation. For this work, father and son were together awarded the Nobel Prize for Physics in 1915. To commemorate the 100th anniversary of the discovery of X-ray diffraction, this article reviews the important contributions of the early pioneers and their historic impact on science and technology worldwide.

Keywords Laue, X-ray, diffraction by crystals

2012 年和 2013 年分别是劳厄(Max von Laue)发现 X 射线晶体衍射和布拉格(W. L. Bragg)建立布拉格方程 100 周年. 劳厄和布拉格的发现是 20 世纪物理学意义深远的大事.

1895 年 11 月 8 日, 伦琴(W. K. Röntgen)发现 X 射线, X 射线的发现标志着现代物理学的诞生, 推动了现代化学和现代生物学的创立和发展, 对物理学以至整个科学技术领域产生了极为深刻的影响, 为物理学、化学、生物学和医学等相关科学造就了数十名诺贝尔奖获得者, 为科学事业的发展做出了不可磨灭的贡献. 为此, 1901 年伦琴荣获首届诺贝尔

物理学奖的殊荣.

但是, 关于 X 射线的本质, 当时是不清楚的^[1], 一种观点认为是穿透性很强的中性微粒(粒子学说), 另一种观点认为是波长较短的电磁波(波动学说). 伦琴在著名的第一篇通讯中写道: “我已经按很多方法检测 X 射线的干涉现象, 但不幸的是, 没有成功, 也许仅仅是由于它们的微弱强度.”^[2] 当时德国的毕尔脱(B. Walter)与波尔(R. Pohl)获得了

2012-08-29 收到

[†] Email: zhmai@aphy. iphy. cn

X 射线通过楔形光阑时的照片,美国巴克拉关于 X 射线偏振的研究,都有利于波动学说。

1 劳厄与慕尼黑大学



图 1 马克斯·冯·劳厄

马克斯·冯·劳厄(Max von Laue),德国物理学家(见图 1),1879 年 10 月 5 日生于柯布伦茨附近的普法芬多夫,1960 年 4 月 23 日在柏林逝世。

劳厄在青少年时期就显示出对自然科学的浓厚兴趣,在斯特拉斯堡中学时,一位数学教师把亥姆霍兹的通俗科学讲演集介绍给他,于是,他和两位同学在一位热心的教师家里做当时刚被伦琴发现的 X 射线实验。劳厄先后就读于斯特拉斯堡、格丁根、慕尼黑和柏林几所大学,听过 D. 希耳伯特和 M. 普朗克等大师的课。1904 年他在普朗克指导下做博士论文,题目是《平行平面上的干涉现象的理论》^[3],随后留校当普朗克的助教。1909 年到慕尼黑大学任教,作为索末菲手下的一个讲师。当时慕尼黑大学是德国的文化中心之一,群贤毕至。在那里任教的有世界知名的矿物学和晶体学家格罗特(P. Groth)教授,实验物理学家伦琴教授和理论物理学家索末菲(A. Sommerfeld)教授。伦琴在 1900 年来到慕尼黑大学,领导实验物理的一个庞大研究室,弗里德里希(Walther Friedrich)和克里平(Paul Knipping)都在他的指导下从事 X 射线本质研究的博士论文工作,伦琴自己则集中精力研究方解石晶体经 X 射线辐照后的电导率,大部分工作是约飞(A. Joffe)跟他做。格罗特(P. Groth)主持矿物学研究室,他创立了世界上第一种《晶体学和矿物学》杂志,从 1877 年开始直到 1929 年为止,格罗特主编这本杂志 44 年,完成了 55 卷。他还编著《化学晶体学》一书(该书共 5 卷,4208 页,3342 张图,涉及近万种矿物),可以说集当时矿物学之大成。索末菲的理论物理研究室小而精,除了德拜和劳厄外,弗里德里希在伦琴那里取得博士学位后,于 1911 年末加入,配合索末菲的理论研究,开展 X 射线方面的实验工作。这就是劳厄当时在慕尼黑所处的良好的科研环境。

应索末菲之邀,劳厄为“数理百科全书”第五卷

撰写“波动光学”专论,为此,劳厄研究晶格理论。波动光学是 19 世纪物理学的重要成就之一,干涉和衍射是波动的两个主要特征,他将一维光栅的衍射理论推广到二维光栅。当时晶体的点阵结构还是一种假设,他坚决站在原子论一边,反对某些哲学家怀疑原子存在的观点。劳厄不止一次地提到:如果不确信原子的存在,他永远也不会想到利用 X 射线透射的方法来进行实验。

