

惠更斯钟摆同步之谜

(陕西师范大学 于一真、王新刚 编译自 Jonatan Pena Ramirez, Henk Nijmeijer.
Physics World, 2020, (1): 36)

350多年前惠更斯发现悬于同一木梁上的两个木摆能够以相同的频率摆动，且二者的相位总是相反。惠更斯可能不会想到他在病榻上的这一偶然发现会在三百多年后引起学术界的一场“轩然大波”，并对多个学科的发展产生深远的影响。时至今日，虽然人们对自然界中的各类同步现象及其机制进行了系统的研究，但对于350年前惠更斯的发现仍然“疑云重重”。

简而言之，同步指的是多个动力学个体行为上的一致性。自然世界中同步的例子比比皆是，如芭蕾舞演员随着音乐节奏翩翩起舞，花样游泳和双人跳水中运动员之间的动作配合，交响乐团中各种乐器的协奏，鱼群和雁群的整体运动，大群萤火虫一起闪烁，心脏起搏器中大量神经元的同步放电等。毫不夸张地说，同步存在于自然界的每一个角落。

对物理学家而言，更感兴趣的则是非生命系统中的同步现象。大到宇宙中天体的运行，小到量子世界中的玻色-爱因斯坦凝聚，无不展现着同步的神奇与奇妙。但不要以为只有“高大上”的物理系统中才会出现同步，利用生活中的一些简单的“道具”也可以实现同步。例如，将音乐课上使用的两个节拍器放在一个轻纸板上，然后在纸板的下面垫两个空的易拉罐，你会发现过一段时间后两个节拍器的节奏变得完全一致。并且，通过改变节拍器摆锤的初始位置，两个节拍器同步后可能是相位相同，也可能是相位相反。实验看似简单，但人们为弄清其背后的物理机制却“大费

周章”，甚至时至今日仍然存在疑惑：两个没有生命的机械摆为什么会同步，又是如何同步的呢？

缘起

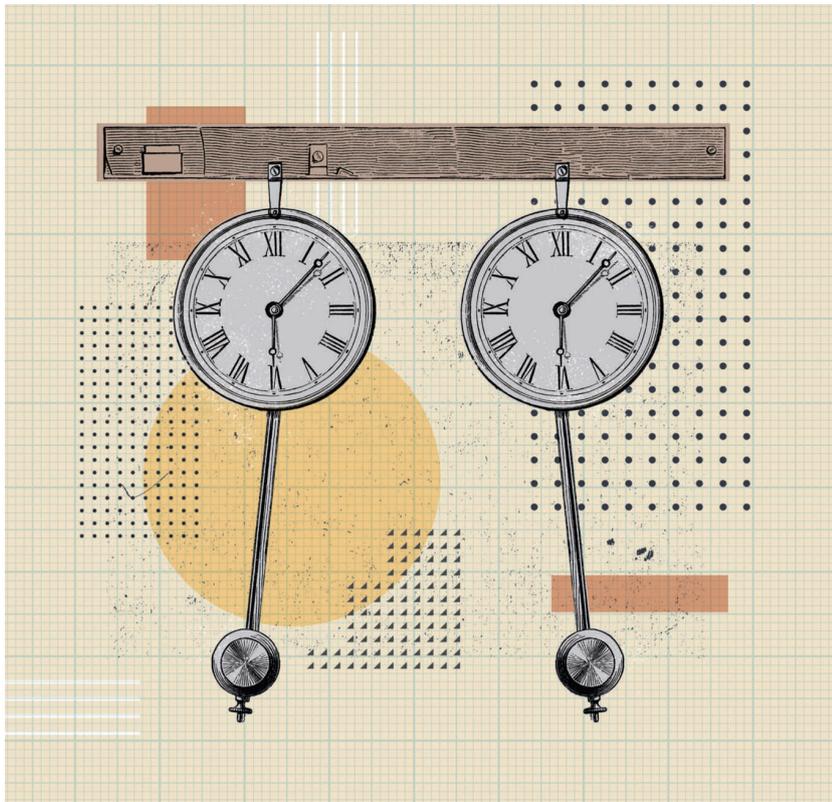
故事要从1664年荷兰科学家克里斯蒂安·惠更斯(Christiaan Huygens)和亚历山大·布鲁斯(Alexander Bruce，英国皇家学会创始人之一)的一次航海试验说起。当时欧洲各国都热衷于远航探险，但如何对船只位置进行准确定位却一直困扰着航海家们。17世纪中叶，人们已经掌握了如何利用太阳和海平面之间的夹角来确定船只的纬度(六分仪工作原理)，但仍然缺乏有效的方法对经度进行测量。经度测量的难点在于当时找不到一个计时准确的时钟。如果有准确的时钟，那么就可以根据出发地和当地之间的时间差来确定船只的经度(1小时的时差大约对应于经度 15° 的变化)。因而，在惠更斯发明了机械钟后，他和合作者布鲁斯马上联系了英国海军上将罗伯特·霍姆斯(Robert Holmes)，希望能够在航行中试验一下。保险起见，他们在船上放了两个时钟，以防止某个时钟因为颠簸而停摆。