2 与埃瓦尔德的一次谈话



图 2 P. P. 埃瓦尔德

劳厄的发现,除了他本人具备坚实的物理基础,敏锐的洞察能力以及当时劳厄所在的慕尼黑大学高水平的学术环境等因素外,还直接得益于与埃瓦尔德(P. P. Ewald)的一次谈话。

埃瓦尔德(P. P. Ewald,见图 2),1888 年 1 月 23 日生于德国柏林,卒于 1985 年 8 月 22 日美国纽约。当时,埃瓦尔德是索末菲的学生,1910 年确定论文题目为《各向同性谐振子在各向异性介质中的光学性质》^[4],企图从微观上解释晶体为什么会发生双折射。当时量子力学尚未问世,他将普朗克(Max Planck)和洛伦兹(H. A. Lorentz)的经典色散理论推广到各向异性的周期结构中,考虑电磁波与倒空间点阵排列的谐振子之间相互作用和传播,这在数学上和物理上难度很大。1912 年 1 月,埃瓦尔德的论文大体就绪,但有些结果把握不大,他去请教当时在光学理论声誉很高的劳厄。在与埃瓦尔德讨论中,当埃瓦尔德谈及他的理论和通常色散理论的差异在于谐振子是排列成有规律的点阵时,劳厄追问,有何根据?埃瓦尔德回答,晶体被认为具有这种内部的规律性。劳厄再问谐振子的间距有多大,埃瓦尔德说比可见光波长小得多,也许只有五百分之一至一千分之一,确切值不知道。劳厄反复提出原来的问题,并问,假如有波长很短的光通过晶体,将有什么结果?埃瓦尔德说:“论文中第六段的公式 7 给出各个谐振子发生的波的叠加,在推导过程没有简化或近似处理,因此,对波长短的情况也适用。只要对此特殊情况进行讨论就行了。我把这个公式抄给你,你可研究这个问题。”谈话后埃瓦尔德忙于

交论文,准备答辩^[5]。

1912年,埃瓦尔德得知劳厄X射线衍射实验后,重新审阅他给劳厄的公式,发现只要用 $1/a$, $1/b$, $1/c$ 作一种格子的平移周期(倒格子),再做一个与入射X射线波长有关的球(反射球),就可解释衍射的几何关系^[6]。1992年国际晶体学会非周期晶体学术委员会建议晶体的定义:“能给出明确衍射图的固体”。这就是说,用倒空间的衍射,而不用正空间中的结构确定晶体的定义。当然,1849年布拉维在提出了14种空间格子时,已讨论过倒易空间概念。不过埃瓦尔德再发现,功不可没。

第一次世界大战爆发后,埃瓦尔德投笔从戎,当问及他的专业时,回答是X射线衍射理论,于是就被分配到东线的野战医院冲洗X射线透视底片。1916年东线无大战事,闲极无事,在野战医院他重操旧业,完成了X射线衍射动力学理论,于1916—1917年发表。第二次世界大战后,他积极倡议建立国际晶体学会,主编 *Acta Crystallographica*, 为晶体学的发展做了很大的贡献。1985年埃瓦尔德去世后,设立了埃瓦尔德奖,奖励在X射线衍射动力学理论作出重要贡献的科学家。

3 晶体X射线衍射的发现

通过与埃瓦尔德讨论,劳厄酝酿一个实验:把晶体当作一个三维光栅,让一束X射线穿过,由于空间光栅的间距与X射线波长的估计值在数量级上近似,可期望观察到衍射谱。劳厄这个想法,受到索末菲和维恩(W. Wien)等著名物理学家的怀疑,他们认为晶体中原子的热骚动将会破坏晶格的规律性,导致破坏任何衍射现象。伦琴自发现X射线名扬四海后显得小心谨慎。但是,劳厄的想法得到索末菲的助手弗里德里希(W. Friedrich)和伦琴的博士研究生克里平(P. Knipping)的支持和参与,图3是他们的实验装置示意图。1912年4月中,他们第一次实验时是把底片放置在硫酸铜晶体和X射线管之间,曝光数小时后无结果。第二次实验时,他们把底片放在晶体后面,类似透射光栅,终于在底片上观察到在透射斑点附近有一些粗大的、椭圆形的斑点(见图4)。实验成功了!小人物胜过大教授!劳厄意识到这个发现的重要性,决定三人签名写一份材料,并与底片一起密封起来,现存于慕尼黑市的德意志博物馆。

“从1912年4月21日起,签字人(Friedrich, Knipping, Laue)曾从事X射线穿透晶体实验,指导



图3 弗里德里希和克里平实验装置示意图



图4 第一张硫酸铜晶体X射线衍射斑点图

思想是晶体的晶格会产生干涉,因为晶格常量大约是猜测的X射线波长的10倍。存档的53号及54号底片为证。(以下为实验条件,作者略)^[7](见图5)索末菲知道后,也意识到这个发现的重大意义,于1912年5月4日将上述材料密封上报巴伐利亚科学院,以确保他们发现X射线晶体衍射的优先权。

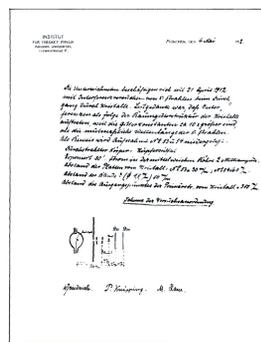


图5 劳厄等3人签名的实验存档材料

随后劳厄把二维光栅衍射理论推广到三维光栅情况,得到了描述晶体衍射的劳厄方程:

$$\begin{aligned} a(\cos\alpha_0 - \cos\alpha) &= h\lambda \\ b(\cos\beta_0 - \cos\beta) &= k\lambda \\ c(\cos\gamma_0 - \cos\gamma) &= l\lambda \end{aligned}$$

正当劳厄对其实验进行理论推导时,索末菲出资买闪锌矿晶体和测角头,弗里德里希等进一步改进了实验装置,数周后,获得 ZnS, PbS, NaCl 等晶体的 X 射线衍射清晰四重对称衍射图. 25 年后,普朗克在柏林的一次物理学会上的讲演中曾讲到这件事:“那是 1912 年 6 月 14 日,就在这里,我清楚地记得当劳厄先生简单地介绍了他的理论后,给我们看了他的第一批照片(注:CuSO₄ 晶体 X 射线衍射斑点,图 4)……,听众并未完全信服,似乎仍有所期待……,但是当看到 ZnS 典型劳厄图后(见图 6),……,每个听众都认识到一件伟大的事发生了……”^[8].

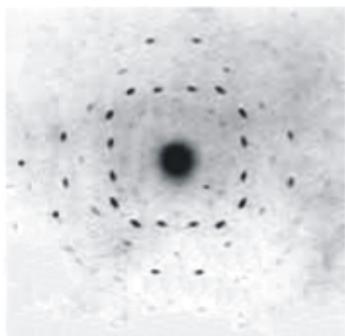


图 6 ZnS 晶体 X 射线衍射斑点

1912 年 6 月 8 日和 7 月 6 日他们合写的论文《X 射线的干涉现象——理论部分(Laue); 实验部分(Friedrich, Knipping)》在巴伐利亚科学院会议上宣读. 同年在该院院刊发表^[9]. 后来,劳厄选了 5 个波长标定了 ZnS 四重对称衍射斑点,这是把 X 射线衍射与晶体结构定量地联系的一个重要进展. 一年后,小布拉格(W. L. Bragg)指出其结果不正确.

X 射线晶体衍射的发现解决了当时科学上两大难题,证实:晶体的点阵结构具有周期性以及 X 射线具有波动性,其波长与晶体点阵结构周期同一数量级. 真可谓一箭双雕. 爱因斯坦(A. Einstein)称劳厄的实验是“物理学最完美的实验”. 由于 X 射线晶体衍射的发现,劳厄于 1914 年荣获诺贝尔物理学奖.

4 布拉格方程的创立

劳厄等人的 ZnS 晶体 X 射线衍射照片发表后不到一个月就传到英国,引起布拉格父子(W. H. Bragg, W. L. Bragg, 见图 7)的极大关注. 当时,老布拉格是利兹大学物理系教授,是一个坚信 X 射线粒子学说的物理学家. 小布拉格刚毕业于剑桥大学,是卡文迪什实验室的研究生.