试验获得了巨大成功。船只离开非洲几内亚海岸的几天后发生了断水危机，根据惠更斯设计的机械钟和提出的测量方法，霍姆斯准确判断出船只距离大西洋中部的佛得角群岛大约有30海里。根据这一重要信息，船只一天后顺利抵达佛得角群岛。

受试验结果鼓舞，惠更斯对如何利用机械钟进行航海定位进行了系统的分析，不仅写了详细的使用说明，还计划成立一个公司将其产业化。但惠更斯很快认识到一个问题：实际中不可能造出两个一模一样的时钟。受制造工艺的限制，两个时钟之间总会存在时差。如果两个时钟时差4分钟，则在计算经度时将会造成大约 1° 的偏差，而这对于长时间海上航行或者暗礁的位置判断来讲足以造成严重后果。因此，惠更斯不得不放弃他的“商业计划”。

第一个同步实验

虽然“商业计划”没能成功，但惠更斯却在研究过程中获得一个意外发现。1665年初的一个下午，惠更斯因身体不适在家中休息，同时想着另一个航海中可能遇到的问题：如何保证两个时钟的时间相



同,从而使得在一个时钟停摆后可以根据另一个正常工作的时钟来重新设置时间。惠更斯决定做个演示实验。他从床上爬起来,从书桌旁搬来两把老旧的靠背椅,在两个椅背上架了一根木棍,然后在棍子上挂了两个沉重的木摆。惠更斯以此来模拟航行过程中悬挂于船舱上的两个时钟的摆动。

惠更斯惊讶地发现,无论两个木摆的初始位置如何,过了大约30分钟后,两个木摆总是会以相同的频率摆动,且二者的相位总是处于相反的位置,即反相同步。他将这一发现写信告诉了比利时数学家司罗斯(René-François de Sluse),并在信中将这一现象称为“两个钟摆之间的感情”(“The sympathy of two clocks”)。

由于当时微积分尚未提出,惠更斯未能从数学上对该现象给予理论解释。但是他在其后期著作《钟

摆论》中对同步现象的物理机制进行了详细阐述:同步的原因在于两个钟摆通过木梁的晃动进行能量交换,从而实现相互作用;当二者达到反相同步时,其作用于木梁上的合力为零,整个系统则处于一个平衡态。

早期钟摆同步研究

史料记载,惠更斯曾将观察到的同步现象写信给英国皇家学会,但并没有引起当时人们的关注。这也解释了为什么英国著名钟表制造者约翰·埃里克特(John Ellicott)在1740年向英国皇家学会报告他的新发现时是那么的兴奋。与惠更斯的实验稍微不同,埃里克特将两个摆钟并排放桌子上,发现大约两小时后一个摆钟停止不动,而另一个则继续摆动。与惠更斯的理解相同,埃里克特也认为是摇晃的桌子让两个摆钟发生相互作用。

大约又过了100年后,英国天

文和气象学家威廉·埃利斯(William Ellis)更为系统地研究了钟摆同步问题,并得到跟惠更斯类似的实验结果。1873年,埃利斯就职于格林威治天文台,工作之余他做了一个简单的实验:将两个摆钟挂在一个木架上观察其长期行为。埃利斯惊奇的发现两个钟摆在接下来的9天时间里,总是保持频率相同且相位相反的运动。这一发现与惠更斯的反相同步结果完全相同。不过埃利斯显然没有注意到惠更斯早期写给英国皇家学会的那封信,不然也就不会将其结果发表于皇家天文学会月刊上。巧合的是,跟惠更斯一样,埃利斯也用了“感情”(sympathy)一词来描述两个钟摆之间的同步现象。

实验之外,人们也在理论上对钟摆同步问题进行了一些研究。1906年,荷兰数学家科特韦格(Diederik Korteweg)根据惠更斯的实验提出了一个三自由度的数学模型,并从摩擦力和能量耗散的角度对同步的机制进行了系统的分析。1980年,前苏联米哈诺布尔学院(现圣彼得堡学院)研究员布列克海曼(Iliya Izrailevich Blekman)将两个摆钟挂在墙上,再现了惠更斯当年的实验结果,并对科特韦格的模型进行了适当改进(考虑了能量驱动项)。值得一提的是,布列克海曼在实验中不仅发现了反相同步,还发现通过改变摆钟的初始状态也可以产生同相同步。

近期钟摆同步研究

得益于非线性和复杂系统研究的兴起,自上世纪70年代开始同步问题再次进入人们的视野,并逐渐成为非线性动力学研究领域的核心问题之一。虽然目前同步问题已经广为人知并被应用于不同的研究领

域,但人们对于惠更斯当年的实验(目前文献记载中最早观测到的同步现象)仍然未能完全理解:同步的必要条件是什么?是不是任意两个钟摆最终都会同步?初始状态对同步有没有影响?多个摆钟是否可以达到同步?围绕这些问题,人们在新世纪里对惠更斯钟摆同步实验进行了一系列新的研究。

2002年,佐治亚理工大学的库尔特·维森菲尔德(Kurt Wiesenfeld)教授及其合作者对惠更斯当年的实验结果进行了系统的调研,决定通过在一根木梁上悬挂两个节拍器来重复惠更斯当年的实验。他们在研究中重点分析了2个参数对同步的影响:摆锤的重量和钟摆之间的频率失配。钟摆的重量越大,两者之间的相互作用越强,反之则越弱。研究发现,只有当两个钟摆的重量较轻时才能够达到反相同步,当重量超过一定阈值后一个摆钟最后会停止摆动。同时他们也发现只有当两个摆钟的频率相差很小(<0.001 Hz)时才可能出现反相同步。考虑到惠更斯年代还不能造出如此精确的时钟,维森菲尔德因此推断惠更斯的发现有一定的运气成分。

几个月后,阿拉斯加大学的吉姆·潘塔列奥尼(Jim Pantaleone)教授设计了一个更为简单的同步演示实验。实验中,他将两个节拍器放在一个轻木板上,然后用两个空易拉罐将木板支撑在桌子上。潘塔列奥尼发现两个节拍器总是达到同相同

步,而非惠更斯发现的反相同步。但潘塔列奥尼同时也发现,如果在桌子上撒一些水,从而增加桌面和易拉罐之间的摩擦,就可以比较容易观测到反相同步。

2006年,荷兰埃因霍芬理工大学的汉克·尼梅杰教授(Henk Nijmeijer)及其合作者借鉴维森菲尔德的实验方法,研究了两个固定在金属横梁上节拍器的同步。他们发现当横梁的质量很小的时候,系统很容易达到同相同步;当横梁的质量很大的时候,系统则更容易达到反相同步。尼梅杰教授将发现的现象归因于节拍器之间的耦合强度:轻的横梁对应于强的耦合强度,使得系统更容易达到同相同步;而重的横梁则对应于弱的耦合强度,使系统更容易达到反相同步。为了更加真实还原惠更斯当年的实验,2015年尼梅杰及其合作者通过墨西哥扎卡特兰的一家钟表厂仿制了两台17世纪的老式摆钟。该钟摆的摆长达到1 m,下端悬挂的摆锤质量达5 kg。他们将摆钟放在一个松木制成的桌子上,然后观察摆钟的同步行为。实验结果显示,无论钟摆的初始位置如何,大约半个小时后二者总会达到同相同步。通过数值模拟和理论分析,尼梅杰及其合作者认为是钟摆发出的“嘀嗒”声引起桌子的震动,从而实现两个摆钟之间能量的交换,进而达到同步。实验中的另外一个发现是当摆钟达到同步时,其共同摆动频率稍低于其自然

频率,即同步使得摆钟变慢。

结束语

是否可以说惠更斯钟摆同步之谜已经完全解开了呢?答案是否定的。虽然人们提出了不同的实验方案和理论模型,但仍然忽略了一些惠更斯当年实验中的细节。比如,人们在理论研究中普遍采用是刚性横梁,而实际中的横梁则是有弹性和形变。此外,除了同步行为之外,耦合钟摆系统中也可能出现振荡死亡,甚至呈现弱的混沌运动。相信随着实验和模型的不断改进,人们距离真相会越来越近。

对惠更斯同步实验如此着迷不仅是因为该问题历史悠久,更在于其对于现实世界复杂系统集体行为的研究提供了一个新的范式。严格说来,任何复杂动力学系统要实现其功能,都离不开其中个体之间的协调与合作,即广义上的同步。生命系统如此,物理系统亦如此。需要指出的是,同步在现实世界中也可能造成负面影响,如人类大脑中的神经元大面积放电会引发癫痫病、桥上行走的人群会造成吊桥的大幅度摆动、人们的集体出行会造成交通拥堵等。在这些情况下,同步研究的目的是如何避免或抑制同步的发生。当前,研究各类实际复杂系统中的同步行为已经成为不同学科共同关注的热点问题之一。有谁会想到惠更斯350年前的一个偶然发现会对当今科学产生如此深远的影响呢?

译者注:惠更斯同步实验近年来也受到国内学者的关注。北京邮电大学的肖井华教授及合作者开发了一套节拍器同步实验装置,并利用该装置对反相同步的吸引域、分数锁频、延展同步态、频率失配诱导反相同步等一系列问题进行了研究。与肖井华教授合作,译者曾对频率失配对反相同步的影响进行了研究,发现通过引入一个小的频率失配可以极大的增加反相同步产生的几率。这一发现与惠更斯在其文献中对于摆钟的描述相吻合。