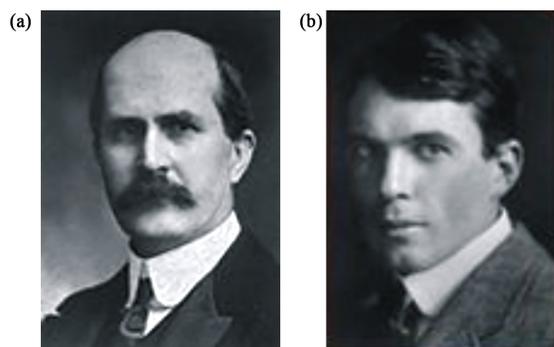


图 7 (a) W. H. 布拉格; (b) W. L. 布拉格

1912 年暑假,父子俩经常讨论劳厄的实验,老布拉格试图用粒子学说解释劳厄等人的实验结果. 小布拉格暑假结束回到剑桥后就开始做 X 射线透射 ZnS 晶体的实验,发现底片与晶体的距离增大时,衍射斑点变小. 超凡的科学分析能力使他判定这可能是晶面反射的聚焦结果,晶体中整齐排列的相互平行的原子面可以看成是衍射光栅,劳厄等人的衍射斑点是这种光栅反射 X 射线的结果. 同年 10 月就推导出著名的布拉格方程:

$$2d\sin\theta = n\lambda$$

小布拉格从剑桥大学化学系教授 Pole 及 Barlow (独立地推导出 230 个空间群的三个学者之一)那里学到闪锌矿 ZnS 晶体具有面心立方密堆排列结构,从而成功地用连续 X 射线谱(白光)及布拉格方程标定劳厄等的四重对称衍射图中所有斑点所属的晶带的指数,每一个晶带的众多晶面的衍射斑点都落在一个椭圆上,成功地对连续 X 射线谱的 ZnS 晶体衍射斑点进行标定. 我们知道,对于面心立方晶体,晶面指数 h, k, l 为全奇或全偶时衍射才出现,如 111, 200, 220, 222, 311 等,而对奇偶混合的晶面衍射即消光. 劳厄当时认为立方 ZnS 晶体具有简单立方晶格,用白光不能解释为什么会有那么多衍射不出现,只好假设只有 5 种波长,这显然是不正确的. 小布拉格将他的标定结果告诉了他父亲,但是老布拉格还是将信将疑,不肯放弃他一直坚持的粒子学说,认为这可能是 X 射线中伴随有电磁波引起的. 为了照顾父亲的意见,小布拉格关于 X 射线衍射的第一篇文章取题为“*The Diffraction of short Electromagnetic Waves by a Crystal*”^[10] (《晶体短电磁波衍射》),于 1912 年 11 月 11 日在剑桥哲学学会会刊刊登. 当威耳逊(C. T. R. Wilson, 因发明云雾室而获得诺贝尔物理学奖)得知上述结果后,建议小布拉格用解理的云母片做反射实验,因为云母片的解理面一定是原子密排面. 实验只在一些特定的较窄的角度范围内

才得到明锐的反射,当晶体绕垂直方向转动时,这个强反射也随之转动,有如镜面反射一样.实验结果增强了小布拉格的信心,断然否定了老布拉格的粒子学说.他给 *Science Progress* 刊物投去第二篇论文“X-ray and Crystal”,于1913年1月刊出.该文的摘要“Reflection of X-ray”^[11]于1912年12月12日在 *Nature* 上刊出.小布拉格本想凭借这两篇论文确定他在发明反射方程方面的优先权,并要求老布拉格等他的文章发表后再向外界透露有关内容.但是老布拉格对小布拉格的结果兴奋至极,不顾小布拉格的忠告,将这些结果写了两篇短文,分别于1912年10月24日及11月28日在 *Nature* 上刊出.在后一篇论文中写道:“现在的问题不是在X射线的粒子和波动两种理论中确定哪一种,而是要找到一种包含两者的理论.”^[12]不久,微观粒子二象性的建立证实了老布拉格的非凡远见.

布拉格方程反映了X射线波长与晶面间距之间的关系,既可测定X射线波长,又可作为测定晶体结构的工具.

从1913年起,两年内小布拉格测定了氯化钠、金刚石、硫化锌、黄铁矿、萤石和方解石的晶体结构.老布拉格承认X射线在晶体中衍射后,设计并制造了一台X射线分光计,不但开拓了X射线衍射学的研究,还发现了一些金属元素的L特征射线及吸收边.

布拉格方程的创立,标志着X射线晶体学理论及其分析方程的确立,揭开了晶体结构分析的序幕,同时为X射线光谱学奠定了基础.1915年布拉格父子荣获诺贝尔物理学奖.

布拉格父子荣获诺贝尔物理学奖是当之无愧的,但也是这个大奖使他们父子关系紧张.小布拉格由于没有明确的文字记载证实是他而不是父子合作建立布拉格方程而苦恼终生.虽然小布拉格第一篇论文投出在先,但刊出(11月11日)在老布拉格第一篇(10月24日)之后,而且其论文刊登的杂志的影响度远不如 *Nature*.因此,给人的印象是父子俩亲密合作的结果.另外,一个是功名成就的著名物理学家,另一个是初生牛犊的研究生,尽管老布拉格在国内外学术会议上一再说是儿子的功劳,索末菲、居里、劳厄、爱因斯坦、洛伦兹、卢瑟福等名人为此向小布拉格发了贺卡^[12],但大家还是认为老布拉格谦虚宽容,爱子心切.小布拉格多次不无埋怨情绪地说:“我父亲在英国的 Solvey 会议中,在横穿英国各地的讲演中,在美国,宣讲新的研究结果,而我则呆在家中.尽管我父亲充分肯定我的贡献,我还是有些烦

恼”.这说明小布拉格在争取确立他的优先权.小布拉格一直为文章的优先权而痛苦,直到临终前给他的挚友佩鲁茨(M. F. Perutz)的信中写道:“我希望你的儿子在许多方面做得比你好,这才是父子关系的最好基础.”仍然体现了这种痛苦心情.

5 晶体 X 射线衍射发现的深远影响

5.1 对中国的影响

1911年,中国爆发辛亥革命,政局不稳,经济没有复苏.1912年劳厄发现晶体X射线衍射,显然在那个年代不会对中国的科学产生什么影响.但是,我国前辈物理学家胡刚复、叶企孙和吴有训先生分别于1918年、1924年和1926年从美国学成回国,他们在美国都做过X射线有关的研究,都很熟悉劳厄和布拉格父子的作品.我国第一代X射线晶体学家余瑞璜先生和陆学善先生以及卢嘉锡先生都是他们的弟子,对中国的X射线晶体学做出了奠基性的贡献.唐有祺先生在美国加州理工学院泡令(Pauling)教授研究组主攻化学键本质和X射线晶体学时,就了解了劳厄和布拉格的贡献.1950年,时任德国马普物理化学研究所所长劳厄访问加州理工学院,泡令教授向劳厄介绍了唐有祺.1951年,唐有祺先生回国途中经过英国,到剑桥大学拜访了小布拉格.随后,参加了在瑞典斯德哥尔摩举行的国际晶体学联合会第二届大会,劳厄和布拉格都出席了这次大会.

5.2 对自然科学的影响

晶体X射线衍射的发现直接诞生了两门崭新的科学:X射线晶体学和X射线波谱学.使物理学中关于物质结构的认识从宏观进入微观,从经典过渡到现代,发生了质的飞跃.晶体X射线衍射发现以前,晶体学的研究停留在晶体形态学的宏观层次.晶体学家利用测角术对单晶体所呈现的规则晶面之间的几何关系进行测定,得到单晶体遵循面角恒等定律和有理指数定律.直到19世纪,晶体学对称性理论的建立和发展也是以晶体形态学测量数据为依据,但无法解释少数不满足有理指数定律的晶体,如调制结构晶体.只有晶体X射线衍射发现以后,晶体结构的研究才进入原子排列的层次,不仅可以解释晶体形态学无法解释的现象,还扩大了研究对象,开辟了新的研究领域.

蛋白质结构的测定从细胞水平向分子水平过渡,使生物学研究出现突破.蛋白质的分子非常复杂,对其结构的测定,曾被认为是非常困难的问题.

经过二十多年众多科学家的努力,终于在 1959 年测定出肌红蛋白和血红蛋白的晶体结构,作为这项研究的代表人物,肯德鲁(J. C. Kendrew)和佩鲁茨荣获 1962 年诺贝尔化学奖. 到目前,已有数百种蛋白质结构被测定,产生了近 10 位诺贝尔奖获得者. 随着人类基因组图的完成,“结构基因组学”将目标锁定在蛋白质三维结构及其功能的研究,将对人类健康和制药工业产生巨大影响.

脱氧核糖核酸(DNA)作为一种生物分子,是重要的生命基础物质. 长期以来,DNA 被认为是较小的分子,不可能携带遗传信息. 生物大分子晶体结构的测定促进了 DNA 晶体结构的解释. 1953 年 3 月,沃森(J. Watson)、克里克(F. H. C. Crick)和威尔金斯(M. Wilkins)根据 DNA 晶体的 X 射线衍射谱,发现 DNA 分子的双螺旋结构. 为此,他们荣获 1962 年诺贝尔生理学及医学奖. 随后不久,霍利(R. W. Holley)、科勒啦(H. G. Khorana)和尼伦博格(M. W. Nirenberg)根据 DNA 双螺旋结构,破译了其上的遗传密码. 为此,他们荣获 1968 年诺贝尔生理学及医学奖. DNA 结构的发现和遗传密码的破译,标志着分子生物学的诞生,是人类揭开生命之谜的一个里程碑.

1913 年 NaCl 结构的测定,使化学家明白,这些简单无机化合物不存在分离的分子集团,而是由阴离子和阳离子排列成规则的空间点阵构成. 基于这种概念,1927 年戈尔德施密特(V. M. Goldschmidt)提出晶体化学定律;随后泡令测定一系列氨基酸和肽的晶体结构,总结形成多肽链构型的基本原则,提出离子晶体结构的 5 个规则,为此荣获 1954 年诺贝尔化学奖. 霍奇金(Hodgkin)测定了生化物质晶体结构 B12,荣获 1964 年诺贝尔化学奖. 20 世纪 50 年代,利普斯科姆(W. N. Lipscomb)利用晶体 X 射线衍射分析,阐明了硼烷分子结构,并发展了这类化合物的化学键新理论. 因此,他荣获 1976 年诺贝尔化学奖. 先后有 13 位结构化学领域科学家荣获诺贝尔奖,X 射线衍射结构分析已成为结构化学的重要分析手段.

由于老布拉格在测定 X 射线光谱的前驱性工作,巴克拉(C. G. Barkla)发现了 X 射线散射过程中产生次级辐射,建立了元素的特征 X 射线,为此荣获了 1917 年诺贝尔物理学奖. 西格班(K. Siegbahn)发现一系列的元素特征 X 射线,确定了各元素的

X 射线谱,把 X 射线和元素结构紧密联系在一起,写成“X 射线光谱学”一书,开创了 X 射线光谱学及元素的 X 射线分析新领域. 为此,他荣获 1924 年诺贝尔物理学奖. 目前,X 射线波谱学已成为材料科学的重要分析手段.

晶体 X 射线衍射的发现对自然科学的影响是深远的,它给我们提供了原子、分子在晶体中的微观排列图像,而 X 射线光谱学的发展,使我们认识原子结构的规律性,为原子结构理论提供直接的实验佐证,也使辨别物质的元素成为可能. 这使物理学的研究从宏观进入微观,从经典过渡到现代,开拓了现代化学和现代生物学和医学,使科学技术产生划时代的进展.

为了纪念晶体 X 射线衍射发现 100 周年,特撰写了本文,目的是向广大读者介绍这段历史,学习他们认真严谨的科学态度,勇于创新的科学精神和谦逊无私的品德.

致谢 感谢前辈 **陆学善** 先生、**郭可信** 先生和唐有祺先生以及同仁有益的交谈并提供相关资料,感谢江向峰提供若干照片.

参考文献

- [1] 诺贝尔奖基金会编,宋玉升等译. 诺贝尔奖获得者讲演集物理学(第一卷). 北京:科学出版社,1985. 305—318
- [2] Waston E C. Am. J. Phys., 1945, 13(5): 281
- [3] Gillispie C C. Dictionary of Scientific Biography (Vol. 8). New York: Charles Scribners Sons, 1975. 50—53
- [4] Ewald P P. Mathematics Genealogy Project. Ewald's 1912 dissertation title: Dispersion und Doppelbrechung von Elektronengittern
- [5] Ewald P P. Fifty Years of X-ray Diffraction. Utrecht: N. V. A. Oosthoek's UITGEVERSMMAATSCHAPPIJ, 1962. 278—307, 31—56
- [6] Ewald P P. Phys. Zcher., 1913, 14: 465
- [7] Fonnar P. Arch. Hist. Exact. Scie., 1969, 6: 38
- [8] Hilderbrandt G C. Res. Technol., 1993, 28: 747
- [9] Friedrich W, Knipping, von Laue M. Sitzungber. Beyer Akad. Wiss. 1912, 303. English translation in: Ed. Glusker J P. Structure Crystallography in Chemistry and Biogy. Hutchison Ross Pub. (Academic Press), 1981. 23
- [10] Bragg W L. Proc. Cambridge Philosophical Soc., 1912, 17: 43
- [11] Bragg W L. Nature(London), 1912, 90: 410
- [12] Caroe G M. Bragg W H, 1862—1941. Cambridge: Cambridge University Press, 1978. 中译本见: G. M. 卡洛埃著, 赵万里译. 威廉·亨利·布拉格传. 南昌: 江西教育出版社, 1999